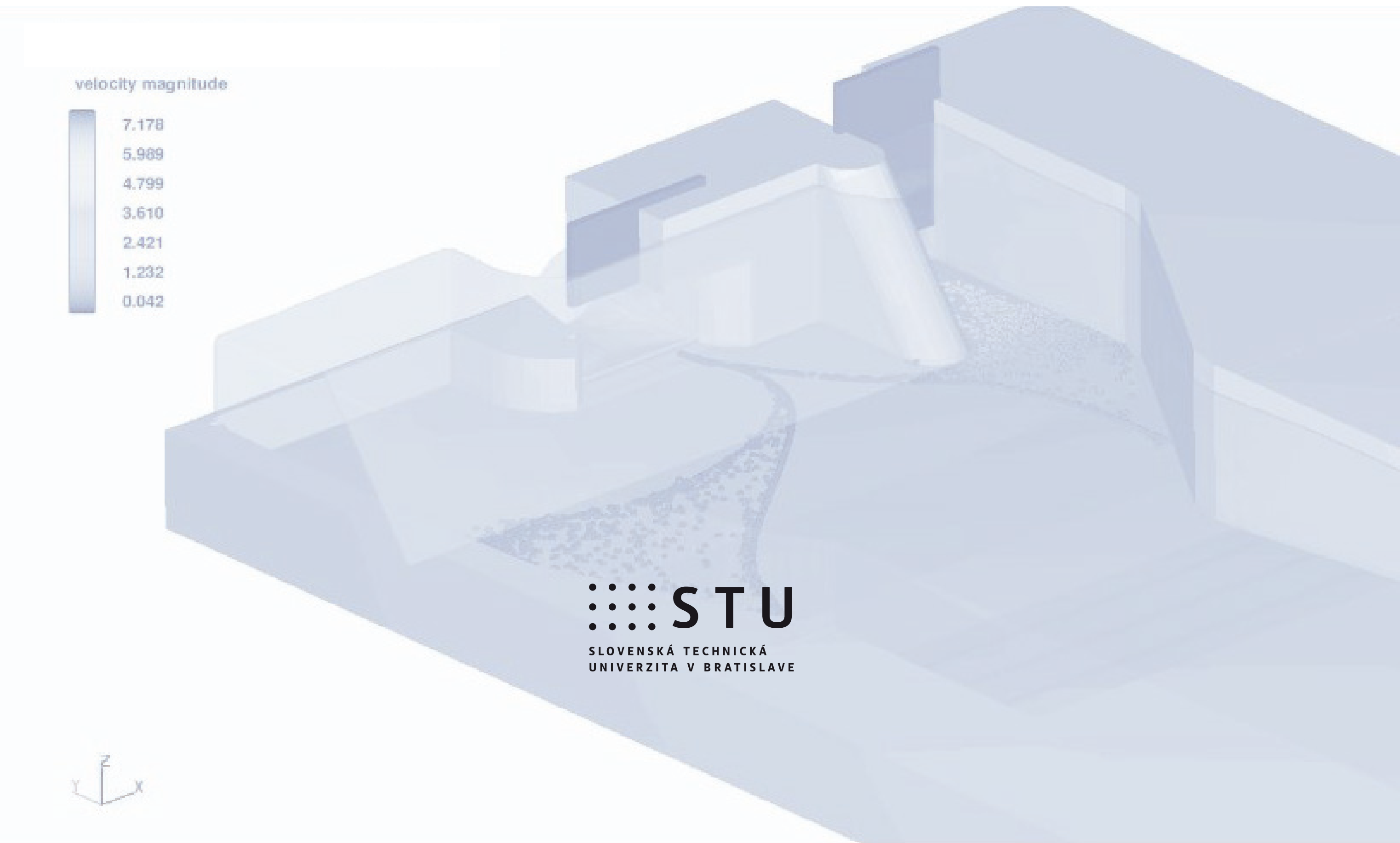
HYDROINFORMATIKA 1. časť

Simulácia procesov prúdenia povrchovej vody v otvorených korytách a cez vodohospodárske objekty

Radomil Květon
Martin Orfánus



STU
SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

HYDROINFORMATIKA 1. časť

Simulácia procesov prúdenia povrchovej vody v otvorených korytách a cez vodohospodárske objekty

Radomil Květon
Martin Orfánus

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
2015

Recenzenti: prof. Ing. Jozef Kamenský, PhD.
Ing. Martin Bačík, PhD.

doc. Ing. Radomil Květon, PhD., Ing. Martin Orfánus, PhD.

HYDROINFORMATIKA 1. časť
Simulácia procesov prúdenia povrchovej vody v otvorených korytách a cez vodohospodárske objekty

Vydala Slovenská technická univerzita v Bratislave v Nakladateľstve STU, Bratislava, Vazovova 5, v roku 2015.

Edícia skrípt

Rozsah 202 strán, 134 obrázkov, 10 tabuliek, 12,345 AH, 12,629 VH, 1. vydanie, edičné číslo 5843, vydané v elektronickej forme;
umiestnenie na http://www.svf.stuba.sk

Schválila Edičná rada Stavebnej fakulty STU v Bratislave.

85 – 245 – 2015

ISBN 978-80-227-4468-3

OBSAH

ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV

A	prietočná plocha koryta	[m^2]
A_{1m}	moment 1. rádu profilu	[N.m]
A_f	plocha prietočnej časti profilu	[m^2]
a	empirický koeficient	[-]
$a(t)$	funkcia charakterizujúca veľkosť fluktuácie v čase	
a_{sl}	koeficient šmyku *(sleep factor)*	[m^{-1}.s]
B	šírka profilu v hladine	[m]
b	koeficient charakterizujúci strmosť fluktuácie	[m^{-2}]
C	Chézzyho rýchlostný súčiniteľ	[m^{0,5}.s^{-1}]
c	koeficient strát v dôsledku kontrakcie alebo expanzie toku	[-]
$F^{(x,y)}$	funkcie zohľadňujúce pôsobenie vonkajších síl	[N]
f	koeficient zohľadňujúci pôsobenie Coriolisových síl	[s^{-1}]
$f_x,\ f_y,\ f_z$	zložky vonkajších síl pôsobiace v smere *x, y, z*	[N]
g	konštanta gravitačného zrýchlenia	[m.s^{-2}]
H	hĺbka vody, hĺbka vody v profile	[m]
H	priemerná hĺbka vody v elemente	[m]
H_C	čistý spád vody na VE	[m]
h	hĺba vody v profile, charakteristická hĺbka riečneho profilu	[m]
h	kóta vodnej hladiny (vztiahnutá na referenčnú hladinu)	[m]
h	piezometrická hladina úmerná tlaku vo vnútri kvapaliny	[m]
i_0	pozdĺžny sklon dna	[-]
i_e	sklon čiary energie	[-]
K	modul prietoku	[m^3.s^{-1}]
K	koeficient postupivosti vetra	[-]
k	Boltzmanova konštanta	[J.K^{-1}]

k	kinetická energia turbulencie na jednotku hmotnosti kvapaliny	[J.kg^{-1}]
k	Kármánova konštanta	[-]
L	vzdialenosť profilov	[m]
L_{ik}	fenomenologické termodynamické koeficienty	
L_{li}, L_k, L_{pi}	vzdialenosť profilov pre ľavé inundačné územie, hlavné koryto, pravé inundačné územie a modifikovaná vzdialenosť	[m]
$\widetilde{L}$	charakteristický rozmer	[m]
l	dĺžka úseku medzi profilmi	[m]
n	koeficient drsnosti dna	[-]
n_n	drsnosť dna náhradného profilu	[-]
O	omočený obvod	[m]
P_a	atmosférický tlak	[Pa]
P_r	pravdepodobnosť vzniku fluktuácie	[-]
P	elektrický výkon	[kW]
p	tlak	[Pa]
$\overline{p}$	stredné hodnoty veličiny p	[Pa]
p'	fluktuácie veličiny p	[Pa]
Q	prietok vody v koryte	[m^3.s^{-1}]
$\overline{Q}_{li}, \overline{Q}_k, \overline{Q_{pi}}$	parciálne prietoky pre jednotlivé časti zloženého koryta	[m^3.s^{-1}]
Q_{odt}	odtok z nádrže	[m^3.s^{-1}]
Q_{pri}	prítok do nádrže	[m^3.s^{-1}]
Q_T	turbínový prietok	[m^3.s^{-1}]
q_l	hustota bočného prítoku/odtoku do/z koryta	[m^2.s^{-1}]
q_x, q_y	hustota prietoku v smere x, y	[m^2.s^{-1}]
R	hydraulický polomer	[m]
R_n	hydraulický polomer náhradného profilu	[m]

Re	Reynoldsovo kritérium	[-]
Re_{kr}	kritická hodnota Reynoldsovho kritéria	[-]
S	prietočná plocha profilu	[m^2]
S_{Φ}	všeobecný objemový zdroj energie	
T	šírka koryta v hladine	[m]
t	čas, modelový čas	[s]
U	stredná zvislicová rýchlosť v smere x	[$m.s^{-1}$]
u	zložka rýchlosti vody v smere osi x	[$m.s^{-1}$]
u_1	rýchlosť v prvom bode od steny	[$m.s^{-1}$]
V	objem systému, objem vody v nádrži	[m^3]
V	stredná zvislicová rýchlosť v smere y	[$m.s^{-1}$]
V	priemerná profilová rýchlosť vody	[$m.s^{-1}$]
V_l	zložka rýchlosti bočného prítoku v smere osi x	[$m.s^{-1}$]
$\widetilde{V}$	charakteristická rýchlosť	[$m.s^{-1}$]
v	rýchlosť pohybu ťažiska systému	[$m.s^{-1}$]
v	priemerná profilová rýchlosť	[$m.s^{-1}$]
v	zložka rýchlosti vody v smere osi y	[$m.s^{-1}$]
v_{fx}, v_{fy}, v_{fz}	zložky rýchlosti kvapaliny v smere osí x, y, z	[$m.s^{-1}$]
$\overline{v_i}$	stredné hodnoty veličiny v_i	[$m.s^{-1}$]
v_i'	fluktuácie veličiny v_i	[$m.s^{-1}$]
v_{sx}, v_{sy}, v_{sz}	zložky rýchlosti pevnej fázy v smere osí x, y, z	[$m.s^{-1}$]
v_x, v_y, v_z	zložky rýchlosti v smere osí x, y, z	[$m.s^{-1}$]
W, W_f	rýchlosť vetra	[$m.s^{-1}$]
x	vzdialenosť pozdĺž dna modelovaného kanála v smere po toku	[m]
x, y, z	kartézke súradnicové osi	[m]
y	hĺbka vody v profile	[m]

y_0	koeficient trenia okolo steny	[m]
y_1	vzdialenosť prvého bodu od steny	[m]
z, z_d	kóta dna	[m]

Grécke symboly

α	Coriolisov koeficient	[-]
α	koeficient stlačiteľnosti tekutiny	
β	Boussinesquovo číslo	[-]
β'	koeficient vyjadrujúci nerovnomerné rozdelenie rýchlosti po zvislici	[-]
Δt	časový krok, použitý pri diskretizácii rovníc	[s]
Δx	vzdialenosť medzi profilmi	[m]
Δx	priestorový krok v smere osi x	[m]
Δx	rozmer priestorovej mriežky v smere osi x	[m]
Δy	rozmer priestorovej mriežky v smere osi y	[m]
Δz	zmena výšky hladiny na úseku	[m]
δ_{ij}	Kroneckerovo delta	[-]
ζ	výška hladiny vody nad referenčnou hladinou	[m]
η	koeficient prídavného odporu	[-]
η	celková účinnosť premeny energie	[-]
θ	váhový koeficient medzi implicitnou a explicitnou schémou	[-]
λ	difúzny koeficient	[$m^2.s^{-1}$]
μ	súčiniteľ dynamickej viskozity	[$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
μ^T	súčiniteľ turbulentnej viskozity	[$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
μ_t	turbulentná viskozita	[$kg.m^{-1}.s^{-1}$]
ν	kinematická viskozita	[$m^2.s^{-1}$]
ν_e	efektívna viskozita kvapaliny	[$m^2.s^{-1}$]

ν_t	koeficient turbulentnej viskozity	[$m^2.s^{-1}$]
ρ	hustota (merná hmotnosť) kvapaliny	[$kg.m^{-3}$]
ρ_w	hustota vody	[$kg.m^{-3}$]
ρ_s	merná hustota pevnej fázy	[$kg.m^{-3}$]
τ	časový krok výpočtu	[s]
τ_{ij}	zložka tenzora napätia	[Pa]
τ_{wi}	povrchové napätie na hladine	[Pa]
Φ	všeobecná skalárna veličina	
$\overline{\Phi}$	stredné hodnoty všeobecnej skalárnej veličiny Φ	
Φ'	fluktuácie veličiny všeobecnej skalárnej veličiny Φ	
ψ	uhol, ktorý zviera vektor rýchlosti vetra s osou x	[-]
Ω	povrch systému	[m^2]

Operátory a vektory

∇	Hamiltonov operátor (nabla) $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$	
$\boldsymbol{F_c}$	vektor Coriolisových síl $\boldsymbol{F_c} = (-fv, fu, 0)$	[N]
$\boldsymbol{F_1}, \boldsymbol{F_2}$	vektory funkcií	
$\boldsymbol{g}$	vektor gravitačného zrýchlenia $\boldsymbol{g} = (0, 0, g)$	[$m.s^{-2}$]
$\boldsymbol{I}$	tenzor identity	[-]
$\boldsymbol{L_1}, \boldsymbol{L_2}$	konečno diferenčné operátory	[-]
$\boldsymbol{P_{dis}}$	tenzor tlaku	[Pa]
$\boldsymbol{V}$	transformovaný vektor rýchlosti prúdenia vody $\boldsymbol{V}=(u,v,w)^T$	[$m.s^{-1}$]
$\boldsymbol{w}$	vektor premenných	
$\boldsymbol{\tau}$	tenzor tangenciálneho napätia	[Pa]
Δ	Laplaceov operátor $\Delta = \nabla.\nabla$	

Indexy

i, j, k	indexy časopriestorových krokov v smeroch *x, y, z* a *t*
m, n	indexy určujúce priestorovú polohu elementu
M	celkový počet prvkov v konečnom elemente
N	celkový počet úsekov
P	celkový počet iterácií
p	index iteračného kroku

ZOZNAM POUŽITÝCH SKRATIEK

CFD	Computational Flow Dynamics
DNS	Direct Numerical Simulation
HDM	hydrodynamický model
HEC-RAS	Hydraulic Engineering Corporation - River Analysis System
IAHR	International Association for Hydro-Environment Engineering and Research
IAHS	International Association of Hydrological Sciences
ICHE	International Conference on Hydro-Science and Engineering
IWA	International Water Association
MM	matematický model, matematické modelovanie
NNP	neustálené nerovnomerné prúdenie
UNP	ustálené nerovnomerné prúdenie
VE	vodná elektráreň
VN	vodná nádrž
1D	jednorozmerný
2D	dvojrozmerný
3D	trojrozmerný

1 ÚVOD

1.1 HYDROINFORMATIKA

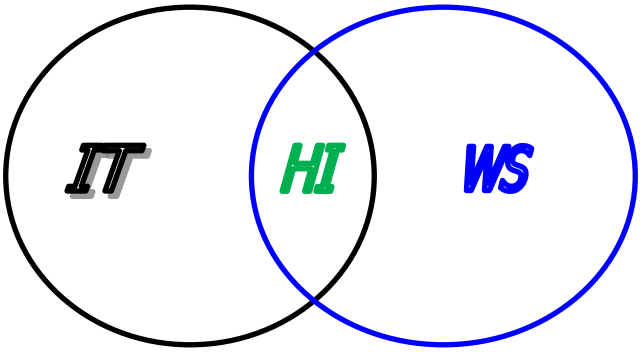
Hydroinformatika (Hydroinformatics) je odvetvie informatiky, ktorá sa zameriava na používanie informačných a komunikačných technológií v riešení stále vážnejších problémov ako je efektívne a súčasne aj bezpečné využívanie vody na rôzne účely, protipovodňová ochrana, až po jej spravodlivé prerozdeľovanie. Vyrástla z predchádzajúcej disciplíny výpočtových hydrauliky, numerickej simulácie prúdenia vody v tokov a súvisiacich procesov. Výpočtová hydraulika zostáva základ hydroinformatiky, ktorá sa zameriava nielen na technológie na efektívne využívanie vody, ale aj na použitie vody v sociálnom kontexte.

Po technickej stránke, okrem využívania výpočtovej hydrauliky, je v hydroinformatike veľký záujem o aplikovanie techník pochádzajúcich z tzv. *umelej inteligencie*, ako sú napríklad umelé neurónové siete, alebo v poslednej dobe „samo učiace sa stroje“ (*Support Vector Machines*) a genetické programovanie. Tieto by mohli byť použité spolu s veľkými súbormi pozorovaných dát na získavanie dát na získavanie znalostí. Súbory pozorovaných dát môžu byť nahradené údajmi získanými z existujúcich modelov.

Hydroinformatika uznáva vo svojej podstate sociálnu povahu problémov hospodárenia s vodou a rozhodovacích procesoch a snaží sa pochopiť spoločenské procesy, ktoré sú dôsledkom nasadenia technológií do prevádzky. Problémy vodného hospodárstva sú najvážnejšie v celom svete, zatiaľ čo prostriedky na zabezpečenie a rozvoj technologických riešení je sústredené v rukách menšiny, je potrebné skúmať súvisiace spoločenské procesy ako veľmi akútne. Nenadarmo sa tvrdí, že ak vypukne III. svetová vojna, tak vznikne v dôsledku nedostatku predovšetkým pitnej aj úžitkovej vody.

Dopady klimatickej zmeny pozorujeme už dnes ako zvyšujúcu sa intenzitu javov ako sú dlhé suchá, prívalové povodne a prudké atmosférické zmeny v oblastiach, v ktorých zatiaľ neboli pozorované. Preto niet divu, že v roku 2007 bola udelená *Nobelova cena mieru* skupine vedcov (*Medzinárodný panel pre klimatické zmeny, Slovensko malo v ňom 2 zástupcov – profesori Lapin a Szolgay*) za skúmanie javov súvisiacich s prebiehajúcou klimatickou zmenou.

Hydroinformatika čerpá a integruje poznatky z *hydrauliky, hydrológie, inžinierstva životného prostredia* a mnoho ďalších odborov (Obr. 1.1). Vidí aplikácie vo všetkých etapách kolobehu vody z atmosféry až do oceánu, a v umelých zásahov v tomto cykle, ako je mestské odvodnenie a zásobovanie vodou. Poskytuje podporu na rozhodovanie na všetkých úrovniach, od samosprávy a politického vedenia jednotlivých štátov, cez vedenie konkrétnych operácií.



Obr. 1.1. Oblasť pôsobenia hydroinformatiky

kde sú *IT* - informačné technológie (*Information Technologies*)
WS - vedné odbory o vode (*Water Sciences*)
HI - hydroinformatika (*Hydroinformatics*)

Hydroinformatika má stále rastúcu celosvetovú komunitu výskumných pracovníkov a odborníkov. Časopis *Journal of Hydroinformatics* (www.iwaponline.com, vychádza od roku 2011) poskytuje samostatnú odbornú platformu pre hydroinformatický výskum. Hydroinformatici sa stretávajú na výmenu názorov na odborných konferenciách s dvojročným cyklom. Činnosti sú spoločne koordinované hydroinformatickými sekciami IAHR, IWA a IAHS. Stále rastúci počet profesionálov a manažérov oceňuje prácu s týmito novými technológiami a nástrojmi.

Hydroinformatika je predmet, ktorý bol na našej fakulte zavedený do výučby na študijnom programe *Vodné stavby a vodné hospodárstvo* v nedávnej minulosti. Reprezentuje snahy pedagógov katedry hydrotechniky o aplikáciu moderných výpočtových metód v hydraulike povrchových a podzemných vôd pri plnom využití výpočtovej techniky. Tieto skriptá tvoria učebný text k prvej časti predmetu Hydroinformatika a venujú sa teoretickým a aplikačným aspektom simulácie ustáleného a neustáleného 1D, 2D a 3D prúdenia povrchovej vody v otvorených korytách a cez vodohospodárske objekty.

Skriptá obsahujú teoretickú časť, ktorá pojednáva o základných fyzikálnych zákonoch prúdenia povrchovej vody a o teoretických metódach jeho numerického riešenia. Vysoká nelinearita rovníc popisujúcich prúdenie vody neumožňuje získať analytické riešenia úloh.

Jednotlivé princípy matematického modelovania sú demonštrované na modelovacom nástroji na prúdenie vody v riekach HEC-RAS (*RAS - River Analysis System*). Informácie o programe HEC-RAS nenahrádzajú užívateľskú dokumentáciu ku programu. Množstvo konkrétnych aplikačných príkladov pochádza priamo z výstupov aplikačného výskumu Katedry hydrotechniky.

Skriptá majú študujúcim pomôcť pochopiť zložitosť modelovacích procesov, ale najmä aplikačné možnosti modelovacích nástrojov založených na numerickej simulácii fyzikálnych procesov prúdenia povrchovej vody v otvorených korytách a cez vodohospodárske (VH) objekty.

1.2 Hydroinformatika a hydraulika otvorených korýt

Old Wine in New Bottles?
Forrest Holly, ICHE Warsaw 2002

Súčasná situácia v hydraulike je pomerne zložitá. Platia v nej v plnom rozsahu základné rovnice odvodené už v 17. až 20. storočí a pritom prežívame prudký nástup výpočtovej techniky a s ňou spojené numerické metódy riešenia hydraulických problémov.

Túto situáciu a problémy spojené s jej riešením dobre opísal prof. Forrest Holly v svojom úvodnom vystúpení na International Conference on Hydro-Science and Engineering vo Varšave v roku 2002. Vo svojom príspevku pod názvom *Classical Hydro-science and 21st Century Education and Practice* kladie otázku *„Old Wine in New Bottles?“*, ktorá sa objavuje pri kombinácii nových postupov riešenia (*New Bottles*) a tzv. klasickej hydrauliky (*Old Wine*).

Úlohy, ktoré pred nami stoja v 21. storočí, sú predovšetkým v oblasti priameho a účinného prepojenia vzdelávania a praxe. Toto prepojenie by malo byť obojsmerné. Z jednej strany by prax mala vytvárať tlak na riešenie aktuálnych úloh, z druhej strany by prax mala byť aktívne informovaná o nových výsledkoch výskumu a možnostiach ich praktickej aplikácie.
Základy klasickej inžinierskej hydrauliky boli položené Bernullim, Pascalom a Chézzym koncom 17. a v priebehu 18. storočia. Od verbálneho opisu hydraulických dejov a zákonitostí sa postupne prechádzalo k ich exaktnému matematicko-fyzikálnemu opisu formou vzťahov a rovníc.

Zakladateľ hydrauliky na Slovensku bol Samuel Mikovíny (1686 až 1750), slovenský inžinier − zememerač, kartograf a polyhistor. Bez zveličenia môžeme hovoriť o ňom ako o slovenskom Bernullim. Už v roku 1741 opisuje energetický princíp pohybu tekutín, keď energiu vody rozdeľuje na prirodzenú váhu a náraz, teda na energiu potenciálnu a kinetickú.

Samuel Mikovíny bol v rokoch 1725 až 1735 stoličný matematik − inžinier Bratislavskej stolice, venoval sa najmä melioračným prácam. V roku 1735 ho menovali profesorom banskej školy v Banskej Štiavnici a inžinierom stredoslovenských banských miest. Na čele tejto inštitúcie, predchodkyne štiavnickej akadémie, stál do r. 1748, neskôr sa venoval už len inžinierskej činnosti. Počas terénnych prác na výstavbe protipovodňovej hrádze v Trenčíne ochorel a krátko na to pri návrate domov do Štiavnice zomrel.

Obr. 1.2. Mikovíny na historickej rytine

Väčšina teoretických prác klasickej hydrauliky bola dokončená v 1. polovici 20. storočia. Praktické aplikácie obchádzali vysokú výpočtovú náročnosť numerických riešení grafickými a tabuľkovými metódami. Hoci prvá etapa nasadenia výpočtovej techniky bola úplne prirodzene orientovaná na automatizáciu už existujúcich metód, druhú etapu už úplne ovládli metódy numerickej matematiky a hydroinformatiky.

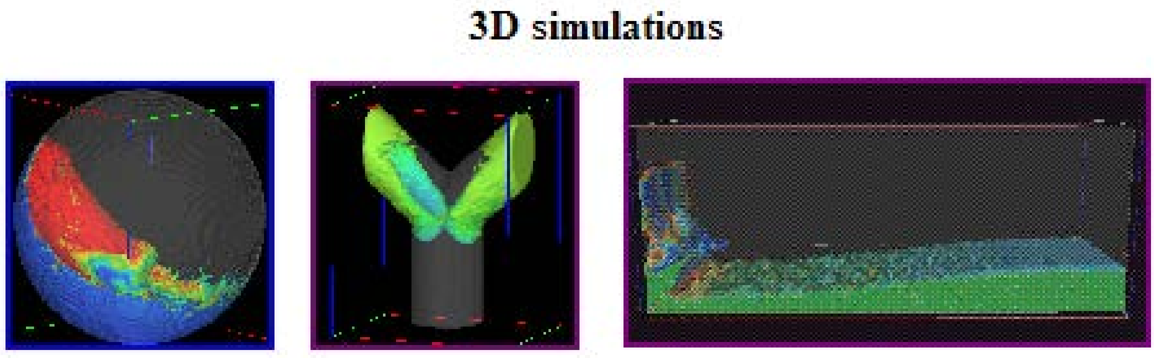
V súčasnosti už nejde iba o nasadenie moderných metód numerického riešenia založených na úspechoch aplikovanej matematiky a stále rastúcej výkonnosti a pamäti výpočtovej techniky, ale aj ďalšie nové prístupy vyvolané tlakom iných niekedy zdanlivo nesúvisiacich vedných disciplín ako sú:

- mechanika kontinua [2],
- synergetika [8,16,20] − opisujúca vznik nových kvalít a vývoj systémov,
- informačné technológie (IT) − vznik hydroinformatiky,

- geografické informačné systémy (GIS rozšírené o základné modelovacie nástroje), digitálne modely terénu (DMT napojené na moderné technológie vzdialeného snímkovania – remote sensing).

Rozvoj aplikácie prostriedkov počítačovej simulácie koncom 20. a začiatkom 21. storočia viedol k formovaniu samostatného výpočtového odboru *Computational Flow Dynamics* (CFD, www.cfd-online.com). Ukážka výstupov z 3D CFD simulácie objektov (2 x s voľnou hladinou vody) realizovaných RUG University of Gronigenje je na Obr. 1.3.

Oblasti využitia matematického modelovania (ďalej MM) nie sú iba doménou výskumu a projekčnej prípravy, ale stále častejšie sa používajú v oblasti dispečerského riadenia. Matematické modelovanie zohráva nezastupiteľnú úlohu pri simulovaní katastrofických situácií ako sú povodne, prielomové vlny spôsobené deštrukciou vodného diela alebo extrémne vlnové režimy spôsobené prudkou zmenou prietoku v skúmanom systéme.



Obr. 1.3. Výstupy 3D CFD simulácia objektov s voľnou hladinou

Veľká výhoda matematického modelovania je jeho interdisciplinárnosť. Postupy vyvinuté v iných vedných odboroch sú na základe analógií ľahko aplikovateľné aj v druhých vedných odboroch. Vedúca spoločnosť v oblasti matematického modelovania je ANSYS, Inc. založená v roku 1970 s približne 1400 zamestnancami (www.ansys.com).

Uvedené fakty jednoznačne svedčia o nutnosti integrovať problematiku hydroinformatiky a MM do pedagogického procesu. Prvá lastovička v tomto procese v našom regióne boli skriptá *Matematické modelování hydrodynamických a dispersních jevů* vydané na Stavebnej fakulte VÚT Brno už v roku 1997 (Říha a kol. [35]).

Vysoko efektívny prístup kombinácie učebnice s priamo dodávaným programovým vybavením na CD ROM nosiči predstavuje vydavateľstvo *Haested Press* svojou publikáciou *Computer Applications in Hydraulics Engineering* [100].

Ďalší rozvoj MM viedol k vydávaniu špecializovaných učebníc ako je matematické modelovanie prietoku v riekach a kanáloch (Szymkiewicz [40]) a numerické metódy vo vodnom inžinierstve (Szymkiewicz [39]). Vzdelávanie v oblasti MM nemôže však byť iba doménou prípravy vysokoškolákov, ale musí byť aj súčasť celoživotného vzdelávania [12].

Predkladaná práca demonštruje praktické poznatky a skúsenosti autorov z oblasti matematického modelovania prúdenia vody v otvorených korytách za viac ako 30 rokov. Nekladie si za úlohu predkladať najnovšie poznatky z tejto oblasti obsiahnuté v CFD. Poukazuje na niektoré problémy, ktoré by sa dali skôr zaradiť do oblasti filozofie aplikovania metód matematického modelovania, ktoré by sme s určitým zveličením mohli nazvať *„Umením modelovať"*. Sem patrí aj možnosť aplikácie synergetických prístupov v blízkej (či vzdialenej) budúcnosti. Analýza stability použitých matematických modelov a riešenie okrajových podmienok pre 2D a 3D modely značne prekračujú rozsah tejto práce a sú riešené odkazom na citovanú literatúru.

Výskumné a aplikačné práce autorov sú zamerané na tvorbu vlastných, ako aj využívanie komerčných matematických modelov charakterizovaných:

1. *výberom nelineárnych modelov* – iba nelineárny opis systémov môže viesť k viacerým riešeniam, vzniku novej kvality, aplikácii princípov synergetiky pri určení smeru vývoja systému,
2. *online zobrazovanie výsledkov modelovania* – výskum dynamiky prebiehajúcich dejov, skúmanie vplyvu zmeny v parametroch systému na neustálené javy v systéme, aplikovanie v dispečerských trenažéroch, vizualizácia hydraulických dejov v rámci pedagogického procesu, a to v čase, keď vlastníctvo fungujúcich fyzikálnych laboratórií sa stáva síce strategickou výhodou ale aj veľmi finančne náročnou nevýhodou,
3. *otvorenosť systému a jeho modulárna výstavba* – matematické modely sa môžu zostavovať priamo na mieru konkrétnej aplikácie bez potreby prispôsobenia sa komerčnému produktu,
4. *užívateľská podpora* – zníženie užívateľskej náročnosti a prácnosti pri praktickom opakovanom využívaní zostaveného matematického modelu.

Uvedené požiadavky dávajú jasnú odpoveď na logickú otázku:

Prečo vlastné realizácie hydraulických modelov?

keď iba napr. pre oblasť jednorozmerného modelovania je dostupná celá rada kvalitných produktov, ako je napr. voľne využiteľný (tzv. free software) produkt HECRAS [102] alebo komerčné produkty MIKE11 [103] a SOBEK [106]. Situácia pri využívaní 2D a 3D modelovacích nástrojov je zložitejšia a *kladie podstatne vyššie nároky na odbornú spôsobilosť odberateľa*. Ceny za komerčné produkty pre 2D modelovanie sú rádovo vyššie ako za produkty 1D modelovania a produkty pre 3D modelovanie sa prevažne iba prenajímajú na nevyhnutný čas riešenia.

HEC-RAS prehľad

dodávateľ:	U.S. Army Corps of Engineers **H**ydrologic **E**ngineering **C**enter, 1995
licencia:	voľne využiteľná verzia (pozri web stránku pre detailnú informáciu)
verzia:	4.1 (2010)
popis metód:	neustálené prúdenie: 1D Saint-Venantova rovnica metóda konečných diferencií Preissmannova implicitná schéma (4-bodová schéma diskretizácie)
dokumenty:	podrobné – užívateľský manuál a sprievodca, referenčná príručka
príklady:	pre každú aplikačnú oblasť spolu s podrobnými popismi
Web stránka:	http://www.hec.usace.army.mil/software/hec-ras/

Obr. 1.4. Ukážka prehľadu o modelovacom nástroji HEC-RAS

Vlastný výber modelovacieho nástroja je komplexný problém a obyčajne sa musí pristúpiť aspoň k čiastočnému kompromisu medzi požiadavkami na model a ekonomickými možnosťami užívateľa [35]. Pri výbere vhodného modelovacieho nástroja je užitočné urobiť si aspoň prehľad ich základných parametrov tak, ako je uvedené na Obr. 1.4 a až po vzájomnom porovnaní pristúpiť ku konečnému výberu.

Úvodná teoretická časť práce bola inšpirovaná publikáciou *Matematické modelování hydrodynamických a dispersních jevů* [35]. Rovnice opisujúce mechaniku tekutín boli rozšírené o základné poznatky z lineárnej nerovnovážnej termodynamiky, ktoré tvoria fundament synergetiky. Ďalšie časti práce, opisujúce konkrétne 1D, 2D a 3D matematické modely, pozostávajú z potrebnej špeciálnej teoretickej časti a ukážky konkrétnych aplikácií opísaných matematických modelov. Veľká výhoda programu HEC-RAS je podrobná užívateľská dokumentácia, integrovaný *HELP* a veľké množstvo vypracovaných a detailne popísaných príkladov.

Všeobecné odporúčané postupy na úspešné modelovanie sú:

1. Naučiť sa efektívne pracovať s modelovacím nástrojom na základe realizovaných príkladov, ktoré sa čo najviac blížia k nášmu modelovanému problému
2. Pri modelovaní postupovať vždy od zjednodušeného problému k zložitejšiemu. Napríklad ak máme modelovať tok s objektom pri neustálenom prúdení postupujeme od modelovania toku bez objektu pri ustálenom prúdení, potom doplníme do toku objekt pri ustálenom prúdení, potom modelujeme tok s objektom pri neustálenom prúdení s pozvoľnými zmenami prietoku a až nakoniec modelujeme naše úplne zadanie.
3. Nemeniť naraz nikdy viac parametrov výpočtu ako jeden a zistiť tak citlivosť modelu na zmenu tohto konkrétneho parametra.
4. Neprepisovať projekty, priebežne ich ukladať pod zmenenými názvami, ktoré musia mať výpovednú hodnotu.

2 TEORETICKÝ ÚVOD

2.1 ZÁKLADNÉ ROVNICE MECHANIKY TEKUTÍN

Mechanika tekutín sa zaoberá rovnováhou síl v tekutine a to v pokoji ako aj v jej pohybe. Predmet skúmania pritom nie je pohyb molekúl v tekutine ale zavádza sa pojem elementárneho objemu. Tento objem má byť z jednej strany veľmi malý v porovnaní so skúmanou oblasťou prúdenia a z druhej strany dostatočne veľký v porovnaní s dĺžkou voľnej dráhy molekúl.

2.1.1 Zákon zachovania hmotnosti – rovnica kontinuity

Zákon zachovania hmotnosti opisuje rovnica kontinuity (2.1)

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (2.1)$$

kde: ρ - hustota kvapaliny (merná hmotnosť)

v_x, v_y, v_z - zložky rýchlosti v smere osí x, y, z

x, y, z - kartézke súradnice

t - čas

Pre nestlačiteľnú homogénnu tekutinu (ρ = *konštanta*) nadobudne rovnica (2.1) zjednodušený tvar

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \qquad (2.2)$$

Rovnica (2.2) je vyjadrením *zákona zachovania objemu*.

2.1.2 Zákon zachovania hybnosti

Diferenciálne Navier-Stokesove rovnice sú všeobecné rovnice opisujúce pohyb väzkej nestlačiteľnej tekutiny

$$f_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}\right) = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_x}{\partial z}$$

$$f_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2}\right) = \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_y}{\partial z} \qquad (2.3)$$

$$f_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right) = \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x\frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y\frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}$$

kde: f_x, f_y, f_z - zložky vonkajších síl pôsobiace v smere *x, y, z*

p - tlak

μ - súčiniteľ dynamickej viskozity

Rovnice vyjadrujú rovnováhu medzi:

- objemovými silami pôsobiacimi na každý hmotný bod tekutiny,
- tlakovými silami zväčšenými o zložky spôsobené väzkosťou tekutiny,
- zotrvačnými silami v tekutine.

2.1.3 Zákon zachovania energie

Modelovanie neizotermických dejov si vyžaduje zaviesť rovnicu opisujúcu energetické deje v tekutine

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + v_x\frac{\partial \Phi}{\partial x} + v_y\frac{\partial \Phi}{\partial y} + v_z\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \lambda\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2}\right) + S_\Phi \qquad (2.4)$$

kde: Φ - energia (tepelná energia T, kinetická energia turbulencie k, disipácia kinetickej energie turbulencie ε),

λ - difúzny koeficient,

S_Φ - objemový zdroj energie.

2.2 MODELOVANIE IZOTERMICKÉHO POHYBU NESTLAČITEĽNEJ TEKUTINY

Pohyb tekutín je vo všeobecnosti neustálený a trojrozmerný. Základná úloha hydrodynamiky je určenie rozdelenia rýchlostí a tlaku pri pohybe tekutiny v skúmanej oblasti. Odpoveď možno získať pomocou fyzikálneho alebo matematického modelovania. Fyzikálny výskum je obyčajne veľmi nákladný a časovo náročný. Z tohto dôvodu nadobúda matematické modelovanie stále väčší význam.

Rovnice opisujúce pohyb tekutiny uvedené v časti 2.1 boli odvodené pre elementárne objemy kvapaliny. Ich ďalšie využitie na modelovanie prúdenia tekutiny v reálnych podmienkach, a teda v podstatne väčších rozmeroch je podmienené vyriešením problematiky fluktuácií veličín opisujúcich dynamiku tekutiny.

2.2.1 Navier-Stokesove rovnice

Diferenciálne Navier-Stokesove rovnice sú najvšeobecnejšie rovnice pohybu vãzkej nestlačiteľnej tekutiny. Vyjadrujú pre elementárny objem prúdiacej tekutiny vzťah medzi silami vonkajšími, tlakovými, odporovými a zotrvačnými

$$f_i - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho}\sum_j \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_j v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \tag{2.5}$$

kde indexy *i* a *j* nadobúdajú hodnoty priestorových súradníc *x, y* a *z*.

Použitím rovnice kontinuity pre nestlačiteľnú tekutinu sa môžu rovnice (2.5) prepísať do tvaru vhodnejšieho na ďalšie štúdium vplyvu fluktuácií na pohyb tekutín

$$f_i - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\sum_j \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_j \frac{\partial (v_i v_j)}{\partial x_j} \tag{2.6}$$

kde: τ_{ij} zložka tenzora napätia

$$\tau_{ij} = \mu.\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.7}$$

2.2.2 Reynoldsovo kritérium

Rovnice (2.5) možno prepísať do bezrozmerného tvaru zavedením veličín charakteristickej rýchlosti $\widetilde{V}$ a charakteristického rozmeru $\widetilde{L}$. Ďalej sa použijú normujúce vzťahy

$$\widetilde{v}_i = \frac{v_i}{\widetilde{V}} \qquad \widetilde{x}_i = \frac{x_i}{\widetilde{L}} \qquad \widetilde{t} = \frac{\widetilde{V}}{\widetilde{L}}t \qquad \widetilde{p} = \frac{p}{\widetilde{V}^2 \rho} \tag{2.8}$$

a zavedie sa parameter označovaný ako *Reynoldsovo číslo* ***Re****,* aj keď v skutočnosti ide o kritérium, ktoré vyjadruje *pomer síl zotrvačnosti k silám viskozity*

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \widetilde{V}\widetilde{L}}{\mu} = \frac{\widetilde{V}\widetilde{L}}{\frac{\mu}{\rho}} = \frac{\widetilde{V}\widetilde{L}}{\nu} \tag{2.9}$$

kde: ν - kinematická viskozita

Rovnice (2.5) prejdú po uvedených úpravách do tvaru

$$\frac{\widetilde{L}}{\widetilde{V}^2} f_i - \frac{\partial \widetilde{p}}{\partial \widetilde{x}_i} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \sum_j \frac{\partial^2 \widetilde{v}_i}{\partial \widetilde{x}_j^2} = \frac{\partial \widetilde{v}_i}{\partial \widetilde{t}} + \sum_j \widetilde{v}_j \frac{\partial \widetilde{v}_i}{\partial \widetilde{x}_j} \tag{2.10}$$

Z uvedenej bezrozmernej rovnice je očividná dôležitosť hodnoty Reynoldsovho kritéria (ako jediného parametra v rovnici (2.10)) pri posudzovaní charakteru prúdenia kvapaliny. Nízke hodnoty Reynoldsovho kritéria, keď prevládajú sily väzkosti, charakterizujú *laminárne prúdenie*. Naopak vysoké hodnoty, keď sily zotrvačnosti majú rozhodujúci význam, indikujú *turbulentné prúdenie*.

Ako uvádza Krempaský [20], prechod od laminárneho prúdenia k turbulentnému sa dá ľahko demonštrovať v laboratórnych podmienkach. Chaotické Taylorove štruktúry vznikajú v kvapaline, ktorá je umiestnená medzi dvoma súosovými valcami, z ktorých vnútorný sa otáča konštantnou rýchlosťou.

V prírode sa dá najčastejšie stretnúť so vznikom štruktúr pri hydrodynamických tokoch vtedy, keď sa laminárne prúdenie mení na turbulentné. Tento prechod z jednej kvality na druhú by mala charakterizovať kritická hodnota Reynoldsovho kritéria $\boldsymbol{Re_{kr}}$. Zatiaľ čo pri prúdení vody cez kruhové potrubie je charakteristický rozmer priemer potrubia, pri otvorených korytách je situácia zložitejšia, čo demonštrujú nasledujúce prístupy:

a) Agroskin [1] navrhuje ako charakteristický rozmer hydraulický polomer, ale po dosadení do (2.9) dostáva hodnotu ***Re*** rádovo 10^6 pre kanál (hydraulický polomer $R = 1{,}5\ m$, rýchlosť prúdenia vody $w = 0{,}8\ ms^{-1}$, kinematická viskozita $\nu = 10^{-6} m^2 s^{-1}$), v ktorom prebieha transport vody v oblasti riečneho prúdenia, hoci na základe analógie s prúdením v kruhovom potrubí mu vyšla hodnota $\boldsymbol{Re_{kr}} = 580$. Uvedený rozpor poukazuje na nevhodnosť použitia uvedenej kombinácie parametrov na výpočet $\boldsymbol{Re_{kr}}$,

b) Krempaský [20] uvádza ako charakteristický rozmer priemer prúdovej trubice a hodnota $\boldsymbol{Re_{kr}} = 2400$ je v súlade s pozorovaním,

c) aplikácia poznatkov z modelovania prúdenia v otvorených korytách (Szymkiewicz [40]) predstavuje dosadenie do vzťahu (2.9) za charakteristický rozmer hydraulický polomer a turbulentnú viskozitu miesto dynamickej, potom aj ***Re*** bude mať očakávanú hodnotu rádovo 10^3 (pozri kapitolu 2.2.4 tejto práce),

d) Brdička [2] v mechanike kontinua používa Reynoldsovo číslo ako jedno z kritérií pre podobnosť prúdenia nestlačiteľnej viskóznej tekutiny (dve prúdenia s rovnakým ***Re*** budú mať rovnaký charakter prúdenia) a o hodnote $\boldsymbol{Re_{kr}}$ rozhodujú predovšetkým počiatočné poruchy v prúdení na začiatku pozorovaného objektu. Malé poruchy v prúdení na začiatku objektu sa rýchlo utlmia a $\boldsymbol{Re_{kr}}$ nadobudne podstatne vyššiu hodnotu. Pri väčších poruchách je situácia opačná.

Z uvedených príkladov vyplýva, že pri výpočte Reynoldsovho kritéria je potrebné použiť navzájom si zodpovedajúce vyjadrenia viskozity a charakteristického rozmeru skúmaného systému. Napríklad pre elementárny objem opísaný rovnicami (2.5) bude potrebné použiť kinematickú viskozitu a charakteristický rozmer rádovo v milimetroch. Vyplýva to z konštatovania v [35], kde sa uvádza, že na priamu numerickú simuláciu (*DNS – Direct Numerical Simulation*) prúdenia opísaného Navier-Stokesovými rovnicami (2.5) je potrebné výpočtovú sieť so vzdialenosťou uzlov v zlomkoch milimetra.

Vznik turbulentného prúdenia [20] by mal tiež logicky vyplynúť z Navier-Stokesových rovníc aplikáciou synergetických prístupov, avšak napriek veľkému úsiliu sa doteraz nepodarilo tento problém v úplnej všeobecnosti vyriešiť.

Upravením rovnice (2.10) z pohľadu *Hakenovskej synergetiky* na tvar vhodný na skúmanie stability systému sa získa rovnica (pre zjednodušenie zanedbáme aj pôsobenie externých síl)

$$\frac{\partial \widetilde{v}_i}{\partial \widetilde{t}} = -\frac{\partial \widetilde{p}}{\partial \widetilde{x}_i} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \sum_j \frac{\partial^2 \widetilde{v}_i}{\partial \widetilde{x}_j^2} - \sum_j \widetilde{v}_j \frac{\partial \widetilde{v}_i}{\partial \widetilde{x}_j} \tag{2.11}$$

Fluktuácia zložky rýchlosti *i* (dolný index *f*) ako odchýlka od stacionárneho stavu (dolný index *s*) je definovaná vzťahom

$$\widetilde{v}_i = \widetilde{v}_{si} + \widetilde{v}_{fi} \tag{2.12}$$

Rovnica (2.11) má pre stacionárny stav riešenie v tvare

$$0 = -\frac{\partial \widetilde{p}_s}{\partial \widetilde{x}_i} + \frac{1}{\mathrm{Re}} \sum_j \frac{\partial^2 \widetilde{v}_{si}}{\partial \widetilde{x}_j^2} - \sum_j \widetilde{v}_{sj} \frac{\partial \widetilde{v}_{si}}{\partial \widetilde{x}_j} \tag{2.13}$$

Dosadením (2.12) do (2.11) a využitím (2.13) sa získa rovnica určujúca vývoj systému

$$\frac{\partial \widetilde{v}_{fi}}{\partial \widetilde{t}} = \underbrace{\frac{1}{\mathrm{Re}} \sum_j \frac{\partial^2 \widetilde{v}_{fi}}{\partial \widetilde{x}_j^2}}_{1} - \sum_j \left(\underbrace{\widetilde{v}_{sj} \frac{\partial \widetilde{v}_{fi}}{\partial \widetilde{x}_j}}_{2} + \underbrace{\widetilde{v}_{fj} \frac{\partial \widetilde{v}_{si}}{\partial \widetilde{x}_j}}_{3} + \underbrace{\widetilde{v}_{fj} \frac{\partial \widetilde{v}_{fi}}{\partial \widetilde{x}_j}}_{4} \right) \tag{2.14}$$

Znamienko pravej strany rovnice rozhoduje o tom, či bude fluktuácia zosilňovaná alebo tlmená.

Ukážka kvalitatívnych výsledkov riešenia môže byť analýza stability laminárneho prúdenia. Pri predpoklade kladnej fluktuácie v tvare

$$\widetilde{v}_{fi} = a(t).\exp\left[-b(\Delta \widetilde{x}_i)^2\right] \tag{2.15}$$

kde:
- $a(t)$ - funkcia charakterizujúca veľkosť fluktuácie v čase
- b - koeficient charakterizujúci strmosť fluktuácie
- $\Delta \widetilde{x}_i$ - priestorová odchýlka od miesta vzniku fluktuácie

je v rovnici (2.14) 1. člen nenulový, 2. a 4. člen sú nulové. 3. člen je nenulový iba v prípade priestorovej zmeny rýchlosti v smere inom ako je smer prúdenia (hodnoty členov sú počítané v skúmanom stacionárnom bode).

Priamy dôsledok uvedených analytických zistení je rozdelenie oblastí prúdenia na:

a) prúdenie dostatočne vzdialené od steny, kde sú fluktuácie rýchlosti vždy tlmené a miera tlmenia je nepriamo úmerná ***Re***

$$\frac{\partial \tilde{v}_{fi}}{\partial \tilde{t}} = \frac{1}{\mathrm{Re}} \sum_j \frac{\partial^2 \tilde{v}_{fi}}{\partial \tilde{x}_j^2} < 0 \tag{2.16}$$

b) prúdenie pri stene, kde miera tlmenia fluktuácií postupne klesá s rastúcou hodnotou ***Re*** (1. člen) a logaritmický pokles rýchlosti prúdenia pri stene spôsobuje zápornú hodnotu 3. člena v rovnici (2.14)

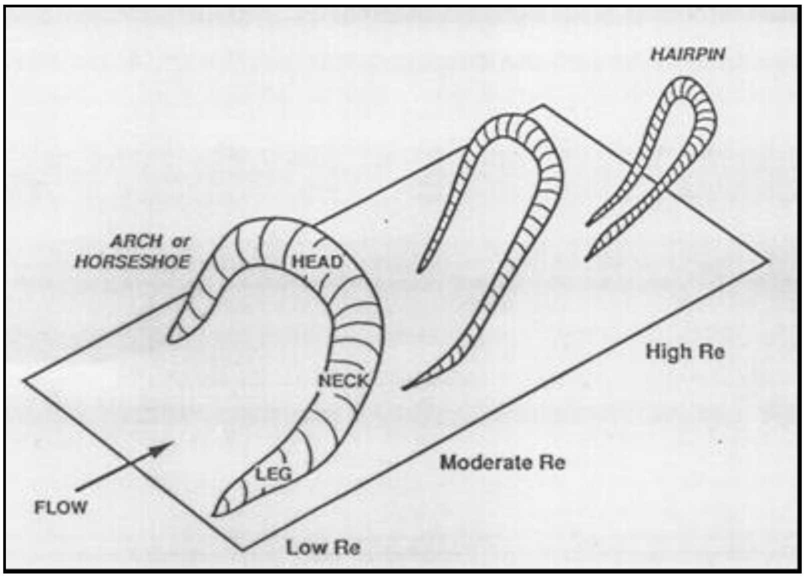
$$\frac{\partial \tilde{v}_{fi}}{\partial \tilde{t}} = \frac{1}{\mathrm{Re}} \sum_j \frac{\partial^2 \tilde{v}_{fi}}{\partial \tilde{x}_j^2} - \sum_j \tilde{v}_{fj} \frac{\partial \tilde{v}_{si}}{\partial \tilde{x}_j} \tag{2.17}$$

Tento fakt vytvára možnosť na výpočet kritickej hodnoty $\boldsymbol{Re_{kr}}$ z rovnice (2.17), čiže hodnoty Reynoldsovho kritéria pri ktorej sa mení charakter časového vývoja fluktuácie z tlmenia na zosilňovanie fluktuácie

$$\mathrm{Re}_{kr} = \frac{\sum_j \frac{\partial^2 \tilde{v}_{fi}}{\partial \tilde{x}_j^2}}{\sum_j \tilde{v}_{fj} \frac{\partial \tilde{v}_{si}}{\partial \tilde{x}_j}} \tag{2.18}$$

Po prekročení kritickej hodnoty Reynoldsovho kritéria budú v systéme fluktuácie zosilňované a skúmaný stav systému (laminárne prúdenie) sa stáva nestabilný. Uvedený postup nám hovorí o potrebnej kvalitatívnej zmene v správaní sa systému. V našom prípade ide o prechod od laminárneho prúdenia k turbulentnému. Obdobné výsledky sa dostanú aj pre zápornú hodnotu fluktuácie.

Turbulentné prúdenie však nemusí byť iba chaotické, ale za určitých podmienok môže v ňom vzniknúť samoorganizácia (systém veľmi vzdialený od rovnováhy). Vznik koherentných vírových štruktúr ako sú zobrazené na Obr. 2.1 opisuje Meravá [30].



Obr. 2.1. Formovanie koherentných vírových štruktúr

V uvedenej práci bol realizovaný výskum turbulencie pomocou databázy vytvorenej priamou numerickou simuláciou prúdenia kvapaliny v otvorenom kanáli pri *Re = 8500*.

2.2.3 Stredné hodnoty a fluktuácie zložiek okamžitých rýchlostí a tlaku

Vhodný postup na extrapoláciu rovníc z časti 2.1 do podmienok makroskopických systémov je nahradenie okamžitých hodnôt veličín súčtom ich strednej hodnoty a príslušnej fluktuácie

$$v_i = \overline{v_i} + v_i' \qquad p = \overline{p} + p' \qquad \Phi = \overline{\Phi} + \Phi' \tag{2.19}$$

kde: $\overline{v_i}, \overline{p}, \overline{\Phi}$ - stredné hodnoty veličín v_i, p, Φ

v_i', p', Φ' - fluktuácie veličín v_i, p, Φ

Stredné hodnoty veličín sú definované ako časovo stredné hodnoty

$$\overline{v_i} = \frac{1}{2\Delta t}\int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} v_i.dt \qquad \overline{p} = \frac{1}{2\Delta t}\int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} p.dt \qquad \overline{\Phi} = \frac{1}{2\Delta t}\int_{t-\Delta t}^{t+\Delta t} \Phi.dt \tag{2.20}$$

pričom interval integrácie $2\Delta t$ je dostatočne dlhý vzhľadom na existenciu fluktuácie a podstatne kratší ako celkový čas prúdenia.

Stredné hodnoty veličín a ich fluktuácie spĺňajú nasledujúce vzťahy

$$\begin{aligned} &\overline{v_i} = \overline{\overline{v_i}} && \overline{p} = \overline{\overline{p}} && \overline{\Phi} = \overline{\overline{\Phi}} \\ &\overline{v_i'} = 0 && \overline{p'} = 0 && \overline{\Phi'} = 0 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Dosadením (2.19) do rovníc z časti 2.1, spriemerovaním rovníc v čase a použitím vzťahov (2.21) sa získa modifikovaná rovnica kontinuity pre nestlačiteľnú tekutinu v tvare

$$\frac{\partial \overline{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} = 0 \tag{2.22}$$

a modifikované Navier-Stokesove rovnice v tvare

$$\begin{gathered} \overline{f}_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \overline{v}_x}{\partial x} - \overline{v_x' v_x'}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \overline{v}_x}{\partial y} - \overline{v_x' v_y'}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \overline{v}_x}{\partial z} - \overline{v_x' v_z'}\right) = \frac{\partial \overline{v}_x}{\partial t} + \\ + \overline{v}_x \frac{\partial \overline{v}_x}{\partial x} + \overline{v}_y \frac{\partial \overline{v}_x}{\partial y} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_x}{\partial z} \\ \overline{f}_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \overline{v}_y}{\partial x} - \overline{v_y' v_x'}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \overline{v}_y}{\partial y} - \overline{v_y' v_y'}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \overline{v}_y}{\partial z} - \overline{v_y' v_z'}\right) = \frac{\partial \overline{v}_y}{\partial t} + \\ + \overline{v}_x \frac{\partial \overline{v}_y}{\partial x} + \overline{v}_y \frac{\partial \overline{v}_y}{\partial y} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_y}{\partial z} \end{gathered} \tag{2.23}$$

$$\overline{f}_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial x} - \overline{v'_z v'_x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial y} - \overline{v'_z v'_y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z} - \overline{v'_z v'_z}\right) = \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial t} +$$
$$+ \overline{v}_x \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial x} + \overline{v}_y \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial y} + \overline{v}_z \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial z}$$

Po definovaní Reynoldsových tangenciálnych napätí

$$\overline{\tau}_{ij} = \mu.\left(\frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_i}\right) \qquad \tau^t{}_{ij} = -\rho.\left(\overline{v'_i v'_j}\right) \tag{2.24}$$

a ich zavedení do rovníc (2.23) sa získajú Reynoldsove rovnice [35]

$$\overline{f}_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\overline{\tau_{xx}} + \tau^t{}_{xx}\right)}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\overline{\tau_{xy}} + \tau^t{}_{xy}\right)}{\partial y} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\overline{\tau_{xz}} + \tau^t{}_{xz}\right)}{\partial z} = \frac{\partial \overline{v}_x}{\partial t} +$$
$$+ \frac{\partial \overline{v}_x \overline{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}_x \overline{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}_x \overline{v}_z}{\partial z}$$

(2.25)

$$\overline{f}_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial y} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\overline{\tau_{yx}} + \tau^t{}_{yx}\right)}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\overline{\tau_{yy}} + \tau^t{}_{yy}\right)}{\partial y} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\overline{\tau_{yz}} + \tau^t{}_{yz}\right)}{\partial z} = \frac{\partial \overline{v}_y}{\partial t} +$$
$$+ \frac{\partial \overline{v}_y \overline{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}_y \overline{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}_y \overline{v}_z}{\partial z}$$

$$\overline{f}_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial \overline{p}}{\partial z} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\overline{\tau_{zx}} + \tau^t{}_{zx}\right)}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\overline{\tau_{zy}} + \tau^t{}_{zy}\right)}{\partial y} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\overline{\tau_{zz}} + \tau^t{}_{zz}\right)}{\partial z} = \frac{\partial \overline{v}_z}{\partial t} +$$
$$+ \frac{\partial \overline{v}_z \overline{v}_x}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v}_z \overline{v}_y}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v}_z \overline{v}_z}{\partial z}$$

Sústava rovníc (2.24) a (2.25) nie je uzavretá v dôsledku neznámych korelácií medzi fluktuačnými zložkami rýchlosti $\overline{v'_i v'_j}$, ktorými sa vniesol do Navier-Stokesových rovníc štatistický prístup.

Obdobným spôsobom sa môže získať upravená rovnica zákona zachovania energie

$$\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial t}+\bar{v}_x\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial x}+\bar{v}_y\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial y}+\bar{v}_z\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial x}-\overline{v'_x\Phi'}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial y}-\overline{v'_y\Phi'}\right)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial\overline{\Phi}}{\partial z}-\overline{v'_z\Phi'}\right)+S_\Phi \tag{2.26}$$

2.2.4 Turbulentná a efektívna viskozita

Odlišný postup úpravy rovníc (2.23) zavedením súčiniteľa turbulentnej viskozity opísal Szymkiewicz [40]

$$\overline{v'_i\, v'_j}=-\frac{\mu^T}{\rho}\frac{\partial\overline{v_i}}{\partial x_i}-\frac{\mu^T}{\rho}\frac{\partial\overline{v_j}}{\partial x_i} \tag{2.27}$$

kde: μ^T - súčiniteľ turbulentnej viskozity

i,j - indexy nadobúdajúce kombinácie hodnôt $x,\ y,\ z$

Dosadením (2.27) do (2.23) sa získajú makroskopické Navier-Stokesove rovnice tvar

$$\overline{f}_x-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial x}+\frac{1}{\rho}\left(\mu+\mu^T\right)\Delta v_x=\frac{\partial\overline{v}_x}{\partial t}+\bar{v}_x\frac{\partial\overline{v}_x}{\partial x}+\bar{v}_y\frac{\partial\overline{v}_x}{\partial y}+\bar{v}_z\frac{\partial\overline{v}_x}{\partial z}$$

$$\overline{f}_y-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\left(\mu+\mu^T\right)\Delta v_y=\frac{\partial\overline{v}_y}{\partial t}+\bar{v}_x\frac{\partial\overline{v}_y}{\partial x}+\bar{v}_y\frac{\partial\overline{v}_y}{\partial y}+\bar{v}_z\frac{\partial\overline{v}_y}{\partial z} \tag{2.28}$$

$$\overline{f}_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\overline{p}}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\left(\mu+\mu^T\right)\Delta v_z=\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial t}+\bar{v}_x\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial x}+\bar{v}_y\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial y}+\bar{v}_z\frac{\partial\overline{v}_z}{\partial z}$$

kde: Δ - Laplaceov operátor.

Rovnice (2.28) sú formálne podobné s rovnicami (2.5). Vplyv fluktuácií sa premietol do turbulentnej viskozity. Z experimentov vyplýva, že $\mu^T >> \mu$. Koeficient μ^T nadobúda hodnotu okolo 1 kg.m^{-1}.s^{-1}, čo je o tri rády viac ako koeficient dynamickej viskozity [39]. Výsledná efektívna viskozita je daná súčtom turbulentnej a dynamickej viskozity, ale je prevažne určovaná turbulentnou viskozitou. Turbulentná viskozita je daná charakterom prúdenia vody a nie fyzikálnymi vlastnosťami vody, ktoré určujú dynamickú viskozitu.

2.2.5 Modely pre turbulentné prúdenie tekutiny – Boussinesqov prístup

Základným princípom pri modelovaní turbulencie je princíp turbulentnej viskozity. Boussinesquov prístup je založený na predpoklade, že turbulentné napätia sú úmerné gradientu rýchlostí

$$-\overline{v_i' v_j'} = \frac{\mu_t}{\rho}\left(\frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \tag{2.29}$$

kde: μ_t - turbulentná viskozita (nezávisí od vlastností kvapaliny ako dynamická viskozita, ale od charakteru prúdenia)

k - kinetická energia turbulencie na jednotku hmotnosti kvapaliny

δ_{ij} - Kroneckerovo delta

Rovnica (2.29) je rozšírením rovnice (2.27) o energetické členy turbulencie. Kinetická energia turbulencie je definovaná podľa [33] vzťahom

$$k = \frac{1}{2}\left(\overline{v_x' v_x'} + \overline{v_y' v_y'} + \overline{v_z' v_z'}\right) \tag{2.30}$$

Podobne je definovaná disipácia kinetickej energie

$$\varepsilon = -\nu \left(\begin{array}{l} \overline{\left(\frac{\partial v_x'}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v_x'}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v_x'}{\partial z}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v_y'}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v_y'}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v_y'}{\partial z}\right)^2} + \\ + \overline{\left(\frac{\partial v_z'}{\partial x}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v_z'}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial v_z'}{\partial z}\right)^2} \end{array} \right) \tag{2.31}$$

Rovnice v tvare (2.26) pre energetické veličiny definované vzťahmi (2.30) a (2.31) sú základom *k*-*ε* modelov pre opis turbulentného prúdenia [32].

2.3 ZÁKLADY MODELOVANIA PRÚDENIA VODY V OTVORENÝCH KORYTÁCH

2.3.1 Všeobecná metodika matematického modelovania

Matematické modelovanie môžeme vo všeobecnosti rozdeliť do týchto realizačných etáp:

1. *Zjednodušenie opisu modelovaného systému* tak aby boli uvažované iba rozhodujúce vlastnosti systému. Úplný opis modelovaného systému je veľmi zložitý a prakticky neriešiteľný. Typickým zjednodušením je zníženie rozmeru riešeného modelu. Hoci reálny okolitý svet je 3-rozmerný, je logické opisovať prúdenie v riekach ako 1-rozmerný systém a prietočné nádrže ako 2-rozmerný systém.
2. *Voľba opisu systému na báze fyzikálnych rovníc* vhodných pre numerické riešenie
3. *Diskretizácia fyzikálnych rovníc*
4. *Voľba schematizácie modelovanej oblasti* a vytvorenie náhradnej výpočtovej siete na báze konečných diferencií alebo konečných prvkov. Modely založené na báze konečných diferencií sú síce jednoduchšie ale neumožňujú detailný opis modelovanej oblasti. Táto nevýhoda sa dá čiastočne redukovať prechodom od pravouhlých ku krivočiarym súradnicovým systémom [33]. Modely na báze konečných prvkov sú podstatne zložitejšie ale umožňujú lepší opis modelovanej oblasti a podstatne jednoduchšie zahusťovanie výpočtovej siete vo vybranej oblasti modelovaného systému.
5. *Vytvorenie všeobecného numerického modelu* s potrebnou stabilitou výpočtu
6. *Odladenie modelu* na viacerých sadách kontrolných meraní. Pokiaľ nie sú k dispozícii potrebné kontrolné merania, môže sa použiť na získanie kontrolných údajov už iný verifikovaný model.
7. *Zostavenie matematického modelu* pre konkrétnu modelovanú oblasť
8. *Kalibrácia modelu* pre už konkrétnu modelovanú oblasť na základe potrebného počtu kontrolných meraní. Počet kontrolných meraní nesmie byť menší ako počet neznámych hydraulických parametrov systému.

9. *Verifikácia nakalibrovaného modelu* pre konkrétnu modelovanú oblasť na sade kontrolných meraní iných ako boli použité pri kalibrácii modelu
10. *Aplikácia verifikovaného modelu* na požadované hydrologické alebo hydraulické postupnosti udalostí, ktoré sa často označujú ako scenáre výpočtu. Skúma sa tak odozvu modelu (ako náhrady modelovaného reálneho systému) na zadávané vstupy do modelu (zmena vonkajších vplyvov na modelovaný systém).

Etapy 1. až 6. sú typické pre vývoj modelu a etapy 7. až 10. sú charakteristické pre aplikáciu modelu v praxi.

2.3.2 Okrajové a počiatočné podmienky riešenia

Základom matematického modelovania prúdenia v tokoch je numerické riešenie fyzikálnej rovnice opisujúcej prúdenie vody v modelovanom úseku.
Podľa časového priebehu sa rozdeľujú prebiehajúce deje na:

- ustálené, hodnoty všetkých premenných popisujúcich prúdenie sú funkciami iba priestorových súradníc a nemenia sa v čase,
- neustálené, hodnoty všetkých premenných opisujúcich prúdenie sú funkciami času a priestorových súradníc.

Model ustáleného prúdenia je jednoznačne definovaný okrajovými podmienkami riešenia a pri vlastnom riešení sa postupuje od známych hodnôt (okrajových podmienok) k neznámym, ktoré sú výsledkom matematického modelu (Obr. 2.2).

Okrajové podmienky modelu sú umiestnené na kraji (hranici) modelu a musia byť definované v každom okamihu simulovanej periódy.

Okrajové podmienky rozdeľujeme podľa ich charakteru na:

- 1. typu – *Dirichletova* – známa kóta vodnej hladiny
- 2. typu – *Neumannova* – známy je prietok
- 3. typu – *Cauchyho* – známy je vzťah Q/h kóty vodnej hladiny a prietoku vody
- doplňujúce externé hodnoty ako je napríklad externý prítok vody

Hodnoty okrajových podmienok predstavujú:

- konštantné hodnoty – ustálené prúdenie
- časové rady hodnôt – neustálené prúdenie

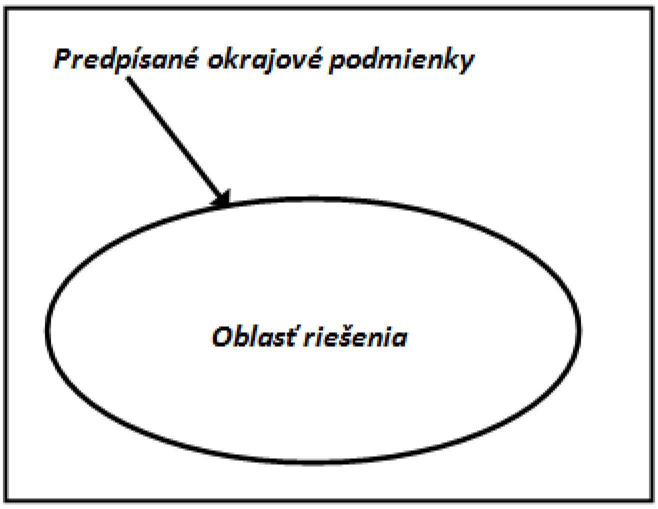
Okrajové podmienky pre rieky rozdeľujeme na horné (*upstream boundaries*) a dolné (*downstream boundaries*).

Typickými príkladmi pre horné okrajové podmienky sú:

- konštantný prietok z nádrže
- prietokový hydrogram (*discharge hydrograph*) – prietok ako funkcia času $Q = f(t)$

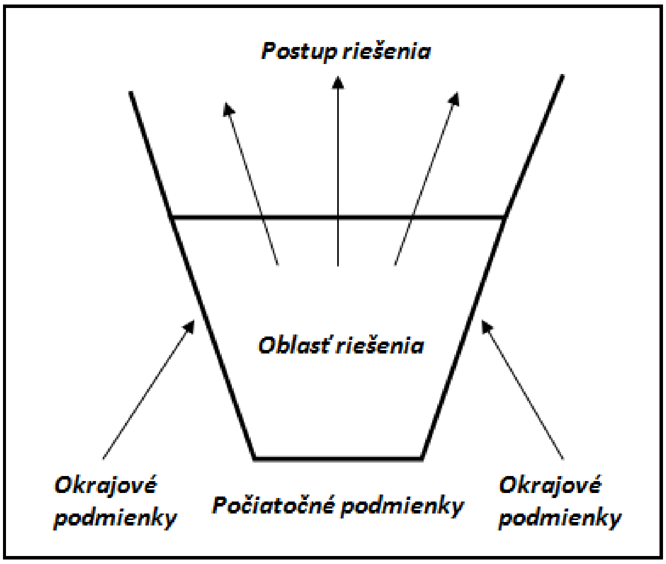
Typickými príkladmi pre dolné okrajové podmienky sú:

- konštantná hodnota vodnej hladiny, napr. objekt s veľkou akumulačnou kapacitou
- časový priebeh vodnej hladiny $h = f(t)$ (*time series*), napr. na sútoku Váhu a Dunaja
- prietoková krivka (*rating curve Q/h*), napr. merná krivka v danom profile



Obr. 2.2. Schéma riešenia úloh ustáleného prúdenia

Model neustáleného prúdenia je okrem okrajových podmienok definovaný aj počiatočnými podmienkami. Počiatočné podmienky sú hodnoty všetkých premenných na počiatku riešenia (napr. v čase $t = 0$).



Obr. 2.3. Schéma riešenia úloh neustáleného prúdenia

Pokiaľ tieto hodnoty sú známe iba na okraji modelovanej oblasti, môžu sa doplniť výpočtom pomocou modelu ustáleného prúdenia. Vlastný výpočet potom prebieha od hodnôt známych v časovom kroku t k neznámym hodnotám v čase posunutom o časový krok výpočtu $t + \Delta t$ (Obr. 2.3).

Počiatočné podmienky (*Initial Conditions*) musia byť známe na začiatku simulačnej periódy.

Metódy stanovenia počiatočných podmienok rozdeľujeme na:

- ručné zadanie špecifikácie lokálnych a globálnych hodnôt
- hodnoty zadané ako výsledok výpočtu ustáleného prúdenia vody
- výsledky získané ako výsledok inej simulácie – tzv. horúci štart *„hot start"*

Dôležité je si uvedomiť vplyv počiatočných podmienok na výsledok simulácie a podľa toho stanoviť stratégiu špecifikovania počiatočných podmienok.

2.3.3 Programová realizácia matematického modelu

Programová realizácia matematického modelu sa môže rozdeliť na časti:

a) *preprocessing* – príprava potrebných vstupov do modelu, import údajov z GIS, definovanie požadovaných výstupov z modelu,

b) *processing* – vlastný výpočet – obyčajne riešený ako *black box*, využívajú sa programy realizované v nevizuálnych programových prostriedkoch (napr. FORTRAN),

c) *postprocessing* – spracovanie výstupov z modelu, export do systémov na ďalšie spracovanie údajov (GIS).

Časová mierka modelovaných hydrodynamických dejov je veľmi široká. Počnúc povodňami, keď stačí modelový krok rádovo v hodinách a končiac sekundami pri náhlych manipuláciách na energetických objektoch.

Problematika modelovania prúdenia vody je úzko prepojená s ostatnými procesmi prebiehajúcimi v tokoch ako sú napríklad:

- morfológia tokov − zmena tvaru koryta, transport sedimentov ([10],[13]),
- šírenie znečistenia v tokoch (ropné, chemické – rozpustné látky, rádioaktívne – polčas rozpadu),
- interakcia melioračných kanálov s podzemnou vodou ([36],[37]).

Na súčasné riešenie uvedených problematík sa využíva metóda riešenia *STEP BY STEP*, ktorá je založená na rozdelení modelovaného procesu na relatívne samostatné časti:

1. krok – modelovanie hydraulických dejov pri konštantných hodnotách nehydraulických veličín,
2. krok – modelovanie nehydraulických dejov pri konštantných hodnotách hydraulických veličín vypočítaných v 1. kroku modelovania.

Modelovanie prúdenia vody slúži ako prostriedok na generovanie vstupov pre vedné odbory orientované na využitie otvorených korýt ako napr.:

- vodných ciest − plavebná prevádzka požadujúca informácie o výške hladiny (hĺbka vody v brodových úsekoch), sklone hladiny a rýchlosti prúdenia vody [9],
- energetických kanálov − transport vody ako nosiča hydropotenciálu k miestu premeny vodnej energie na elektrickú – hydroenergetika [9].

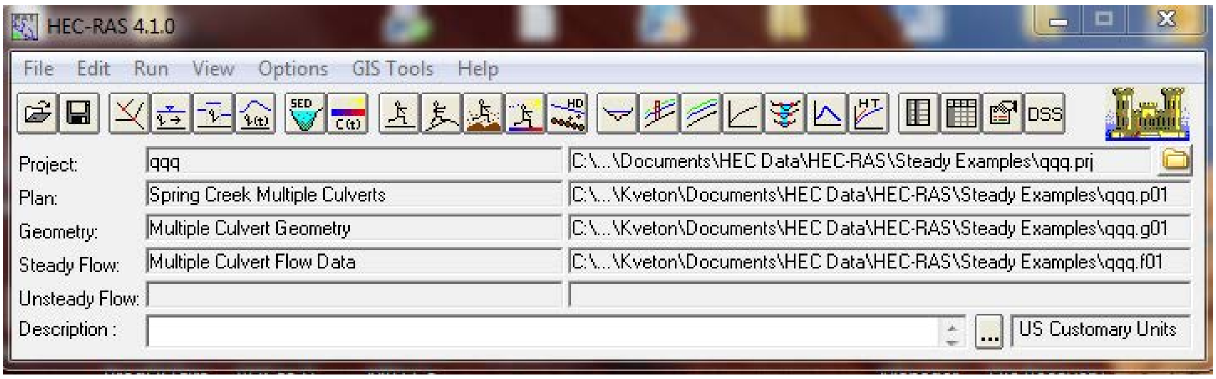
2.3.4 Modelovací nástroj HEC-RAS a jeho logická výstavba

Program HEC-RAS slúži na systém na analýzu prúdenia vody v riekach (***RAS*** - ***R****iver* ***A****nalysis* ***S****ystem*). Je priebežne vyvíjaný U.S. Army Corps of Engineers **H**ydrologic **E**ngineering **C**enter (*HEC)* už od roku 1995 a dnes je užívateľom prístupná verzia 4.1. Základná verzia programu je pre nekomerčné využívanie verejne dostupná a je veľmi rozšírená hlavne v univerzitnom prostredí.

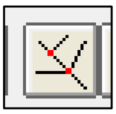
Obr. 2.4. Základné informácie o najpoužívanejšom 1D modelovacom nástroji

O tom, že tvorcovia programu HEC-RAS si stanovujú pre seba ďalšie a zložitejšie úlohy svedčí aj fakt, že v máji 2014 bola uvoľnená beta verzia programu HEC-RAS 5.0 s prostriedkami už aj na 2D modelovanie.

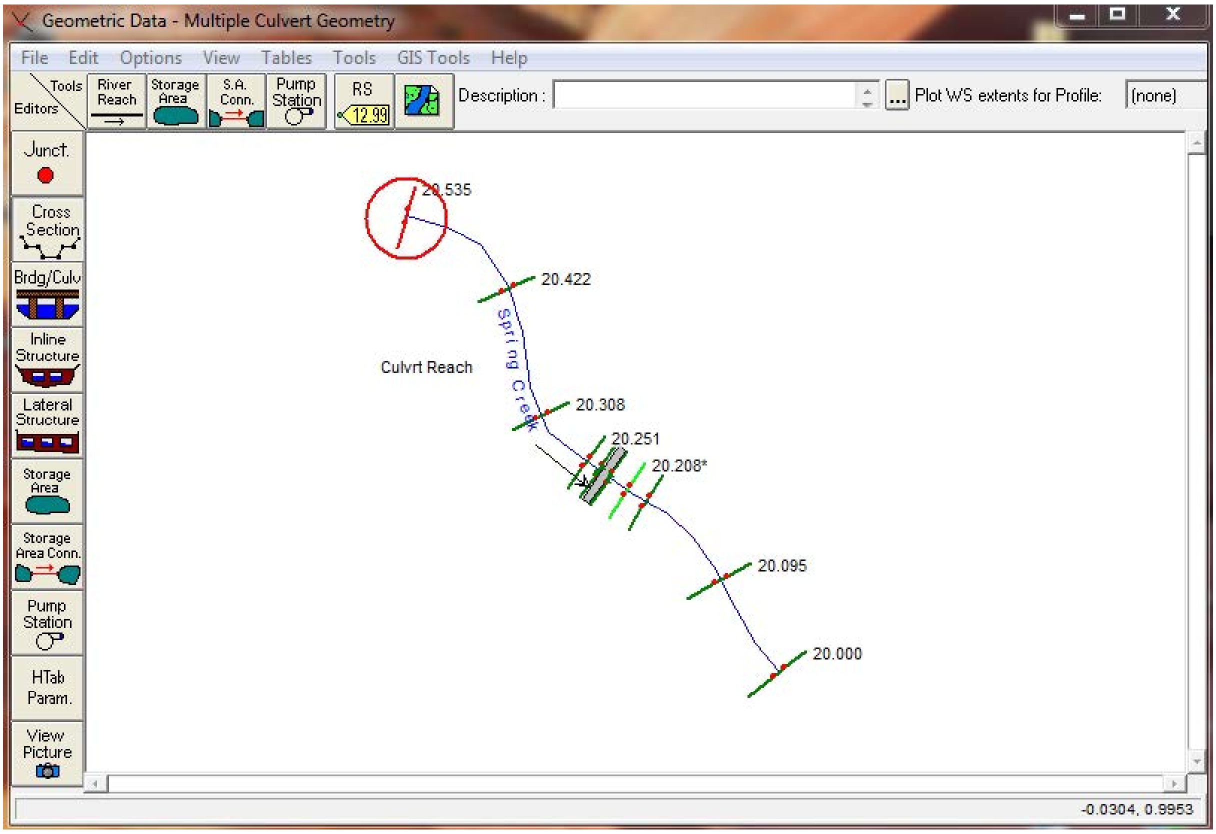
Základnou užívateľskou jednotkou je projekt (*Project*), ktorý obsahuje údaje o geometrii modelovanej oblasti, o objektoch na toku a scenári modelovanej udalosti (Obr. 2.5).



Obr. 2.5. Hlavné menu programu HEC-RAS



Príprava geometrických údajov k realizovanému projektu (*Edit/Enter geometric data*) je podporovaná grafickými prostriedkami a veľkým množstvom užitočných nástrojov.



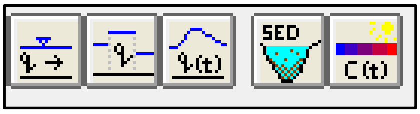
Obr. 2.6. Prostredie vkladania geometrických údajov

Logická výstavba štruktúry geometrických údajov pre časť toky pozostáva z grafického definovania rieky (*River*), úseku rieky (*Reach*), jednotlivých priečnych profilov (*Cross Section*) a sútokov (*Junctions*).

Vkladanie a úprava údajov o objektoch v modelovanej oblasti je realizované v moduloch (Obr. 2.6):

1. Mosty a priepusty (*Bridges and Culverts*)
2. Štruktúry v tokoch (*Inline Structures*)
3. Postranné (*laterálne*) štruktúry na tokoch (*Lateral Structures*)
4. Nádrže, vodozáchytné objekty (*Storage Areas*)
5. Prepojenia nádrží a vodozáchytných objektov (*Storage Areas Connections*)
6. Čerpacie stanice (*Pump Stations*)
7. Tabuľky hydraulických parametrov pre neustálené prúdenie (*Hydraulic Table Parameters for Unsteady Flow*)

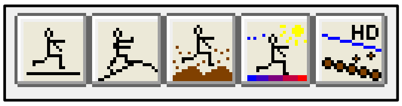
Po vložení údajov o geometrii modelu je ďalším krokom budovania modelu vytvorenie scenára modelu (*Profile*), ktorý obsahuje napríklad pre ustálené prúdenie údaje o zmenách v prietoku v jednotlivých úsekoch (*Flow Change Location*) a okrajových podmienkach na jednotlivých úsekoch (*Reach Boundary Condition*). V ostatných prípadoch je potrebné zadať aj ďalšie problémovo orientované špecifické parametre, ktoré sú popísané v užívateľskej dokumentácii k programu.



Obr. 2.7. Špecifické ikony vyjadrujúce charakter zadávaných scenárov

V programe HEC-RAS je možné zadať špecifické scenáre (Obr. 2.7) pre:

1. Ustálené prúdenie (*Steady flow data*).
2. Kvázi neustálené prúdenie (*Quasi-unsteady flow data*).
3. Neustálené prúdenie (*Unsteady flow data*).
4. Okrajové podmienky pre transport sedimentov (*Sediment boundary conditions*).
5. Okrajové podmienky pre teplotu vody (*Water temperature boundary conditions*), výstižnejší názov modulu by mal byť „Okrajové podmienky pre zmenu kvality vody".



Obr. 2.8. Moduly zabezpečujúce vlastný výpočet – processing

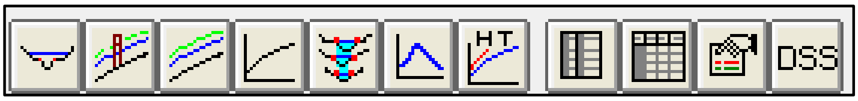
Vlastný výpočet musí byť realizovaný v súlade so zadaným scenárom, podľa ktorého prebieha požadovaný výpočet (Obr. 2.8):

1. Simulácia ustáleného prúdenia (*Steady flow simulation*).
2. Simulácia neustáleného prúdenia (*Unsteady flow simulation*).
3. Simulácia transportu sedimentov (*Sediment transport simulation*).
4. Simulácia zmien kvality vody (*Water quality simulation*).
5. Výpočet návrhových hydraulických parametrov (*Hydraulic design computation*).

Výsledky výpočtov program HEC-RAS ponúka spracovať v kvalitnej grafickej forme, prípadne aj v tabuľkovej forme cez špecializované aplikačné moduly (Obr. 2.9):

1. Zobraz výsledky v priečnom profile (*View cross section*).
2. Zobraz výsledky v pozdĺžnom profile (*View profiles*).
3. Zobraz všeobecný graf pre daný scenár (*View General Profile Plot*).
4. Zobraz vypočítané konzumpčné krivky (*View computed rating curves*).

5. Zobraz 3D graf s mnohonásobnými priečnymi profilmi (*View 3D multiple cross section plot*).
6. Zobraz hydrogram polohy hladiny a prietoku (*Stage and Flow Hydrographs*).
7. Grafy z tabuliek hydraulických vlastností (*Hydraulic property table plots*).
8. Zobraz podrobné výstupy pre profil, ... (*View detailed output at XS*, ...).
9. Zobraz súčtové tabuľky výstupov po priečnych profiloch (*View summary output tables by profile*).
10. Prehľad chybových hlásení, ...(*Summary of errors,...*).
11. Zobraz DDS údaje (*View DDS data*).



Obr. 2.9. Moduly zabezpečujúce spracovanie výsledkov výpočtu – postprocessing

Grafické výstupy z programu možno *zoomovať*, tlačiť a uložiť na ďalšie spracovanie do *Clipboard-u*. Lepšie výsledky sa dosahujú kopírovaním obrazovky cez funkciu *Print Screen*.

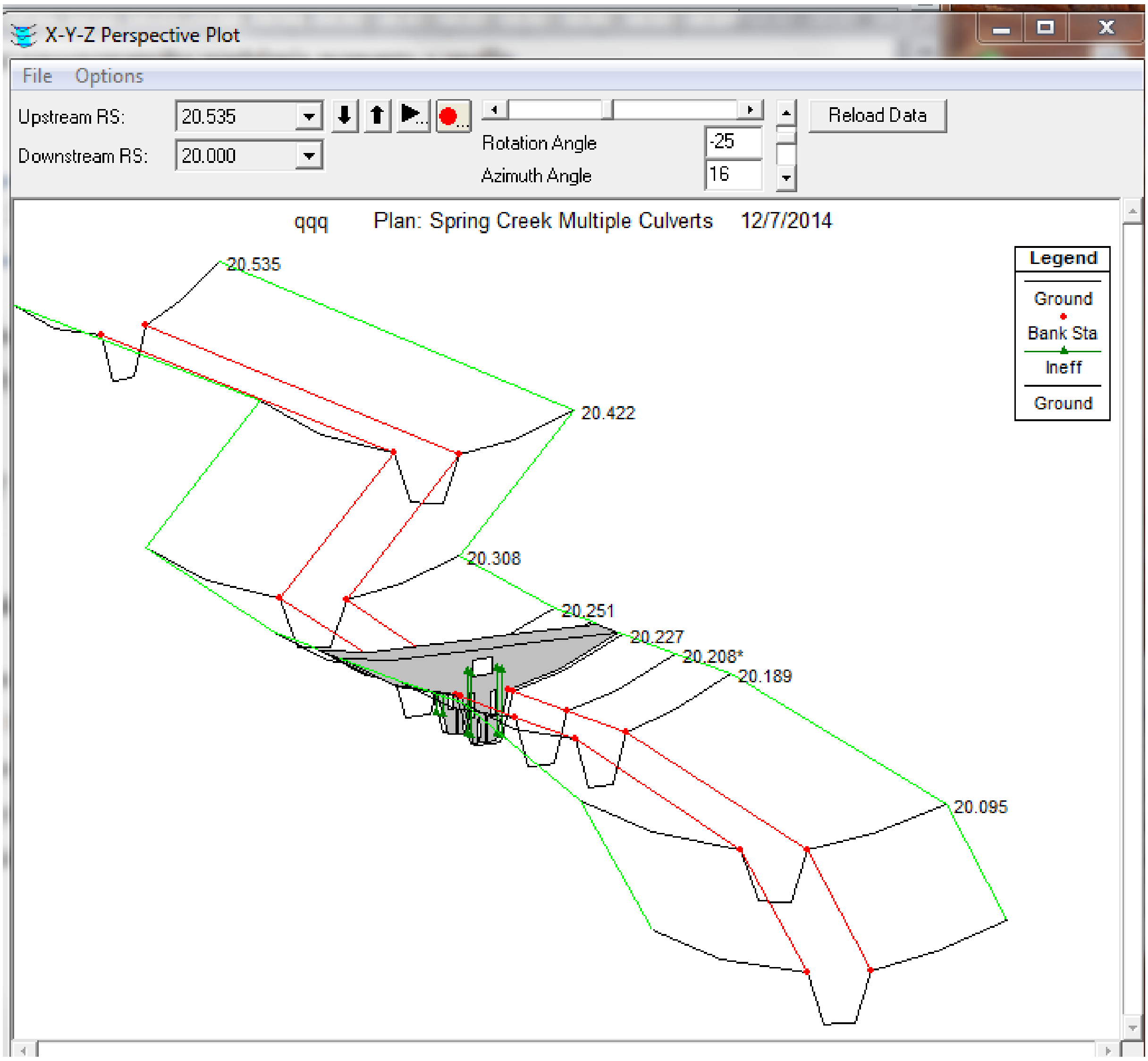
Odlišné označovanie premenných v anglosaskej literatúre (v programe HEC-RAS) oproti označovaniu používanému na Slovensku je popísané v transformačnej tabuľke Tab. 2.1.

Tabuľka 2.1. Transformačná tabuľka označovania hydraulických premenných

SK premenná	**SK označenie**	**EN označenie**	**EN premenná**
Prietočná plocha	S	A	Area
Omočený obvod	O	P	Wetted perimeter
Sklon dna	i_0	S_0	Bottom slope
Sklon čiary energie	i_e	S_f	Friction slope

Na záver tejto časti je na Obr. 2.10 ukážka toho, ako sa dá z minima vyťažiť maximum. 3D graf môžete rotovať v 2 smeroch, môžete si vybrať požadovaný výrez v potrebnom natočení.

Pre prípad simulácie nerovnomerného prúdenia si môžete grafický výstup postupne krokovať, prípadne spustiť animáciu prebiehajúcich procesov. Takýto výstup má vysokú výpovednú hodnotu hlavne pre proces transformácie povodňovej vlny cez modelovanú oblasť (postup zaplavovania inundačných území).



Obr. 2.10. 3D graf príkladu viacnásobného priepustu umiestneného v toku

3 JEDNOROZMERNÉ MODELOVANIE PRÚDENIA VODY

Kanály a rieky ako vodohospodárske objekty patria do skupiny otvorených korýt. V ďalšom bude uvedená stručná charakteristika otvorených korýt a prúdenia vody v nich. Hoci matematické modely by mali byť úplne univerzálne, niektoré zjednodušenia pri prechode od matematického popisu 3D prúdenia k 1D prúdeniu si vyžadujú hlbšiu analýzu.

3.1 TEORETICKÉ ZÁKLADY 1D MODELOVANIA

Odvodenie základných rovníc pre prípad 2D prúdenia vody v plytkých korytách je uvedené v časti 4.2. Prechod od rovníc 2D prúdenia k rovniciam 1D prúdenia vody je v časti 3.1.5 tejto kapitoly.

3.1.1 Klasifikácia otvorených korýt a prúdenia v nich

Otvorené korytá sa delia podľa zmeny tvaru prietokového prierezu po dĺžke toku na dve základné skupiny [29]:

a) *prizmatické korytá*, pri ktorých zostávajú všetky geometrické charakteristiky koryta konštantné po dĺžke toku, patria sem hlavne umelé kanály a upravené vodné toky,

b) *neprizmatické korytá*, ktorých tvar a rozmery sa po dĺžke toku menia, typickými predstaviteľmi sú neupravené prirodzené toky.

Otvorené korytá je užitočné rozdeliť podľa spôsobu ich vzniku a tvaru prierezu koryta na:

a) *umelé korytá pravidelného tvaru*
   - jednoduché, s homogénnymi hydrodynamickými vlastnosťami
   - zložené, skladajúce sa z jednotlivých častí prietokového profilu s odlišnými hydraulickými vlastnosťami,

b) *prírodné korytá*, majú nepravidelný tvar, pri modelovaní ich tvar čiastočne idealizujeme.

Prúdenie v otvorených korytách sa delí na:

a) *neustálené (nestacionárne) prúdenie,* pri ktorom prietok Q, stredná prierezová rýchlosť v, hĺbka y závisia vo všeobecnosti od dĺžkovej súradnice x a od času t

$$Q = Q(x,t) \qquad v = v(x,t) \qquad y = y(x,t)$$

b) *ustálené (stacionárne) prúdenie* je charakterizované hydraulickými veličinami, ktoré sa nemenia s časom. Prierezová rýchlosť môže byť len funkciou dĺžkovej súradnice, mení sa pozdĺž toku alebo je konštantná:

- *ustálené nerovnomerné prúdenie* (neprizmatické korytá)

$$Q = const \qquad v = v(x) \qquad y = y(x)$$

- *ustálené rovnomerné prúdenie* (prizmatické korytá)

$$Q = const \qquad v = const \qquad y = const$$

V prírode sa vo vodných tokoch vyskytuje takmer výlučne nestacionárne prúdenie, ktoré charakterizujú stále časové zmeny prietokov a prípadné zmeny tvarou prietokového prierezu. Pokiaľ sú tieto zmeny veľmi malé a plynulé, potom na takéto prúdenie vody aj v prirodzených tokoch možno aplikovať teóriu ustáleného prúdenia. Pri väčších alebo náhlych zmenách musíme pristúpiť k modelovaniu neustáleného prúdenia v toku.

3.1.2 Základné hydraulické charakteristiky koryta

Koryto vodného toku sa opisuje postupnosťou priečnych profilov s definovaným umiestnením v priestore. V prípade 1D modelovania sa priestorové umiestnenie redukuje na vzdialenosť profilov označovanú ako staničenie profilov a kóty dna a brehov jednotlivých profilov. Spojením uvedených údajov v grafickej forme sa získa pozdĺžny profil koryta. Lokálna charakteristika toku je daná geometrickým tvarom koryta a drsnosťou dna. Pre ustálený prietok korytom Q sa potom definuje:

S	prietočná plocha	[m^2]	
O	omočený obvod	[m]	
R	hydraulický polomer	[m]	$R = S/O$
			(3.1)
v	priemerná profilová rýchlosť	[m.s^{-1}]	$v = Q/S$
K	modul prietoku	[m^3.s^{-1}]	$Q = K.\sqrt{i_e} = CS.\sqrt{R.i_e}$
C	Chézzyho rýchlostný súčiniteľ	[m^{0,5}.s^{-1}]	C
	(vyjadrenie podľa Manninga)		$C = \frac{1}{n} R^{1/6}$
i_0	sklon dna koryta	[-]	
i_e	sklon čiary energie	[-]	
y	hĺbka vody v profile	[m]	
n	koeficient drsnosti dna	[-]	
α	Coriolisov koeficient	[-]	

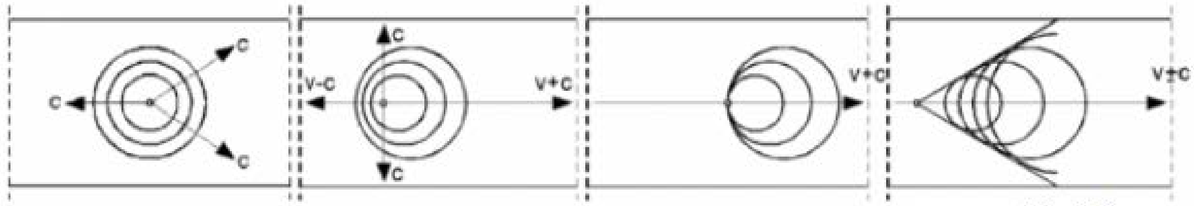
Hĺbka vody v profile y a priemerná profilová rýchlosť prúdenia vody v sú navzájom previazané podmienkou riečneho prúdenia

$$v < \sqrt{\frac{g}{\alpha} y} \tag{3.2}$$

Prúdenie vody v otvorených korytách rozdeľujeme na riečne prúdenie (*Subcritical Flow*) a bystrinné prúdenie (*Supercritical Flow*). Deliaca hranica je hodnota Froudovho čísla (*Froude number*) daná vzťahom

$$F_r = \frac{v}{c} = \frac{v}{\sqrt{gh}} \tag{3.3}$$

kde je v hodnota priemernej profilovej rýchlosti a c charakteristická rýchlosť propagácie vodnej vlny. Charakter prúdenia vody v závislosti od hodnoty Froudovho čísla je popísaný a graficky znázornený na Obr. 3.1.



Obr. 3.1. Charakteristika prúdenia vody podľa hodnoty Froudovho čísla

Vzťah (3.2) sa často označuje ako podmienka pre podkritické prúdenie, aj keď presnejšie vyjadrenie ako prúdenie s hĺbkou väčšou ako je kritická hĺbka, čo môžeme prepísať do tvaru

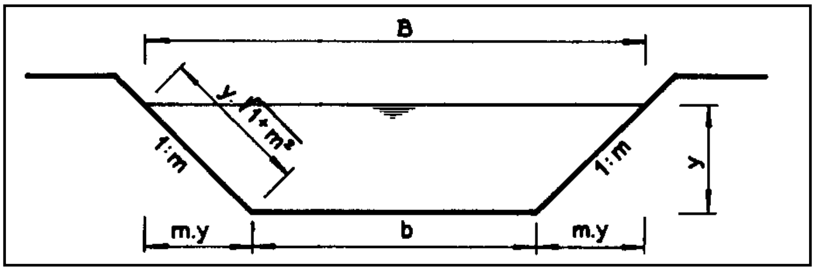
$$h > h_{kr} = \frac{\alpha v_{kr}^2}{g} = \frac{\alpha Q^2}{g S^2} \tag{3.4}$$

Prietočná plocha S je funkciou hĺbky vody v profile a vzťah (3.5) je najjednoduchším príkladom nelinearity hydraulických dejov, pričom hodnota kritickej hĺbky rozdeľuje správanie systému na dva kvalitatívne odlišné stavy – riečne a bystrinné prúdenie.

Pre jednoduché koryto ako je napr. koryto lichobežníkového prierezu (Obr. 3.2) je výpočet hodnôt (3.1) jednoduchý a redukuje sa na stanovenie hodnôt S a O a na dosadenie do vzorcov (3.1), pričom

$$S = b.y + m.y^2 \qquad O = b + 2.y.\sqrt{1+m^2} \tag{3.5}$$

Ďalší krok k zovšeobecneniu výpočtu hydraulických charakteristík koryta je prechod na výpočet zloženého profilu (Obr. 3.3). Vzorce (3.1) sú v tomto prípade aplikovateľné iba pre jednotlivé časti zloženého profilu a pre potreby výpočtu je nutné vytvoriť mechanizmus prechodu od lokálnych charakteristík častí profilu ku globálnym charakteristikám profilu.



Obr. 3.2. Jednoduché koryto lichobežníkového prierezu

Parametre profilu *S, O* a *Q* sú aditívne

$$S = \sum_i S_i \qquad O = \sum_i O_i \qquad Q = \sum_i Q_i \tag{3.6}$$

Po dosadení do rovnice pre výsledný prietok *Q* vyjadrenie cez modul prietoku *K* sa získa vzťah

$$K.\sqrt{i_e} = \sum_i K_i.\sqrt{i_{ei}} \tag{3.7}$$

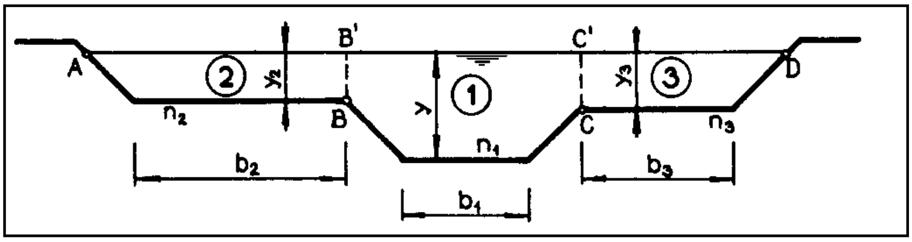
Za predpokladu rovnakého sklonu čiary energie v jednotlivých častiach profilu sa môže písať aj pre modul prietoku

$$K = \sum_i K_i \tag{3.8}$$

Modul prietoku *K* je spoločnou prietokovou charakteristikou profilu pre zadanú hodnotu hĺbky vody. Hydraulický polomer *R* zloženého koryta v tomto prípade stráca svoj význam.

Tabuľka 3.1. Hodnoty parametrov k Obr. 3.3

Parameter		Časť 1	Časť 2	Časť 3
Šírka v dne	b [m]	25	60	35
Hĺbka	y [m]	4,2	1,7	2,2
Drsnosť dna	n	0,025	0,050	0,040
Sklon svahov	1:m	1:2	1:2	1:2
Pozdĺžny sklon dna	i_0	0,0009	0,0009	0,0009



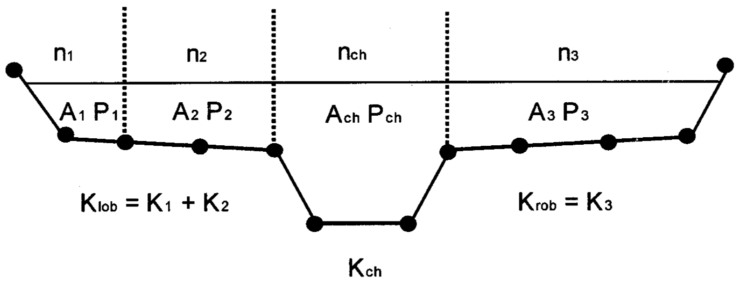
Obr. 3.3. Hydraulicky zložený prierez

Spätným prechodom od globálneho riešenia k lokálnym charakteristikám sa získa rozdelenie prietoku a rýchlosti v jednotlivých častiach zloženého profilu

$$Q_i = \frac{K_i}{K} Q \qquad v_i = \frac{Q_i}{S_i} \tag{3.9}$$

Vo väčšine prípadov, tak ako aj v programe HEC-RAS, stačí na modelovanie neustáleného prúdenia vody rozdeliť priečny profil na 3 časti:

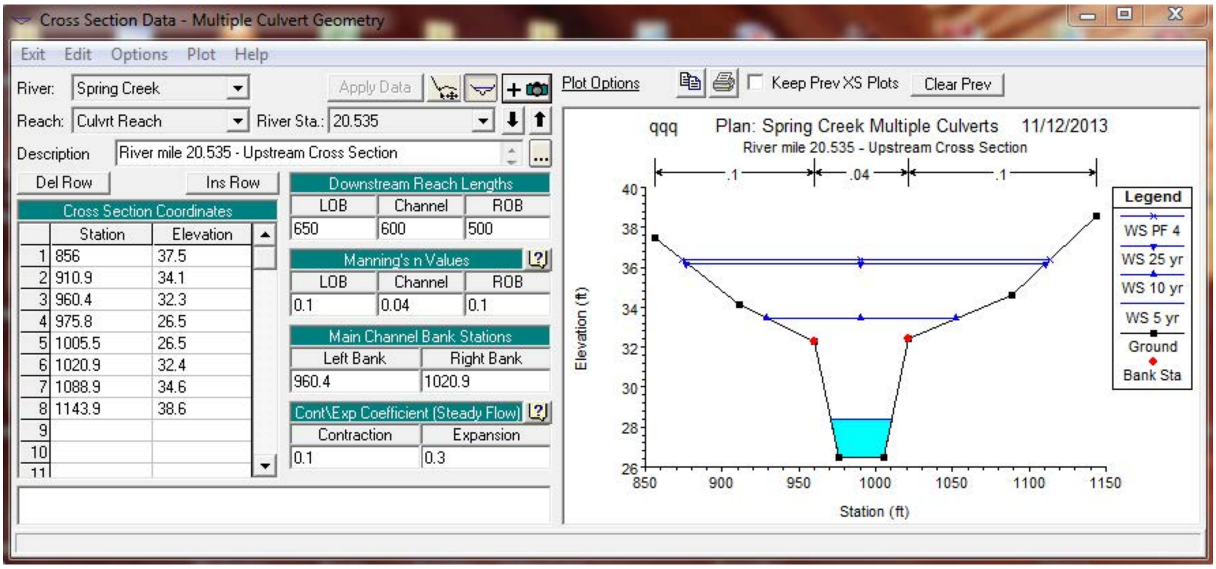
1. hlavný kanál (*main channel*) – dolný index *ch*
2. ľavá inundácia (*left overbanking*) – dolný index *lob*, časť profilu naľavo od hlavného kanála
3. pravá inundácia (*right overbanking*) – dolný index *rob*, časť profilu napravo od hlavného kanála



Obr. 3.4. Schéma zloženého prierezu používaná v programe HEC-RAS

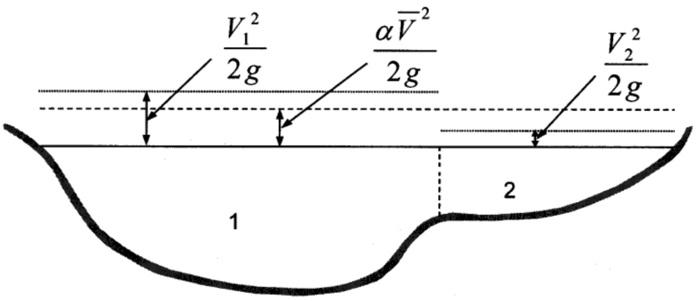
Všetky potrebné údaje o geometrii a fyzikálnych vlastnostiach profilu sa vkladajú v okne *Cross Section Data*. V ľavej časti okna sa vkladajú numerické hodnoty (Obr. 3.5).

V pravej grafickej časti okna môžeme kontrolovať správnosť vkladaných údajov.



Obr. 3.5. Schéma zloženého prierezu používaná v programe HEC-RAS

Koeficient nerovnomerného rozdelenia rýchlosti v profile α je počítaný programom podľa schémy na Obr. 3.6.



Obr. 3.6. Schéma zloženého prierezu pre výpočet koeficientu

Vzorec (3.10) bol odvodený na základe váženého priemeru rýchlostných výšok podľa čiastočných prietokov cez jednotlivé časti prietočného profilu a korekčného faktora α pre profilovú rýchlostnú výšku:

$$\alpha\frac{\overline{V}^2}{2g}=\frac{Q_1\frac{V_1^2}{2g}+Q_2\frac{V_2^2}{2g}}{Q_1+Q_2} \tag{3.10}$$

Nerovnomerné rozdelenie rýchlosti prúdiacej vody v profile (tým aj kinetickej energie HECRAS [102]) je charakterizované Coriolisovým koeficientom α, kde

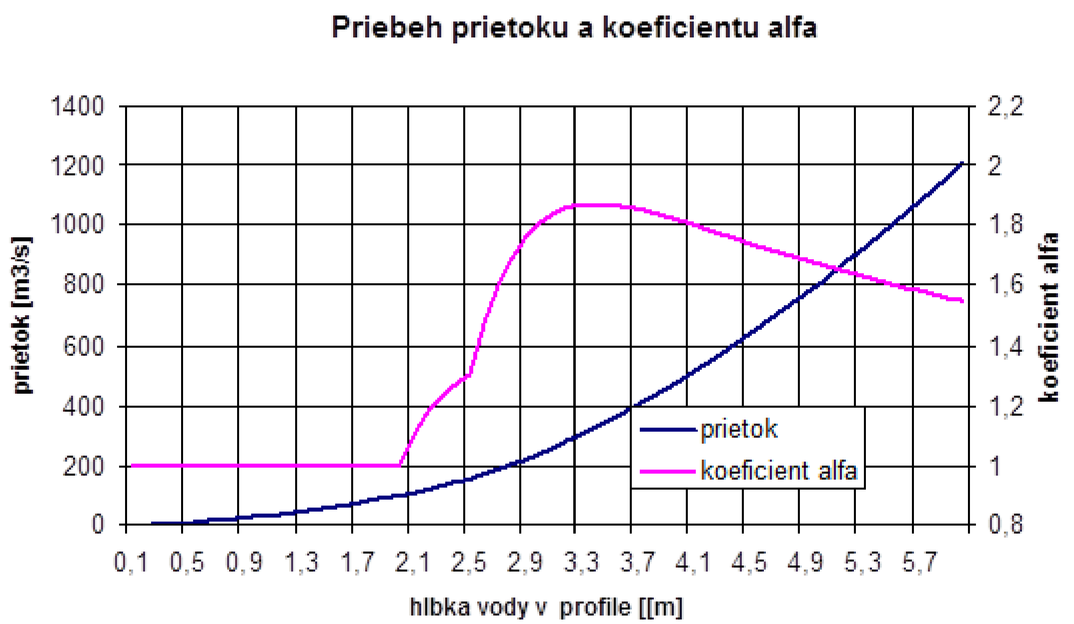
$$\alpha = \frac{\sum_i Q_i v_i^2}{Q.v^2} = \frac{\sum_i S_i.v_i^3}{S.v^3} = \frac{\sum_i K_i.v_i^2}{K.v^2} \tag{3.11}$$

$$\alpha = \frac{\int_A v^3.dA}{A.\overline{V}^3}$$

Priebeh koeficientu α podľa vzorca (3.11) v závislosti od celkového prietoku pre zložený profil z Obr. 3.3 je na Obr. 3.7.

Ako vidieť, skúmaný koeficient nielen narastá, ale môže aj klesať pri vysokých prietokoch. Pokiaľ sa voda nachádza iba v základnom prizmatickom koryte je hodnota α blízka hodnote *1.* Ako náhradná hodnota pre málo členité profily je odporúčaná hodnota $\alpha = 1{,}1$.

Dôležitá hydraulická charakteristika zloženého profilu je jeho celková drsnosť dna, ktorá sa prirodzene mení s výškou hladiny v profile.



Obr. 3.7. Závislosť Coriolisovho koeficientu od celkového prietoku

Vzorce (3.12) opisujú prístupy založené na rôznom spôsobe prevaženia lokálnych drsností dna pomocou prislúchajúcich lokálnych omočených obvodov:

$$\overline{n} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \left(n_i O_i\right)}{O}$$

$$\overline{n} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{k} \left(n_i^{3/2} O_i\right)\right]^{2/3}}{O^{2/3}} \tag{3.12}$$

$$\overline{n} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{k} \left(n_i^{2} O_i\right)}}{\sqrt{O}}$$

Uvedené vzorce vyjadrujú snahu obísť veličinu hydraulický polomer, ktorá ako bolo uvedené, stratila pre zložený profil svoj význam. Použitie pri výpočtoch čiastkových modulov prietoku K_i, tak ako je znázornené na Obr. 3.4, nás úplne zbaví problému stanovenia celkovej drsnosti priečneho profilu.

Posledný krok je prechod na všeobecný profil, ktorý uvedeným formalizmom rozdelíme na N hydraulicky charakteristických častí podľa tvaru koryta alebo stupňa drsnosti. Takéto riešenie je označované ako riešenie po pásoch. Vzorce odvodené v tejto časti pre zložený profil majú plnú platnosť aj pre všeobecný profil.

3.1.3 Matematické modelovanie ustáleného nerovnomerného prúdenia v tokoch

3.1.3.1 Riečne prúdenie

Na matematické modelovanie ustáleného nerovnomerného prúdenia je pre oblasť riečneho prúdenie (*subcritical flow*) vhodná metóda výpočtu po úsekoch a jej zodpovedajúce vzťahy medzi hydraulickými charakteristikami na základe zákona zachovania energie (3.13).

Parametre s indexom *d* sú pre dolný profil a s indexom *h* pre horný profil v rámci modelovaného úseku

$$z_h + \frac{Q^2}{2g}\frac{\alpha_h}{S_h^2} = z_d + \frac{Q^2}{2g}\frac{\alpha_d}{S_d^2} + \left(\frac{Q^2}{K_d^2} + \frac{Q^2}{K_h^2}\right)\frac{l}{2} + c.Q^2\left|\frac{\alpha_h}{S_h^2} - \frac{\alpha_d}{S_d^2}\right| \tag{3.13}$$

$$\Delta z = Q^2\left[\frac{1}{2g}\left[\left(\frac{\alpha_d}{S_d^2} - \frac{\alpha_h}{S_h^2}\right) + c.\left|\frac{\alpha_h}{S_h^2} - \frac{\alpha_d}{S_d^2}\right|\right] + \left(\frac{1}{K_d^2} + \frac{1}{K_h^2}\right)\frac{l}{2}\right] \tag{3.14}$$

1 *2* *3*

kde: Δz - zmena výšky hladiny na úseku $\Delta z = z_h - z_d$

Q - ustálený prietok vody

α - koeficient nerovnomerného rozdelenia prietoku v priečnom profile

c - koeficient strát v dôsledku kontrakcie alebo expanzie toku

S - prietočná plocha profilu

l - dĺžka úseku

K - modul prietoku

Prvý člen rovnice (3.14) zodpovedá zmene kinetickej energie, druhý doplnkovým stratám a tretí pozdĺžnym stratám v dôsledku dnového trenia. Presnosť výpočtu podľa vzorca (3.14) je ovplyvnená správnym nastavením koeficientov α (obyčajne sa používa hodnota *1,1*) a empirických koeficientov strát c v dôsledku kontrakcie alebo expanzie toku (Tab. 3.2 [102]).

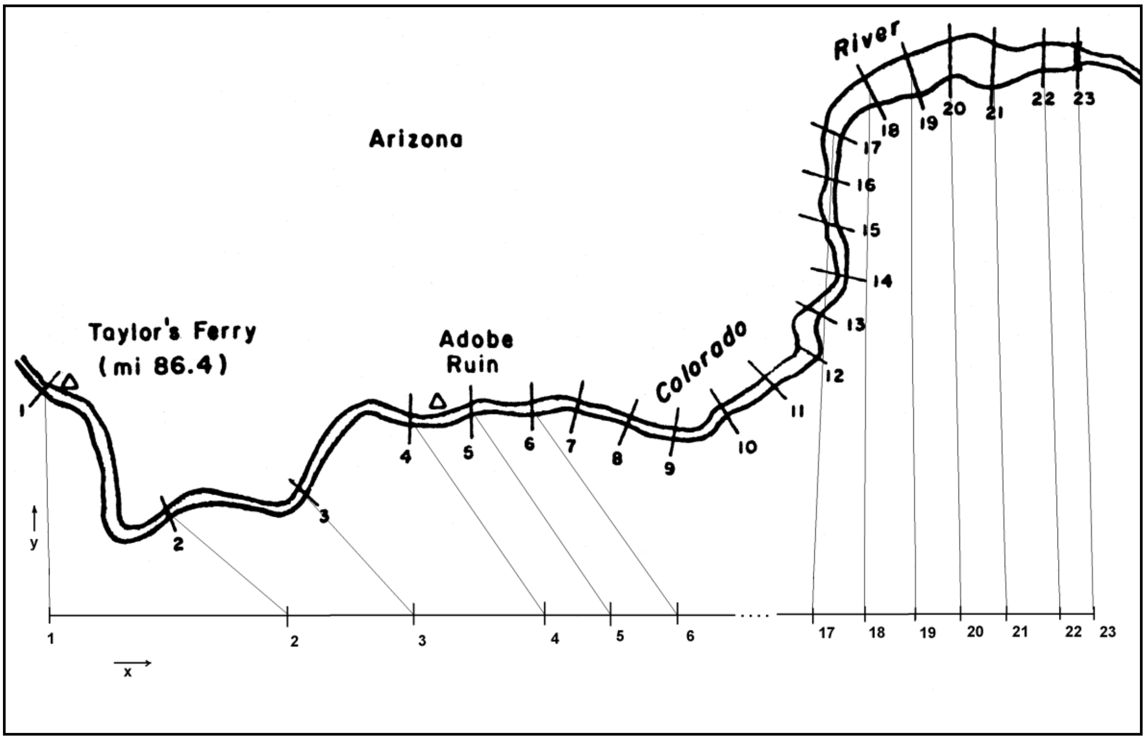
Maximálna hodnota koeficientu strát c môže teoreticky dosiahnuť až hodnotu 1, ale vyššie hodnoty koeficientu *0,3 až 0,8* sú spojené s bystrinným charakterom prúdenia. Doposiaľ uvádzané hodnoty v literatúre ($c = 0$ pre kontrakciu a stredná hodnota pre expanziu $c = 0,5$) bude potrebné prehodnotiť v zmysle Tab. 3.2.

Tabuľka 3.2. Typické koeficienty strát pre ustálené prúdenie vody v tokoch

Zdroj	**Kontrakcia**	**Expanzia**
Požívané pri výpočtoch	0	0,5
Podľa HEC-RAS	0,1	0,3

Princíp transformácie topológie reálneho koryta do prostredia 1D modelovania je na Obr. 3.8. Pozdĺžna súradnica v smere x je rozvinutá hlavná prúdnica toku a jednotlivé profily sú volené kolmo na smer prúdenia vody.

Dolnú okrajovú podmienku tvorí známa kóta hladiny na začiatku matematicky modelovaného úseku. Rovnica (3.14) je nelineárna rovnica s neznámou hodnotou kóty hladiny na konci úseku a rieši sa iteračne.



Obr. 3.8. Princíp transformácie reálneho koryta rieky do prostredia 1D modelovania

Do výpočtu vstupujú hodnoty opisujúce:

a) topológiu toku − zamerané profily s ich staničením,

b) hydraulické parametre modelovaného úseku – koeficient drsnosti dna n a koeficient α vyjadrujúci nerovnomerné rozdelenie rýchlosti v priečnom profile, koeficient kontrakcie alebo expanzie toku c,

c) okrajové podmienky – kóty hladiny na začiatku alebo konci modelovaného úseku,

d) parametre výpočtu – požadovaná presnosť výpočtu ε a maximálny počet iterácií N.

Hydraulické parametre sa môžu určiť:

a) priamo, na základe fyzikálneho merania týchto parametrov v teréne – tento postup je prácny a finančne veľmi náročný,

b) nepriamo, pomocou matematického modelovania z výsledkov meraní napr. hladín pri známom prietoku Q, náklady na meranie nie sú vysoké a získané hodnoty hydraulických parametrov spĺňajúce podmienky úspešnej verifikácie majú ďalej akceptovateľné hodnoty [23],

c) z tabuľkových hodnôt – tieto použijeme prevažne až v prípadoch, keď nemôžeme použiť predchádzajúce postupy, napr. pri hydraulickom výskume iba projektovaných vodných diel.

Rovnica (3.14) opisuje výpočet pre jeden úsek toku. Ďalej sa postupuje v jednom smere výpočtu po úsekoch (napr. proti toku) a postupne sa dopočítavajú všetky hladiny od začiatku modelovaného úseku až na jeho koniec.

Na úspešné modelovanie je dôležité rozdelenie modelovaného toku na úseky pomocou vhodne zvolených priečnych profilov a to hlavne pri zmene:

a) topológie toku – napr. zmena tvaru profilu, sklonu dna,

b) hydraulických parametrov modelovaného úseku – napr. koeficient drsnosti dna n a koeficient α vyjadrujúci nerovnomerné rozdelenie rýchlosti v priečnom profile.

Takýto postup by bol ideálny. V praxi sa však často treba uspokojiť iba s informáciami o udržiavaných merných profiloch, ktorých sieť nie je dostatočne hustá pre potreby matematického modelovania. Ďalší postup potom spočíva v:

a) zameraní dodatočných profilov na základe obhliadky toku, čo je finančne náročné a nemôže sa realizovať v ľubovoľnom čase, čo zas predlžuje čas riešenia úlohy,

b) umelým zahustením profilov pomocou automatizačných prostriedkov.

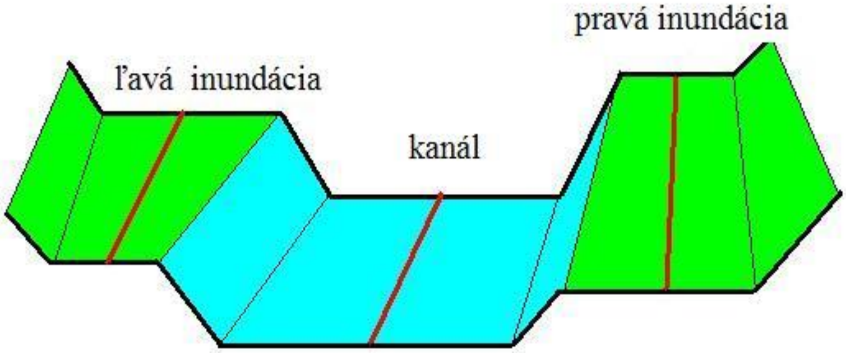
V praxi sa obyčajne kombinujú obidva uvedené prístupy, čo umožní optimalizovať finančné náklady v prípravnej etape matematického modelovania. Doplnenie údajov o informácie o profiloch z existujúcej projektovej dokumentácie je problematické a je vhodné iba v prípade umelo upravovaných a udržiavaných kanálov.

Výpočet prúdenia vody v zloženom koryte sa dotkne aj spôsobu určovania vzdialenosti jednotlivých profilov. Vhodný spôsob využíva napr. program HECRAS, v ktorom sa využíva preváženie lokálnych vzdialeností jednotlivých častí profilov cez parciálne prietoky. Spôsob výpočtu je dokumentovaný na Obr. 3.9 a vzorcom na výpočet modifikovanej vzdialenosti medzi susednými profilmi.

$$L = \frac{L_{li}\overline{Q}_{li} + L_k\overline{Q}_k + L_{pi}\overline{Q}_{pi}}{Q} \tag{3.15}$$

Kde je L_{li}, L_k, L_{pi}, L – vzdialenosť profilov pre ľavé inundačné územie, hlavné koryto, pravé inundačné územie a modifikovaná vzdialenosť

$\overline{Q_{li}}, \overline{Q_k}, \overline{Q_{pi}}, Q$ – parciálne prietoky pre jednotlivé časti zloženého koryta a celkový prietok cez profil



Obr. 3.9. Schéma na výpočet modifikovanej vzdialenosti profilov

Výhoda takéhoto prístupu je nielen reálnejší opis modelovaného objektu a deja v ňom prebiehajúceho, ale aj spojitosť funkcie opísanej vzorcom (3.15) pri zatápaní a odvodňovaní inundačných území.

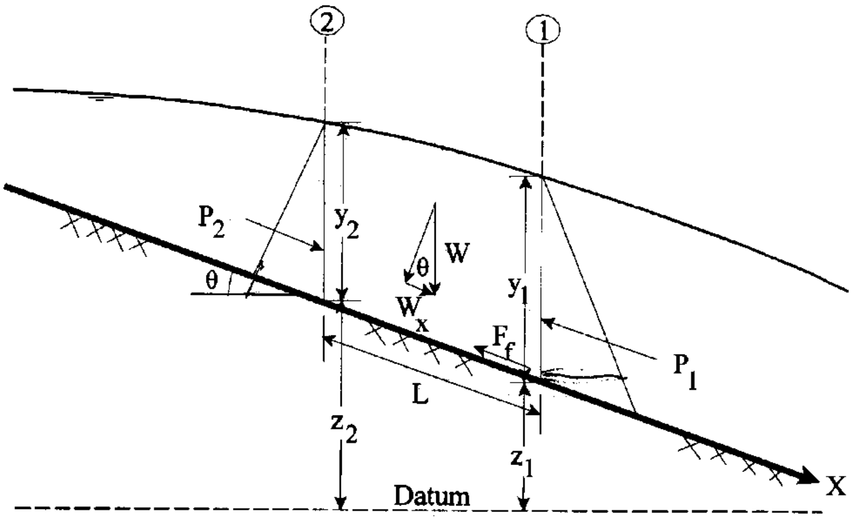
3.1.3.2 Bystrinné prúdenie

V nasledujúcej častí skrípt sa budeme venovať problematike bystrinného prúdenia (*Supercritical Flow*) tak ako je zapracované v programe HEC-RAS.

Zákon zachovania hybnosti je podľa Obr. 3.10 vyjadrený rovnicami

$$\sum F_x = ma \tag{3.16}$$

$$P_2 - P_1 + W_x - F_f = Q\rho\Delta V_x \tag{3.17}$$



Obr. 3.10. Schéma na odvodenie rovnice pre bystrinné prúdenie

Dosadením za jednotlivé členy rovnice (3.17)

$$P = \gamma A \overline{Y} \cos\theta \approx \gamma A \overline{Y}$$

$$W_x = \gamma\left(\frac{A_1 + A_2}{2}\right) L \sin\theta \approx \gamma\left(\frac{A_1 + A_2}{2}\right) L S_0$$

$$F_f = \tau \overline{P} L = \gamma \overline{R}\,\overline{S_f}\,\overline{P} L = \gamma\left(\frac{A_1 + A_2}{2}\right)\overline{S_f} L \qquad (3.18)$$

$$ma = \frac{Q\gamma}{g}\left(\beta_1 V_1 - \beta_2 V_2\right)$$

kde je P sila spôsobená hydraulickým tlakom

W_x sila spôsobená tiažou vody

F_f sila v dôsledku vonkajšieho trenia

Q prietok

ρ hustota vody

ΔV_x zmena v rýchlosti

γ merná tiaž vody

A prietočná plocha v profile

$\overline{Y}$ hĺbka meraná od vodnej hladiny po ťažisko plochy A

L vzdialenosť medzi priečnymi profilmi

S_0 sklon dna kanála

$\overline{R}$ priemerný hydraulický polomer

$\overline{S_f}$	priemerný sklon čiary energie
β	koeficient nerovnomerného rozdelenia momentu v profile

text

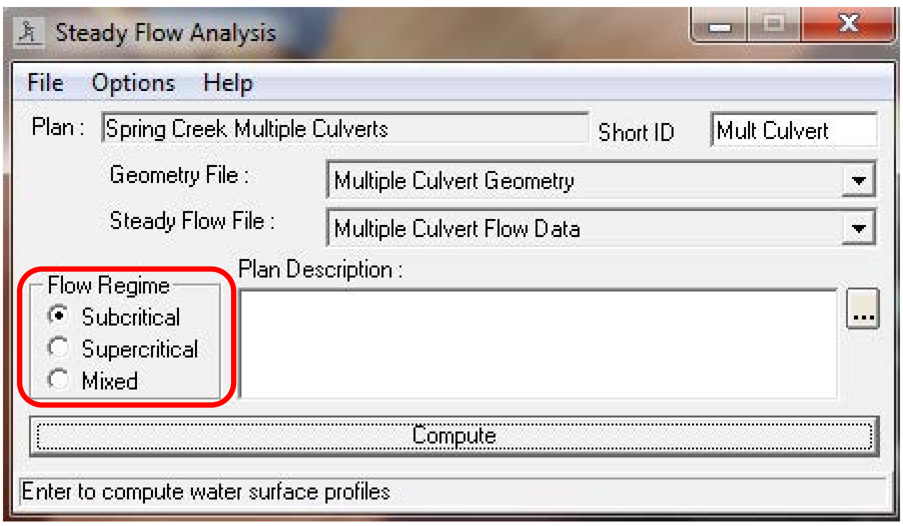
$$\frac{Q_2^2\beta_2}{gA_2} + A_2\overline{Y_2} + \boxed{\left(\frac{A_1 + A_2}{2}\right)L\left(S_0 - \overline{S_f}\right)} = \frac{Q_1^2\beta_1}{gA_1} + A_1\overline{Y_1} \tag{3.19}$$

Ak v rovnici zanedbáme člen spojený s trením pri dne koryta (označený modro), tak pri bystrinnom prúdení vody sa zachováva špecifická sila *SF* (*Specific Force*).

$$SF = \frac{Q^2\beta}{gA} + A.\overline{Y} \tag{3.20}$$

3.1.3.3 Charakter prúdenia vody, spôsob výpočtu v programe HEC-RAS

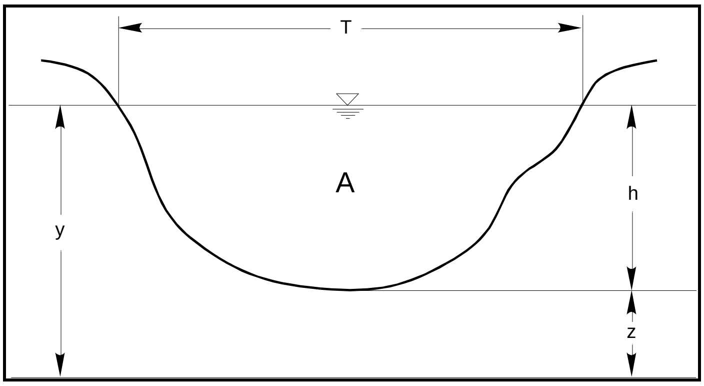
Vo všeobecnosti sa pri výpočte ustáleného prúdenia postupuje pri riečnom prúdení v smere proti toku a pri bystrinnom prúdení v smere po toku. Charakter prúdenia pre daný prietok Q je daný hĺbkou vody h. Pokiaľ je na začiatku riešeného úseku (metóda výpočtu po úsekoch) hĺbka vody vyššia ako kritická, tak charakter prúdenia je riečny. V opačnom prípade ide o bystrinné prúdenie a je potrebné zmeniť smer výpočtu. Tretiu možnosť predstavuje v rámci celého modelovaného toku zmiešaný charakter prúdenia (*Mixed*).



Obr. 3.11. Zadanie predpokladaného charakteru prúdenia pre výpočtom ustáleného prúdenia

3.1.4 Matematické modelovanie neustáleného nerovnomerného prúdenia

Pri matematickom modelovaní neustáleného prúdenia vody v otvorenom koryte sa vychádza z 1D Saint-Venantových rovníc. Označenie v rovniciach (3.21) a (3.22) zodpovedá schéme priečneho profilu na Obr. 3.12.



Obr. 3.12. Schéma priečneho profilu

Rovnica kontinuity

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+\frac{\partial A}{\partial t}-q_{\ell}=0 \tag{3.21}$$

kde: Q - prietok vody v koryte

A - prietočná plocha koryta

q_l - hustota bočného prítoku do koryta alebo odtoku z koryta

x - vzdialenosť pozdĺž dna modelovaného kanála v smere po toku

t - modelový čas

z - kóta dna

T - šírka koryta v hladine

Dynamická rovnica

$$\frac{\partial(\rho\beta QV)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho Q)}{\partial t}+gA\frac{\partial(\rho h)}{\partial x}=\rho gA(i_0-i_e)+\rho q_{\ell}V_{\ell} \tag{3.22}$$

kde: V - priemerná profilová rýchlosť vody

g - konštanta gravitačného zrýchlenia

ρ - merná hmotnosť vody (vo výpočte uvažovaná ako konštantná)

β - korekčný faktor zohľadňujúci nerovnomerné rozdelenie rýchlosti vody v profile

h - hĺbka vody v profile

i_0 - sklon dna

i_e - sklon čiary energie

V_l - zložka rýchlosti bočného prítoku (odtoku) v smere osi x

Korekčný faktor zohľadňujúci nerovnomerné rozdelenie rýchlosti vody v profile je potrebné zaviesť v dôsledku prechodu od lokálnych rýchlostí k priemernej profilovej rýchlosti a má hodnotu

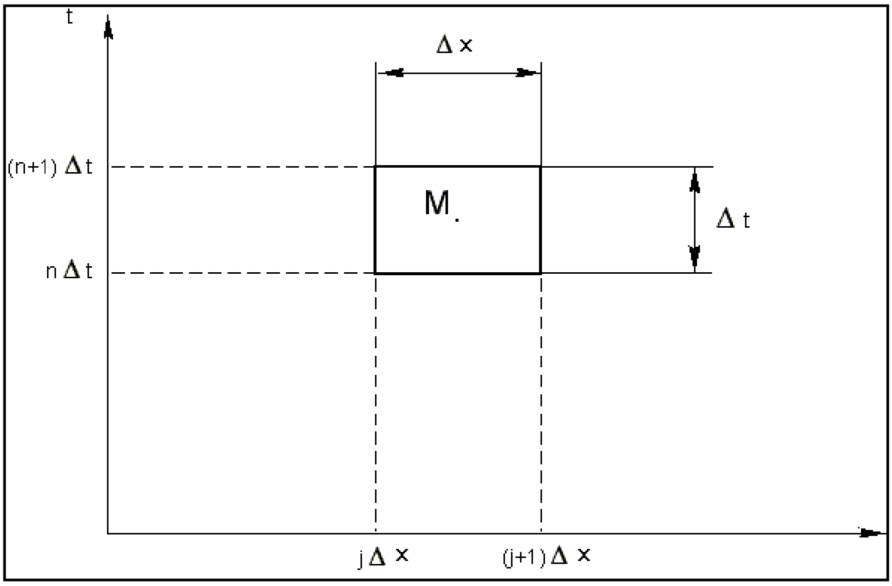
$$\beta = \frac{\iint_A v^2.dA}{V^2.A} = \frac{\sum_i A_i.v_i^2}{A.V^2} = \frac{\sum_i K_i.v_i}{K.V} \tag{3.23}$$

Pri odvodení rovníc (3.21) a (3.22) pre 1D prúdenie z rovníc pre 3D prúdenie vody bol použitý celý rad zjednodušení, ktoré musíme akceptovať pri ich použití v reálnej praxi:

a) rovnice popisujú výrazne jednorozmerné prúdenie s voľnou hladinou,
b) prúdenie je izotermické a gravitačné,
c) voda je nestlačiteľná a s konštantnou mernou hmotnosťou,
d) tlak v priereze je hydrostatický,
e) sklon dna nie je veľký, oblasť platnosti je limitovaná vzťahom $sin\ i_0 \approx tg\ i_0$,
f) na vyjadrenie trecích napätí na dne sú použité vzťahy odvodené pre ustálené prúdenie.

Zjednodušenie f) je najviac obmedzujúce a je mu preto venovaná zvýšená pozornosť v rámci kapitoly o zložených a prírodných profiloch.

Na numerické riešenie rovníc bola použitá Preismanova implicitná schéma založená na metóde konečných diferencií [28]. Diskretizácia rovníc bola realizovaná na základe schémy na Obr. 3.13 a dosadenia vzťahov (3.24) do rovníc (3.21) a (3.22).



Obr. 3.13. Schéma priestorovo-časovej diskretizácie

$$f(x,t)\big|_M = \frac{\theta}{2}\left(f_{j+1}^{n+1} + f_j^{n+1}\right) + \frac{1-\theta}{2}\left(f_{j+1}^{n} + f_j^{n}\right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_M = \theta\left(\frac{f_{j+1}^{n+1} - f_j^{n+1}}{\Delta x}\right) + (1-\theta)\left(\frac{f_{j+1}^{n} - f_j^{n}}{\Delta x}\right) \tag{3.24}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t}\Big|_M = \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{f_{j+1}^{n+1} - f_{j+1}^{n}}{\Delta t}\right) + \left(\frac{f_j^{n+1} - f_j^{n}}{\Delta t}\right)\right\}$$

kde: Δx - priestorový krok v smere osi x

Δt - časový krok použitý pri diskretizácii rovníc

θ - váhový koeficient medzi implicitnou a explicitnou schémou

Na ďalší výpočet sa zavedú vzťahy pre časové prírastky charakteristických veličín:

$$\begin{aligned} f_j^{n+1} &= f_j^n + \Delta f_j \\ f_{j+1}^{n+1} &= f_{j+1}^n + \Delta f_{j+1} \end{aligned} \tag{3.25}$$

$$f(x,t)\big|_M = \frac{\theta}{2}\left(\Delta f_{j+1} + \Delta f_j\right) + \frac{1}{2}\left(f_{j+1}^n + f_j^n\right)$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_M = \frac{\theta}{\Delta x}\left(\Delta f_{j+1} - \Delta f_j\right) + \frac{1}{\Delta x}\left(f_{j+1}^n - f_j^n\right) \tag{3.26}$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial t}\right|_M = \frac{1}{2\Delta t}\left(\Delta f_{j+1} + \Delta f_j\right)$$

$$f(x,t) = \frac{1}{4}\left(f_{j-1}^{n+1} + f_{j-1}^n + f_j^{n+1} + f_j^n\right)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{1}{2}\left(\frac{f_j^{n+1} - f_{j-1}^{n+1} + f_j^n - f_{j-1}^n}{\Delta x}\right) \tag{3.27}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t}$$

Dosadením hore uvedených vzťahov do rovnice (3.21) sa dostane diskretizovaná rovnica kontinuity

$$\frac{\theta}{\Delta x}\left(\Delta Q_{j+1} - \Delta Q_j\right) + \frac{1}{\Delta x}\left(Q_{j+1}^n - Q_j^n\right) + \frac{1}{2\Delta t}\left(\Delta A_{j+1} + \Delta A_j\right) - \frac{1}{2}\left(q_{\ell\, j+1}^{\ n} - q_{\ell\, j}^{\ n}\right) = 0 \tag{3.28}$$

Rovnica (3.28) prejde po substitúcii (3.29) do tvaru (3.30)

$$\Delta A = \frac{\partial A}{\partial Y}\Delta Y = T\Delta Y \tag{3.29}$$

$$\frac{\theta}{\Delta x}\left(\Delta Q_{j+1} - \Delta Q_j\right) + \frac{1}{\Delta x}\left(Q_{j+1}^n - Q_j^n\right) + \frac{T_{j+1}}{2\Delta t}\Delta Y_{j+1} + \frac{T_j}{2\Delta t}\Delta Y_j - \frac{1}{2}\left(q_{\ell\, j+1}^{\ n} - q_{\ell\, j}^{\ n}\right) = 0 \tag{3.30}$$

Rovnica (3.30) sa prepíše pre potreby numerického riešenia formálne do tvaru

$$a\Delta Q_{j+1} + b\Delta Q_j + c\Delta Y_{j+1} + d\Delta Y_j + e = 0 \tag{3.31}$$

Podobne sa môže z rovnice (3.22) získať rovnica pre časové prírastky charakteristických veličín v tvare

$$a'\Delta Q_{j+1} + b'\Delta Q_j + c'\Delta Y_{j+1} + d'\Delta Y_j + e' = 0 \tag{3.32}$$

Z pohľadu univerzálneho prístupu je dôležitá diskretizácia sklonu čiary energie v rovnici (3.22)

$$\Delta i_e = \Delta\left(\frac{Q^2}{K^2}\right) = \frac{di_e}{dQ}\Delta Q + \frac{di_e}{dY}\Delta Y = \frac{2i_e}{Q}\Delta Q - \frac{2i_e}{K}\frac{dK}{dY}\Delta Y \tag{3.33}$$

Takýto prístup je aplikovaný v systéme HECRAS. Ďalšie nahradenie modulu prietoku pomocou Chézzyho rovnice by viedlo buď do slepej uličky s hydraulickým polomerom alebo do potreby zavedenia hodnôt náhradného profilu, ktorý je opísaný v časti 3.1.2.

Rovnice (3.31) a (3.32) sa aplikujú na *N-1* úsekov. Uvedeným spôsobom sa získa *2N-2* rovníc pre 2N hľadaných hodnôt. Aby uvedený systém bol úplný a mohol byť vyriešený, musíme dodať ďalšie dve rovnice pre prírastky charakteristických veličín.

Túto úlohu úspešne splnia okrajové podmienky systému, ktoré môžeme rozdeliť vzhľadom na riešený problém na:

a) *prirodzené – prietok ako funkcia výšky hladiny* – je vhodná predovšetkým ako dolná okrajová podmienka, dá sa ľahko upraviť do tvaru (3.31),
b) *umelé* – prietok ako funkcia času alebo výška hladiny ako funkcia času, sú predurčené hlavne ako horné okrajové podmienky.

Odporúčaná hodnota parametra théta θ pre *Preismannovu implicitnú schému* je 0,55. Použitie umelej dolnej okrajovej podmienky *Q(t)* si vyžaduje zvýšiť hodnotu parametra théta θ až na 0,67. Použitie vyšších hodnôt théta vedie k potlačeniu krátkych vĺn v modelovanom úseku.

Takto doplnený systém rovníc sa rieši dvojprechodovo:

1. prechod – výpočet pomocných koeficientov na základe hornej okrajovej podmienky systému – priamy chod po toku,
2. prechod – doplnenie dolnej okrajovej podmienky a postupný výpočet hľadaných stavových hodnôt v opačnom smere – spätný chod proti toku.

Riešením doplneného systému rovníc získame stavové hodnoty Q a Y v čase $t+\Delta t$ na základe stavových hodnôt systému v čase t.

Dôležitý rozdiel voči modelovaniu ustáleného prúdenia je zadanie vhodného časového kroku výpočtu, ktorý má kardinálny význam pre numerickú stabilitu a presnosť výpočtu.

Veľkosť časového kroku je limitovaná Courantovým kritériom [28]

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{v + \sqrt{gh}} \tag{3.34}$$

kde: Δt - veľkosť časového kroku

Δx - vzdialenosť medzi profilmi

v - stredná profilová rýchlosť

h - charakteristická hĺbka riečneho profilu

g - konštanta gravitačného zrýchlenia

Podmienka (3.34) je uvedená v menej často používanom tvare, v ktorom je charakteristická profilová rýchlosť rozpísaná na:

1. strednú profilovú rýchlosť pre ustálený stav – ktorá sa dá presne spočítať,
2. vlnovú rýchlosť pre neustálený stav – ktorá sa nevie dopredu určiť a preto sa nahrádza maximálnou hodnotou $\sqrt{gh}$.

Tvar rovnice (3.34) poukazuje na možnosť sčítania jednotlivých zložiek rýchlosti pri prudkých zmenách prietoku v otvorenom koryte. V praxi sa dodržanie Courantovho kritéria kontroluje v každom časovom kroku výpočtu a časový krok sa podľa potreby upravuje.

Inicializácia modelu (výpočet chýbajúcich počiatočných hodnôt stavových veličín) sa realizuje modelom ustáleného nerovnomerného prúdenia s príslušnými počiatočnými okrajovými podmienkami.

3.1.5 Rovnice na úplný opis neustáleného prúdenia

Dynamická rovnica v tvare podľa vzorca (3.22) sa používa najčastejšie a patrí k jednoduchším tvarom tejto rovnice (*MIKE 11, HECRAS*). K najúplnejším tvarom patrí momentová rovnica, ktorú používa modelovací nástroj *SOBEK* [106]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\beta\frac{Q^2}{A_f}\right)+gA_f\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{gQ|Q|}{C^2RA_f}-W_f\frac{\tau_{wi}}{\rho_w}+gA_f\eta+\frac{g}{\rho_w}\frac{\partial\rho}{\partial x}A_{1m}=0 \tag{3.35}$$

1 *2* *3* *4* *5* *6* *7*

Význam jednotlivých členov je takýto:

1. akceleračný člen,
2. konvektívny člen,
3. gradient vodnej hladiny,
4. člen spojený s dnovým trením,
5. člen spojený s vplyvom vetra na vodnom povrchu,
6. externý doplnkový odporový člen,
7. člen spojený s pozdĺžnou zmenou hustoty prúdiacej kvapaliny.

kde je okrem bežne používanej symboliky:

A_f	- plocha prietočnej časti profilu
h	- kóta vodnej hladiny (vztiahnutá na referenčnú hladinu)
W_f	- rýchlosť vetra
τ_{wi}	- povrchové napätie na hladine
ρ_w	- hustota vody
η	- koeficient prídavného odporu
A_{1m}	- moment 1. rádu profilu

Prínos rovnice (3.35) je zavedenie 6. člena. Tento umožňuje začleniť do výpočtu lokálny odporový člen, ktorý sa nedá inak opísať. Podobne umelo sa zaviedol aj pri ustálenom nerovnomernom prúdení člen opisujúci lokálne straty na energetickej výške pri prudkej kontrakcii alebo expanzii profilu.

Szymkiewicz v [40] odvodil 1D rovnice pre priemernú zvislicovú rýchlosť U a hĺbku vody H v tvare

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\beta' U\frac{\partial U}{\partial x}+g\frac{\partial}{\partial x}\left(H+z_d\right)+\frac{g.n^2}{H^{4/3}}|U|U+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P_a}{\partial x}-\frac{a}{\rho.H}|W_f|W_f-\frac{\mu^D}{\rho}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}=0$$

1 *2* *3* *4* *8* *5* *9* (3.36)

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(UH)=0 \tag{3.37}$$

kde: β' - koeficient vyjadrujúci nerovnomerné rozdelenie rýchlosti po zvislici

H - hĺbka vody v profile

z_d - kóta dna

P_a - atmosférický tlak

a - empirický koeficient

V rovnici (3.36) sú oproti (3.35) naviac členy:

8. zohľadňujúci vplyv pozdĺžnej zmeny atmosférického tlaku P_a,
9. člen reprezentujúci vplyv dynamickej turbulentnej viskozity.

Rovnice (3.36) a (3.37) sa môžu ľahko odvodiť z rovníc pre 2D prúdenie (P1.16) a (P1.39-40), ktoré sú uvedené v prílohe P1 dosadením za priečnu zložku rýchlosti $V = 0$.

Prechod od rovníc (3.36) a (3.37) na rovnice pre premenné prietoku Q a kóty hladiny h (rovnice (3.21) a (3.22)) vyplýva priamo z definície priemernej profilovej rýchlosti $U(x,t)$ a kóty hladiny h

$$U(x,t)=\frac{1}{A}\iint_A u(x,y,z,t)dA=\frac{Q}{A} \tag{3.38}$$

$$H=h-z_d \tag{3.39}$$

$$\partial A=B\partial H \tag{3.40}$$

kde: B - šírka profilu v hladine.

Rovnako je potrebné v 4. člene, ktorý je spojený s dnovým trením, nahradiť hĺbku vody H zodpovedajúcim hydraulickým polomerom profilu R.

V obidvoch vyjadreniach dynamickej rovnice (3.35) a (3.36) by prispelo k všeobecnej použiteľnosti rovníc (aj na riešenie problematiky zložených profilov) nepoužívanie vo vyjadreniach jednotlivých členov hydraulický polomer *R* ale vyjadrenia cez modul prietoku *K*. Najčastejšie sa hydraulický polomer používa pri vyjadrení sklonu čiary energie

$$i_e = \frac{Q^2}{K^2} = \frac{Q^2}{A^2 C^2 R} = \frac{Q^2}{\left(\sum_i K_i\right)^2} \tag{3.41}$$

3.1.6 Rovnice neustáleného prúdenia v programe HEC-HAS

Program HEC-RAS používa na modelovanie neustáleného prúdenia rovnicu kontinuity

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q_\ell = 0 \tag{3.42}$$

kde: Q - prietok vody v koryte
A - prietočná plocha koryta
S - neprietočná časť profilu
q_l - hustota bočného prítoku do koryta alebo odtoku z koryta
x - vzdialenosť pozdĺž dna modelovaného kanála v smere po toku
t - modelový čas

Na rozdiel od rovnice (3.15) pribudol v rovnici (3.42) člen popisujúci časovú zmenu neprietočnej plochy profilu *S*.

Momentová rovnica je použitá v tvare:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(\beta V Q)}{\partial x} + gA\left(\frac{\partial z}{\partial x} + S_f\right) = 0 \tag{3.43}$$

kde: V - priemerná profilová rýchlosť vody
g - konštanta gravitačného zrýchlenia
β - korekčný faktor zohľadňujúci nerovnomerné rozdelenie rýchlosti vody v profile
z - hĺbka vody v profile
S_f - sklon čiary energie (*friction slope*)

Táto rovnica je prakticky zhodná s rovnicou (3.22) a pre jej diskretizáciu bola tiež použitá *Preissmanova implicitná schéma*. Hodnota θ parametra, ktorý vyjadruje posun riešenia od explicitnej schémy k implicitnej, nie je v dokumentácii programu HEC-RAS popísaná. V každom prípade je väčšia ako *0,50* (hranica stability riešenia je 0,5 – schéma podmienečne stabilná).

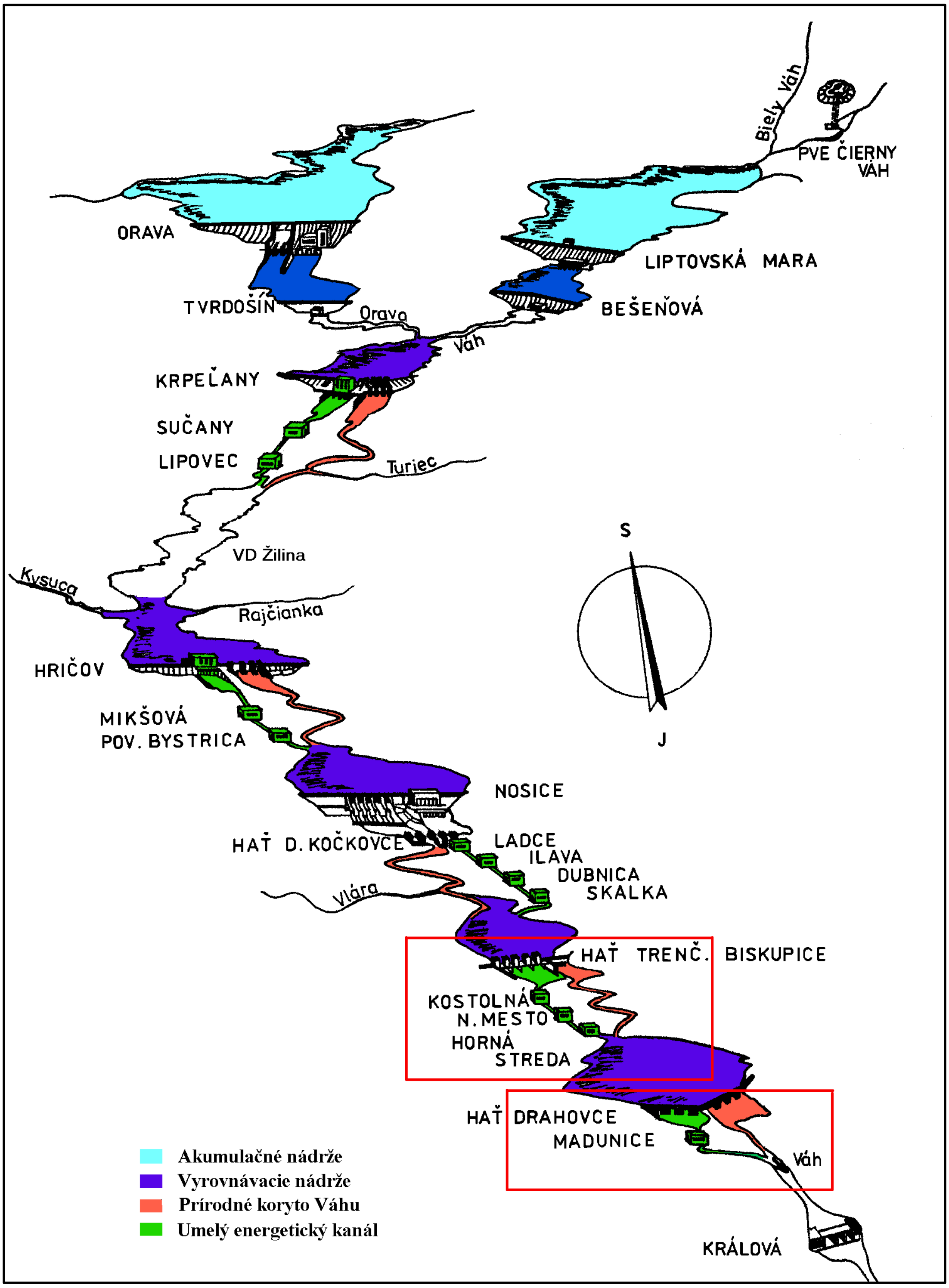
3.2 Matematické modelovanie skupín vodných elektrární na Váhu

Kaskáda vodných elektrární (VE) na rieke Váh bola vybudovaná do dnešnej podoby v priebehu viac ako 60 rokov. Jednotlivé elektrárne, ako aj celé skupiny vodných elektrární, boli navrhnuté a vybudované s rôznymi hydraulickými parametrami ako sú rozmery derivačných kanálov, prietoky vody cez elektrárne atď. Z tohto dôvodu je hydraulická štruktúra Vážskej kaskády veľmi zložitá (Obr. 3.14). Vodné elektrárne na Váhu by sa mali využívať najmä na pokrytie premenlivých potrieb elektrickej energie v elektrizačnej sústave ako sú energetické špičky.

Hlavné zdroje energetickej vody sú akumulačné nádrže Liptovská Mara a Orava. Bočné prítoky do rieky Váh majú počas roka premenlivý prietok. Vyrovnávacie nádrže by mali krátkodobo (počas práce VE v energetickej špičke) pokryť rozdiely v prietokoch cez susediace skupiny VE a vykryť rozdiely medzi prítokom do a odtokom z vyrovnávacej nádrže spôsobený postupovou dobou vody z vyššie položenej skupiny VE.

Súbežné prírodné koryto Váhu s energetickým kanálom by sa malo využívať na:

- zabezpečenie biologických prietokov,
- prevedenie povodňových prietokov,
- prevedenie jalových prietokov, ktoré sa nemôžu zabezpečiť energetickým kanálom (napr. porucha na VE, odstávka energetického kanála z dôvodu revízie a údržby kanála),
- výnimočne na zabezpečenie navýšenia prietoku pre nižšie položenú skupinu VE.



Obr. 3.14. Schéma Vážskej hydroenergetickej sústavy

Umelé energetické kanály majú zabezpečiť minimálne hydraulické straty (prívodné časti kanálov k VE) a potrebnú stabilitu prevádzky (odpadné časti kanálov z VE).

Výstavba Vážskej kaskády začala okolo roku 1930. V roku 1936 bola uvedená do prevádzky prvá VE Ladce. VE a derivačné kanály, vybudované na začiatku výstavby, umožňovali svojim dimenzovaním prevažne len pološpičkovú prevádzku. Postupom rokov sa menili názory na funkciu VE a na ich postavenie v elektrizačnej sústave. Preto boli neskôr budované rozmernejšie kanály a VE s väčšou inštalovanou hltnosťou turbín, ktoré v kombinácii s vodnými nádržami v údolí Váhu dnes umožňujú špičkovú prevádzku.

Najväčší rozmach výstavby Vážskej kaskády bol po druhej svetovej vojne. V tom čase sa nestavali len jednotlivé VE, ale súčasne celé skupiny VE. To významne ovplyvnilo celkovú schému Vážskej kaskády.

Dnes sú v rámci Vážskej energetickej kaskády štyri skupiny kanálových VE, ktoré sú uvedené zhora nadol v Tab. 3.3. Na dolnom úseku Váhu je vybudovaná zatiaľ samostatná kanálová VE Madunice s maximálnou inštalovanou hltnosťou turbín 3 x 100 m^3s^{-1} (na Obr. 3.14 je v dolnej orámovanej časti obrázku). Táto VE je spolu s haťou Drahovce najjednoduchší článok Vážskej kaskády, ktorý ale obsahuje všetky dôležité prvky potrebné na modelovanie aj ostatných VE. Z uvedeného dôvodu bola táto VE zvolená ako pilotná z pohľadu vývoja matematického modelu. Príklad skupiny kanálových VE je na Obr. 3.14 v hornej orámovanej časti obrázku.

Z hľadiska efektívneho využitia hydropotenciálu Váhu je najvýhodnejšia špičková prevádzka VE Vážskej kaskády. Už od roku 2004 sa však začali postupne uplatňovať trhové ekonomické kritériá, ktoré viedli k zvýšenému záujmu prevádzkovateľa o prietočnú prevádzku VE. Od roku 2006 s prevzatím VE novým vlastníkom firmou ENEL, sa pravidlá využívania VE dostali do čisto trhovej formy, čo značí, že ak sa predaj elektrickej energie vyrobenej z vodnej energie nepodarí zrealizovať, potom sa vynútený prietok prepúšťa cez prírodné koryto Váhu ako jalový prietok. Ako vynútený prietok sa považuje odtok z nádrží zabezpečujúci neprekročenie maximálnych prevádzkových hladín vo vodných nádržiach.

Tabuľka 3.3. Skupiny VE na Vážskej kaskáde

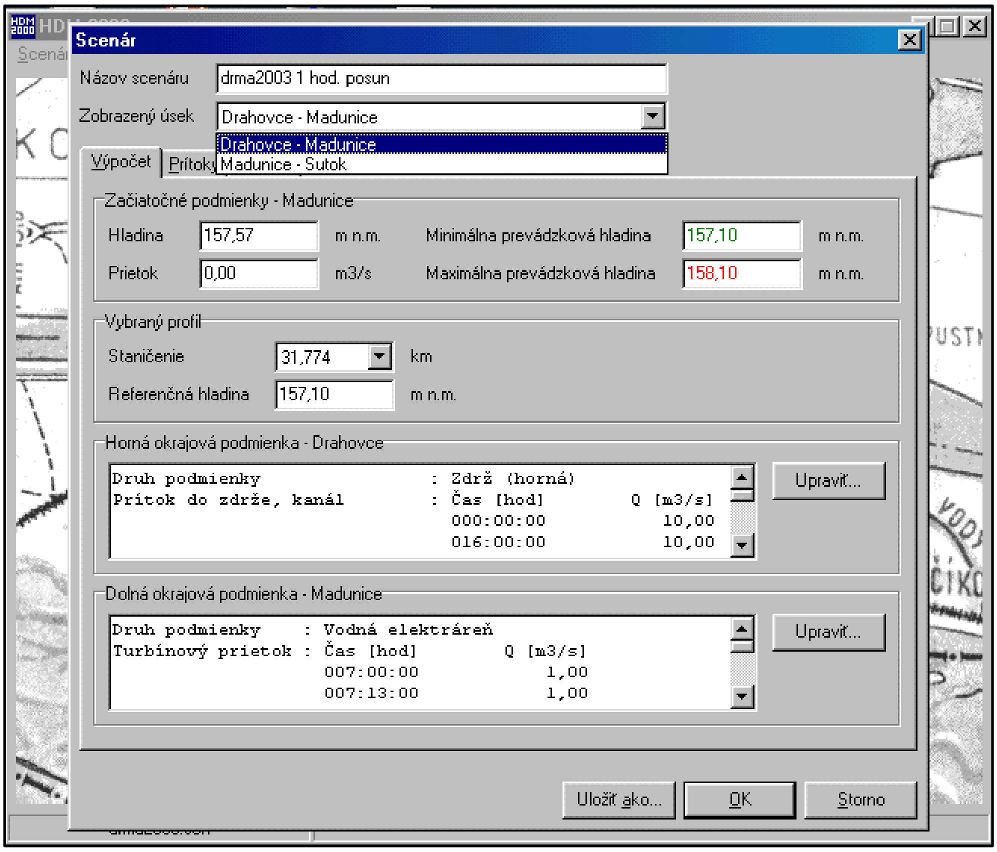
Skupina VE	**Maximálny energetický prietok [m^3s^{-1}]**
Krpeľany – Sučany – Lipovec	210
Hričov – Mikšová – Považská Bystrica	402
Ladce – Ilava – Dubnica – Trenčín	150-180 (2 x 75 - 2 x 90)
Kostolná – Nové Mesto – Horná Streda	180

Riadenie Vážskej kaskády je zabezpečované z dispečingu prevádzkovateľa – ENEL – Slovenské elektrárne, a. s., závod Vodné elektrárne so sídlom v Trenčíne. Proces riadenia je výpočtovo optimalizovaný vzhľadom na potreby elektrizačnej sústavy, stavy vody v nádržiach a na momentálne prietokové pomery vo Váhu.

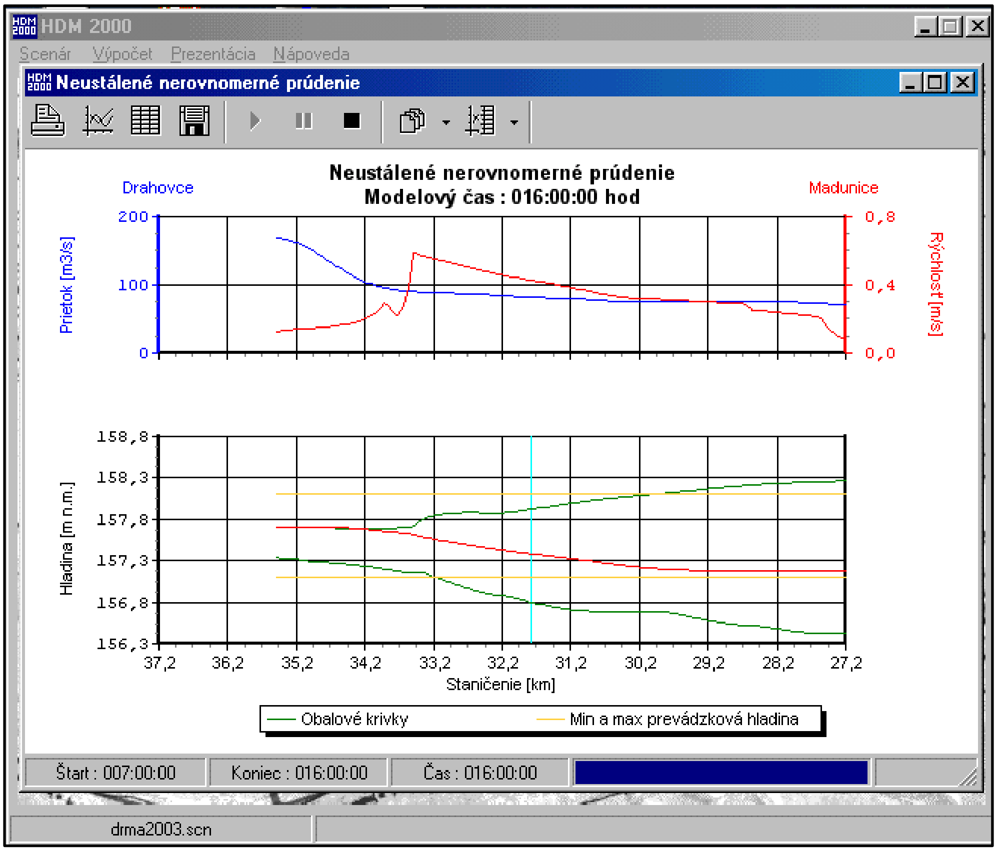
Procesy spúšťania a odstavovania VE sú automatizované. Na riešenie hydraulických väzieb jednotlivých VE a skupín VE boli vypracované hydrodynamické modely (HDM) vo verziách HDM2000 až HDM2006 [101], ktoré boli postupne nainštalované na dispečingu VE Trenčín ([3,4]).

Príprava vstupov do HDM je redukovaná na zadávanie tzv. scenárov, ktoré obsahujú okrajové podmienky a časový vývoj jednotlivých prietokov v modelovanom systéme (Obr. 3.15). Počiatočné rozdelenie hladín vody v kanáloch a prietokov je počítané modulom ustáleného nerovnomerného prúdenia (UNP).

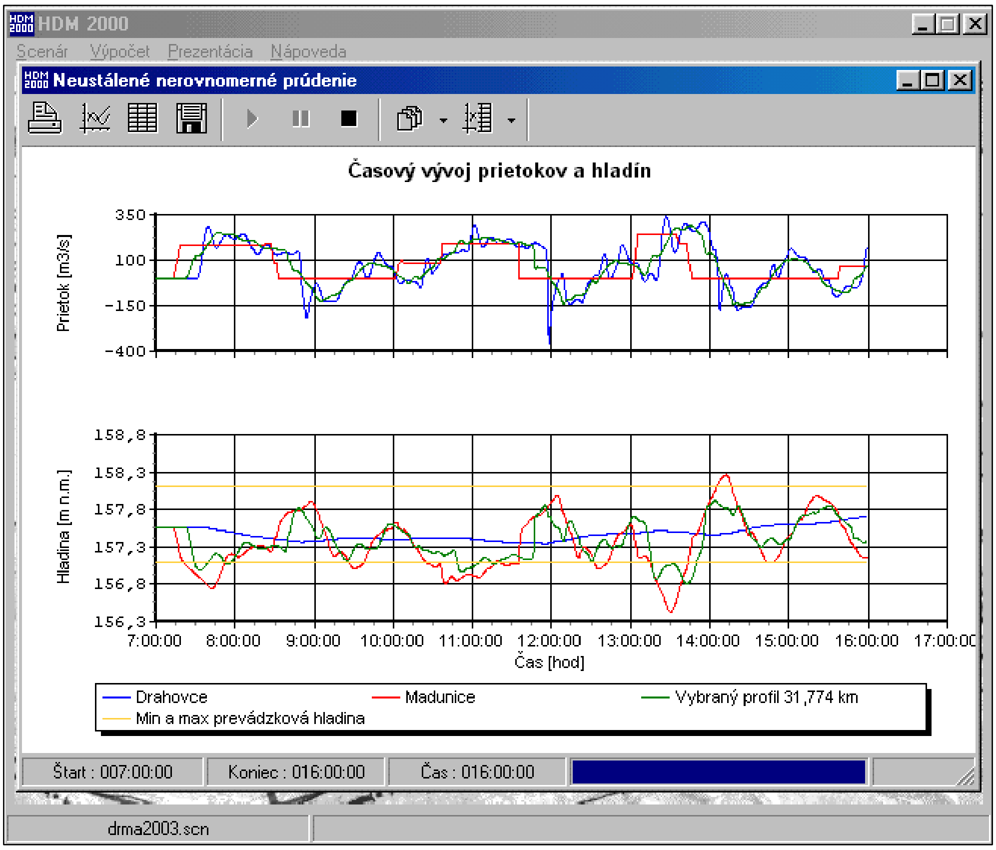
Výpočet neustáleného nerovnomerného prúdenia (NNP) je priebežne zobrazovaný vo forme pozdĺžneho rozdelenia vybraných veličín (Obr. 3.16). Naviac sú zobrazované obalové krivky hladiny (maximá a minimá dosiahnutých hladín v priebehu simulácie). Výstupom z modelu po realizácii predpísaného scenára sú krivky s časovým vývojom vybraných veličín v požadovaných profiloch kanálov (Obr. 3.17).



Obr. 3.15. Zadávanie scenára na výpočet modelovanej situácie



Obr. 3.16. Pozdĺžny priebeh vybraných veličín v čase



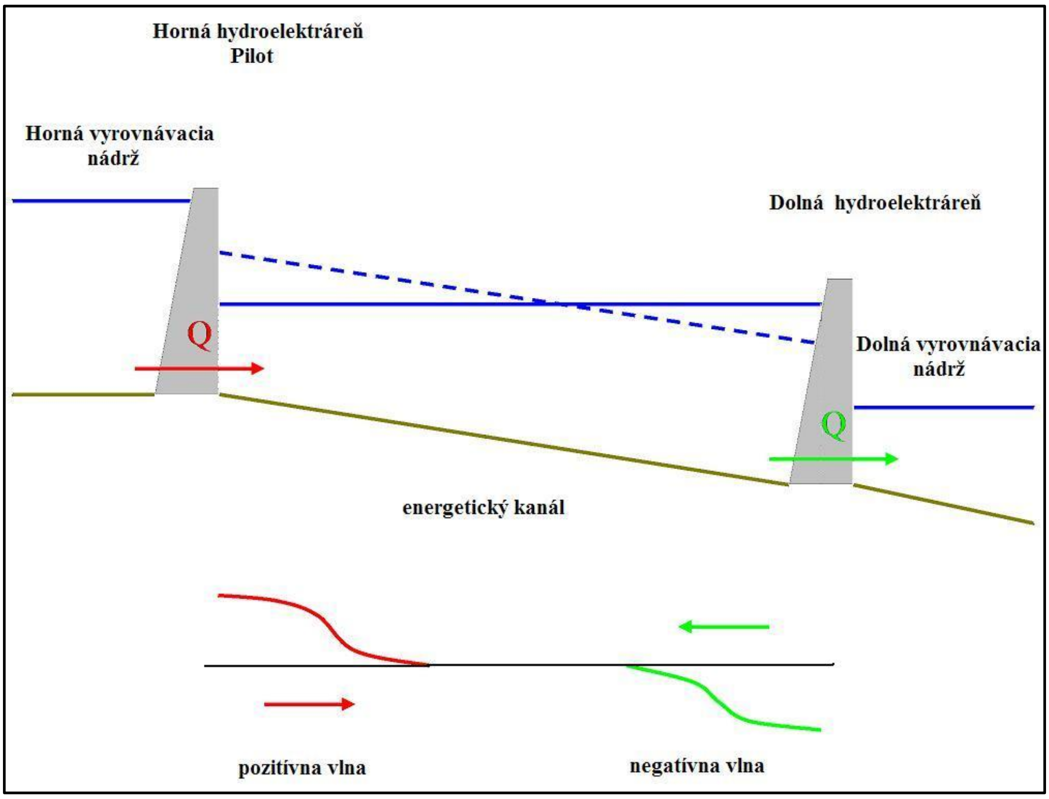
Obr. 3.17. Časový vývoj vybraných veličín v požadovaných profiloch

3.2.1 Hydraulické väzby skupiny kanálových VE

Okamžitý prietok v rieke býva obyčajne menší, ako je celková hltnosť turbín skupiny kanálových VE. Plný výkon možno získať len odberom vody zo zásobného objemu nádrže nad začiatkom derivačného kanála. V prípade Váhu sú naviac skupiny VE súčasťou kaskády, preto sa dajú prietokové pomery ovplyvňovať aj vhodnou reguláciou vyššie ležiacej skupiny kanálových VE.

Prietokový režim je v tomto prípade regulovaný, preto zaraďujeme takéto skupiny kanálových VE medzi regulačné VE. Cez profil každej VE na derivačnom kanáli preteká obvykle rovnaký regulovaný prietok, ktorý VE spracúvajú súčasne alebo postupne a celá skupina býva riadená podľa prvej VE na derivačnom kanáli. Túto VE nazývame aj riadiacou VE skupiny a prevádzku nazývame tandemovou prevádzkou.

Pri nasadení skupiny VE do tandemovej prevádzky vzniká neustálený pohyb vody v derivačnom kanáli. To isté platí aj pre odstavenie skupiny z prevádzky alebo pre zmenu prietoku počas prevádzky. Ustálený pohyb vody v kanáli nastáva až po dostatočne dlhom čase prevádzky s konštantným prietokom. Vzhľadom na špičkový charakter prevádzky skupiny VE nemusí pri krátkych špičkách k ustáleniu hladín vôbec dôjsť.



Obr. 3.18. Schéma usporiadania kanálových VE

Z vlnového hľadiska nastáva tak pri súčasnom nábehu elektrární na kanáli najnevhodnejšia situácia, keď sa kladná a záporná vlna pohybujú proti sebe (Obr. 3.18). Pri nábehu VE do prevádzky je situácia jednoduchšia, lebo prietok cez kanál má stabilizujúci účinok na hladinový režim. Pri odstavení VE z prevádzky, tento stabilizujúci účinok chýba, a preto proces odstavovania z prevádzky musí prebiehať podstatne pomalšie ako nábeh do prevádzky.

3.2.2 Matematický model vodného diela hať Drahovce – VE Madunice

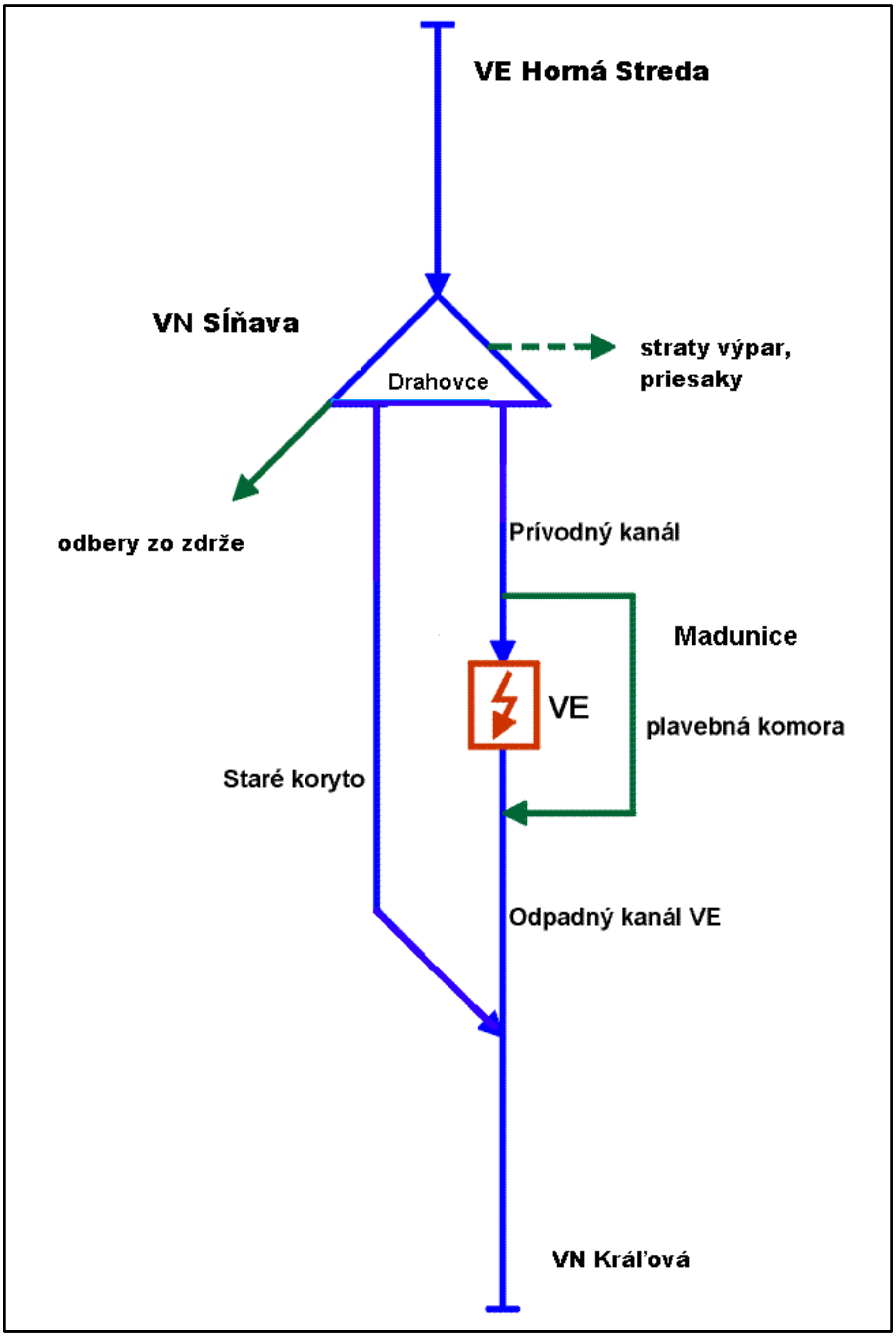
Vodné dielo hať Drahovce – VE Madunice (hydraulická schéma je na Obr. 3.19) je z pohľadu matematického modelovania ([22, 25]) najjednoduchšia časť Vážskej energetickej sústavy. Dajú sa na ňom ľahko aplikovať modelovacie postupy overené na ostatných kanálových vodných elektrárniach, založené na dekompozícii modelovanej sústavy na modelované úseky. Tieto majú samostatne definované okrajové podmienky. Súčasne sa na ňom môžu overovať zložitejšie postupy vedúce k reálnejšiemu a komplexnému opisu prebiehajúcich dejov na základe interakcie koryta vrátane vodných nádrží s umelými kanálmi vodných elektrární.

V tejto kapitole bude opísaný hydrodynamický model (ďalej HDM) vodnej elektrárne Madunice ako model kanálovej vodnej elektrárne s hornou okrajovou podmienkou typu vodnej nádrže a dolnou okrajovou podmienkou typu prepadu cez kamennú prehrádzku v oblasti sútoku odpadného kanála z VE Madunice a riečneho koryta Váhu.

Matematický model VE Madunice bol riešený na základe výsledkov hydrodynamického modelovania hladinového režimu v kanáloch VE prevádzkovaných Vodnými elektrárňami Trenčín od roku 1995. Hladinový režim v prívodnom a odpadnom kanáli VE, ako prechodný jav pri nábehu alebo odstavení z prevádzky kanálovej VE, patrí k dôležitým charakteristikám riadenia kanálových VE, a to nielen z energetického ale hlavne z bezpečnostného hľadiska. Hladinový režim v kanáloch VE bol riešený ako neustálené nerovnomerné prúdenie, ktoré je charakterizované časovou zmenou prietokov a hladín v jednotlivých profiloch otvoreného koryta. Pri pozvoľnej zmene týchto veličín (plynulé vlny) sa dá fyzikálna podstata prúdenia vody v kanáli vyjadriť základnou sústavou parciálnych diferenciálnych rovníc Saint-Venanta (3.21) až (3.22).

Z modelového hľadiska bolo vodné dielo Drahovce – Madunice rozdelené na dva submodely:

- submodel prívodného kanála od hornej zdrže nad VE Madunice po hať Drahovce,
- submodel odpadného kanála od prehrádzky pri sútoku odpadného kanála po dolnú zdrž pod VE Madunice.



Obr. 3.19. Schéma VD Drahovce – Madunice

Priečne profily kanálov, ako vstupné topologické údaje do modelu, boli získané z projektovej dokumentácie k výstavbe VD. Jediným zisteným rozdielom voči dokumentácii bola horná kóta prehrádzky na sútoku odpadného kanála a koryta Váhu, kde bola zameraná kóta 139,10 m n. m., voči projektovanej hodnote 139,40 m n. m. Túto skutočnosť potvrdilo aj meranie kóty hladiny pod VE pri ustálenom bezprevádzkovom (neprietočnom) stave. Ďalšie zmeny súčasného stavu profilov kanálov voči projektovanému stavu sa môžu očakávať hlavne v prípade prívodného kanálu v dôsledku zanášania sedimentmi zo zdrže Sĺňava. Objemová krivka vodnej nádrže Sĺňava (spolu s prívodným kanálom z VE Horná Streda) ako aj prietokové krivky cez inštalované hydraulické objekty boli prevzaté z manipulačného poriadku VE.

Meranie na VE Madunice – VD Drahovce sa uskutočnilo dňa 07. 09. 2002. Prietok cez VE bol manipulovaný podľa požadovaného scenára pokusov a je zobrazený na Obr. 3.21. V rámci pokusu boli prepúšťané cez VE Madunice tri prietokové špičky s cieľom overenia hydrodynamických vlastností modelu HDM 2000 [101]. Rozdielna hodnota prietoku v rámci pokusu č. 3 (tretia špička prietoku cez VE od 13:00 hod.) medzi meraným prietokom cez VE Madunice (iba turbínový prietok) a prietokom zadaným do modelu (celkový prietok cez VE) je spôsobený zápočtom prietoku cez sklopenú klapku plavebnej komory. Požadovaný prietok blízky maximálnemu 300 m^3s^{-1} sa nemohol dosiahnuť ako turbínový, preto že boli v čase pokusu v prevádzke iba 2 turbíny. Neštandardné bolo aj ukončenie 2. prietokovej špičky 2 sekundovým odrezaním vodného lúča od vtoku do turbín. Tomuto postupu a možnosti jeho matematického modelovania je venovaná samostatná diskusia v závere tejto časti.

Submodel odpadného kanála pracuje s okrajovými podmienkami:

- dolná okrajová podmienka typu Q(h) – prietok ponad prehrádzku na sútoku v závislosti od kóty hladiny,
- horná okrajová podmienka typu Q(t) − prietok cez VE v závislosti od času.

Dolná okrajová podmienka Q(h) nebola doposiaľ prevádzkovateľom VD zameraná, a preto bola určená experimentálne na základe meraní priebehov hladín v rámci pokusov 1. a 2. a bola verifikovaná v rámci pokusu č. 3.

Submodel prívodného kanála pracuje s okrajovými podmienkami:

- horná okrajová podmienka typu h(t) – kóta hladiny na hati Drahovce v závislosti od času, prepočítaná z objemovej krivky zdrže Sĺňava na základe bilancie prítokov a odtokov vody zo zdrže,
- dolná okrajová podmienka typu Q(t) − prietok cez VE v závislosti od času.

Na riešenie problematiky napojenia prívodného kanála na vyrovnávaciu nádrž bol použitý matematický model nádrže založený na objemovej bilancii nádrže

$$V_{t+\Delta t} = V_t + \sum Q_{pri}.\Delta t - \sum Q_{odt}.\Delta t \tag{3.44}$$

kde: V - objem vody v nádrži

$t,\ \Delta t$ - čas a časový krok

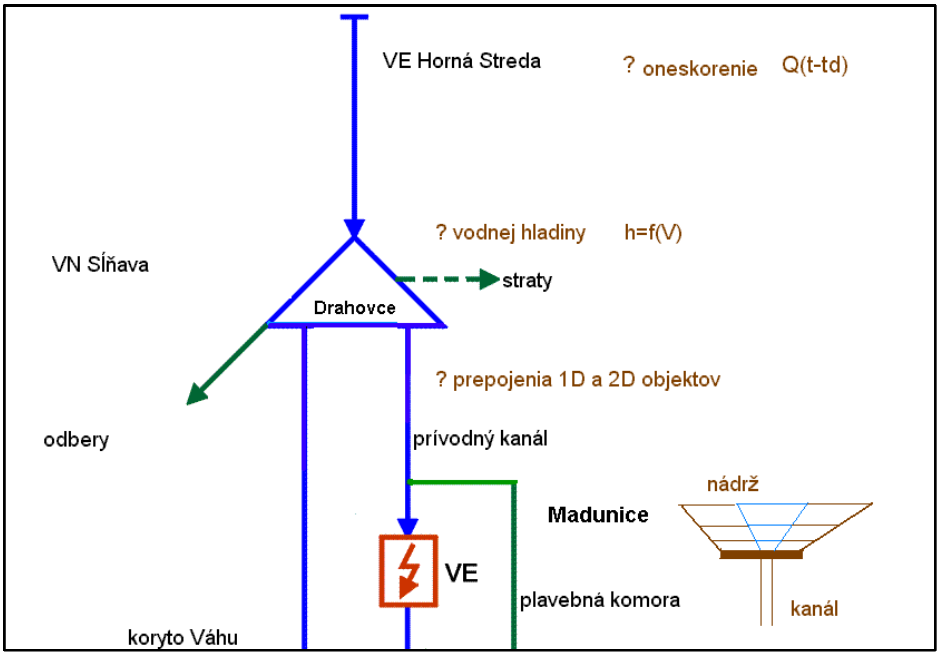
Q_{pri} - prítok do nádrže

Q_{odt} - odtok z nádrže

Na Obr. 3.20 je zobrazená schéma riešenia spolu s riešenými otázkami v rámci zostavenia matematického modelu:

- oneskorenie prítoku z vyššie položenej skupiny VE do oblasti hate Drahovce,
- časová zmena výšky hladiny v oblasti hate Drahovce,
- zaústenie prívodného kanála do vodnej nádrže (VN) Sĺňava.

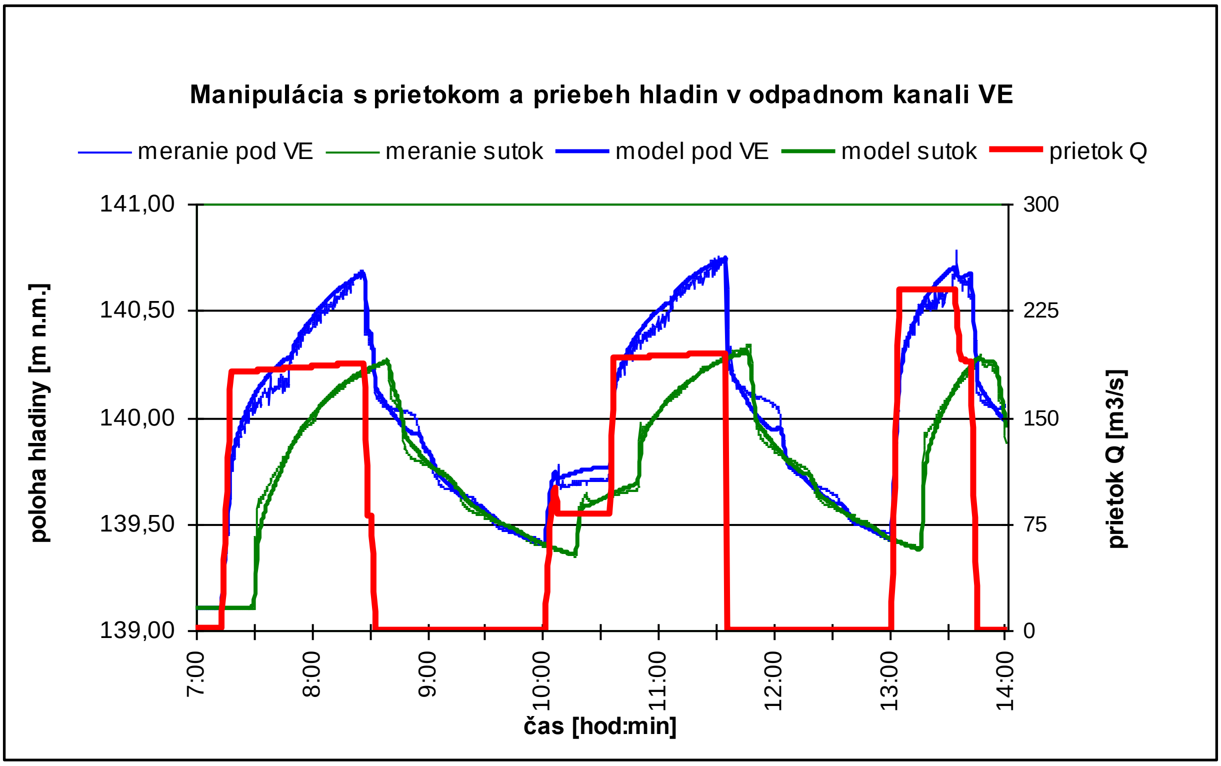
V rámci dynamického výpočtu hornej okrajovej podmienky je rozhodujúci prítok (v rámci energetickej prevádzky) z VE Horná Streda. Prítok do zdrže Sĺňava v mieste hate Drahovce sme započítavali s oneskorením (postupový čas), ktoré bolo určené experimentálne na základe požiadavky zhody zameranej hladiny na hati Drahovce s vypočítanou hladinou v tomto profile modelom.



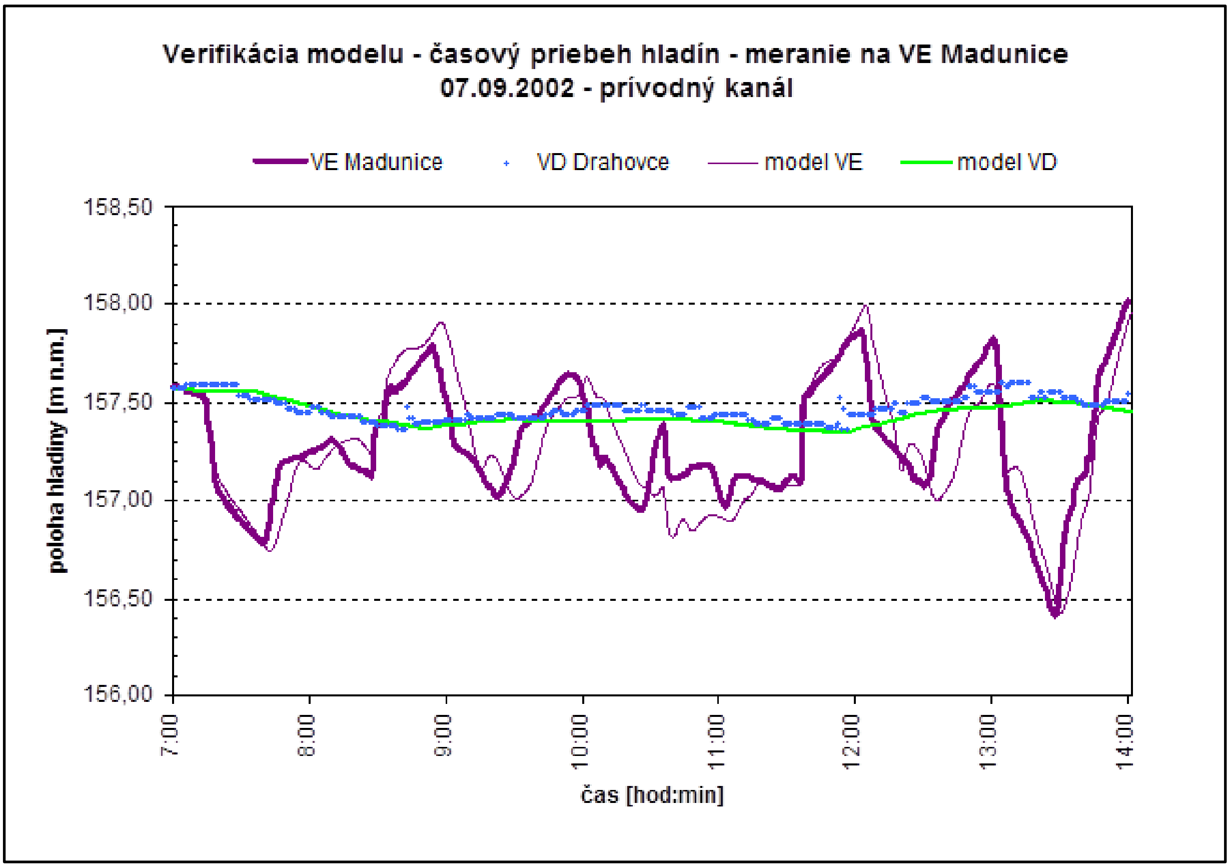
Obr. 3.20. Schéma riešenia prívodného kanála VD Drahovce – VE Madunice

Porovnanie výsledkov modelu a merania v teréne na odpadnom kanáli sú zobrazené na Obr. 3.21. Komparované sú dve najdôležitejšie hladiny a to hladina na začiatku a na konci modelovaného úseku. Modelovaná oblasť je krátka (4,6 km) a zhoda bola dosiahnutá veľmi dobrá. Vzhľadom na pomerne krátke prevádzkové špičky (maximálne 1,5 hodiny) nebolo pozorované výrazné ovplyvnenie dejov v odpadnom kanáli v dôsledku stúpajúcej hladiny vody v prírodnom koryte Váhu pod oddeľujúcou prehrádzkou.

Zložitejšia situácia je pri modelovaní prívodného kanála, kde stabilizácia hladiny prebieha podstatne dlhšie. Model dosiahol podstatne lepšie výsledky pri vyšších prietokoch (pokusy č. 1 a 3.). Najväčšia chyba nastala pri pokuse č. 2, keď pokus štartoval do neustáleného stavu s relatívne malým prietokom (točivá rezerva), ktorý má aj malý stabilizačný účinok. Pomerne značná chyba vznikla s narastajúcim časovým posuvom riešenia modelom voči reálnemu deju (reálna vlna predbieha modelové riešenie), čo v ďalšom pri sčítaní vlny v kanáli s vlnou vytvorenou manipuláciou vedie k opačnému správaniu sa modelu voči modelovanému deju. Časový posun riešenia sa nepodarilo výrazne znížiť ani výrazným znížením koeficientu drsnosti dna modelovanej oblasti, a preto predpokladáme výrazné zmeny v topológii prívodného kanála v dôsledku zanášania prívodného kanála zo zdrže Sĺňava.



Obr. 3.21. Verifikácia modelu – odpadný kanál VE Madunice



Obr. 3.22. Verifikácia modelu – prívodný kanál VE Madunice

Na Obr. 3.22 sú porovnané dva výsledky z modelovania prívodného kanála:

- časový priebeh hladiny na hati v Drahovciach – splnenie hornej okrajovej podmienky,
- časový priebeh hladiny nad VE Madunice pri zadanom prietoku cez VE.

Z prevádzkového hľadiska je dôležité minimalizovať hydraulické straty na energetických kanáloch. Tým sa dosiahne maximálny čistý spád na VE a maximálna produkcia elektrickej energie. Lokálne hydraulické straty spôsobujú hlavne hrubé nečistoty zachytené na hrabliciach medzi haťou Drahovce a prívodným kanálom. Praktické skúsenosti ako aj výsledky modelovania dokázali, že hydraulické straty na hrabliciach sa ďalej propagujú v prípade kanála VD Drahovce − VE Madunice až na približne svoj dvojnásobok z dôvodu neoptimálneho prevedenia prietoku cez prívodný kanál. Vzhľadom na to, že na hati Drahovce v čase pokusu nebolo nainštalované žiadne čistiace zariadenie, obsluha VE si pomáhala vytvorením spätnej vlny z prívodného kanála do hate Drahovce prudkým znížením prietoku cez VE Madunice. Spätná vlna odtrhne nečistoty od hrubých hrablíc (Obr. 3.23).

Obr. 3.23. Odtrhnutie hrubých nečistôt od hrablíc spätnou vlnou – hať Drahovce

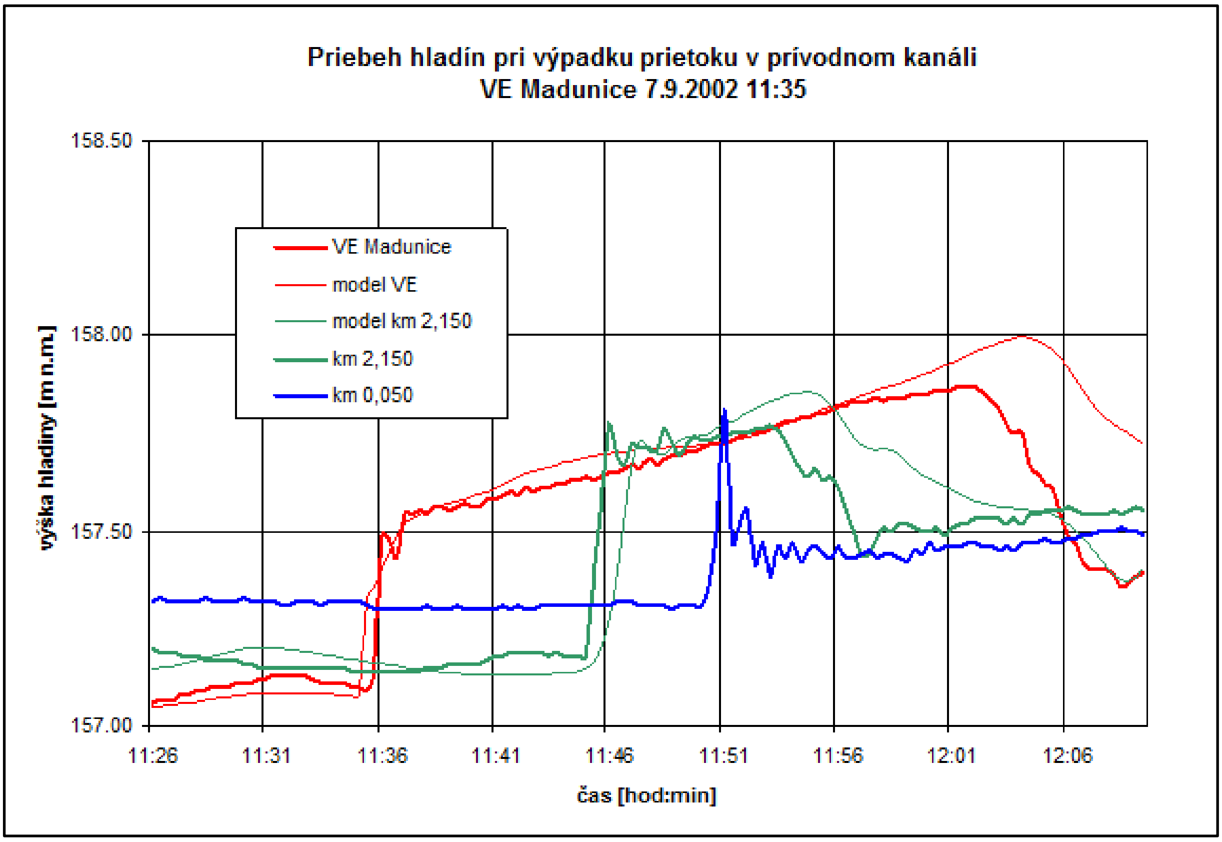
Samotná spätná vlna tesne pred haťou Drahovce je zobrazená na Obr. 3.24 (profil rkm = 0,050 na Obr. 3.25). Hoci samotné meranie v teréne nebolo pripravené na tak rýchle deje a bolo realizované s 20 sekundovým krokom, získali sa aj tak cenné údaje na vývoj modelov opisujúcich takéto rýchle zmeny hydraulických veličín.

Obr. 3.24. Spätná vlna tesne pred haťou Drahovce (profil 0,050 rkm)

Na Obr. 3.25 sú zobrazené niektoré namerané a modelované priebehy hladín v časovej lupe tesne po prudkom odstavení prietoku cez VE Madunice v 11:35 hod. Na výsledkoch z modelovania je zreteľné utlmenie krátkych vĺn na čele spätnej vlny.

Z vlastného merania, kamerového záznamu a modelovania sa získali dôležité poznatky:

- 2 sekundové odstavenie prietoku cez turbíny sa transformovalo v hornej zdrži nad VE Madunice na začiatku prívodného kanála na približne 20 sekundové zníženie prietoku v celom profile prívodného kanála,
- spätná vlna má výrazne zvlnené čelo vlny,
- na diskretizáciu rovníc (3.21)-(3.22) už nebude postačujúca 4-bodová implicitná Preismanova schéma (HECRAS, SOBEK), vhodnejšia sa ukazuje 6-bodová Abott-Ionescova implicitná schéma (MIKE 11), prípadne zložitejšie schémy založené na splinoch.

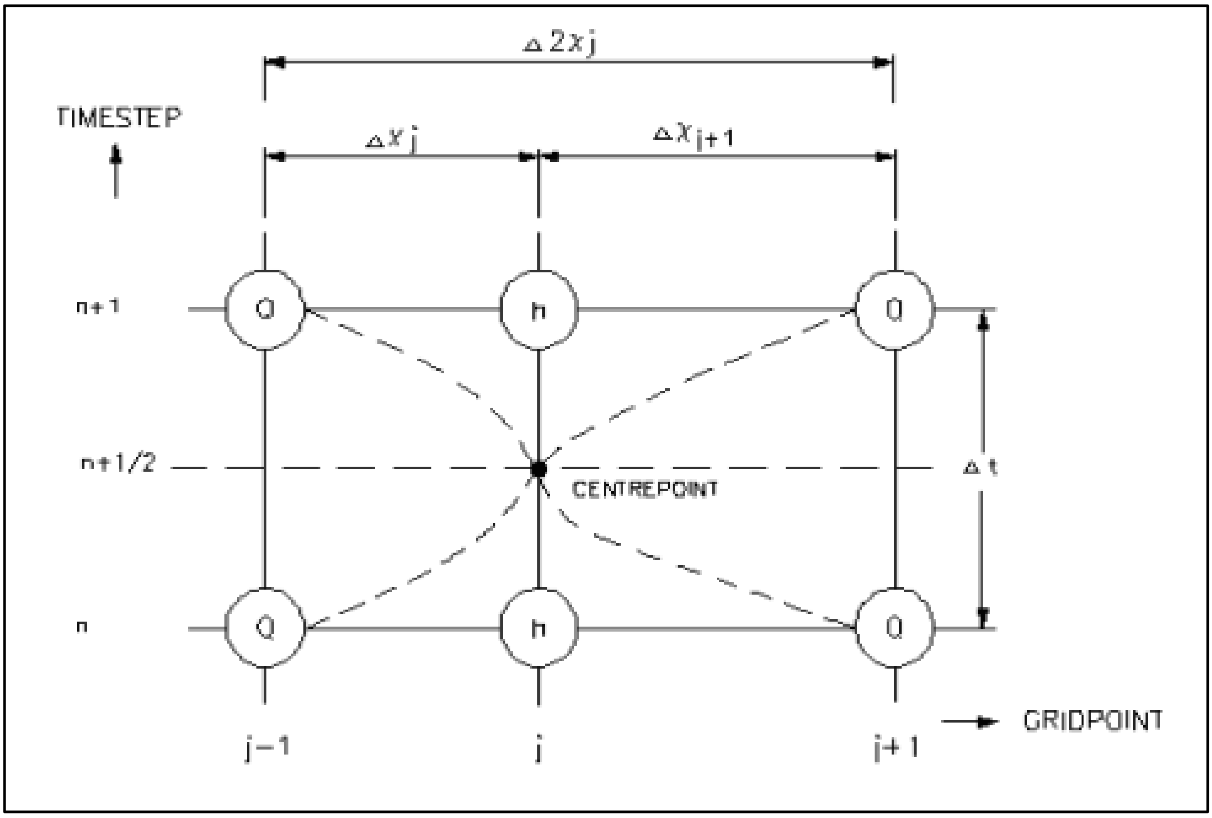


Obr. 3.25. Výpadok v prietoku na VE Madunice 7. 9. 2002

Prezentované výsledky poukazujú na možnosti modelovania hladinového režimu v kanáloch VE v rámci energetickej prevádzky a boli prvý krok k modelovaniu interakcie energetického kanála VE s vodohospodárskou nádržou. Realizovaný scenár pokusov bol podstatne tvrdší ako reálna prevádzka, ktorú tvoria spravidla dve 4 hodinové prevádzkové špičky v priebehu jedného dňa. Pri modelovaní reálnej prevádzky VE je súlad medzi modelom a modelovaným dejom podstatne lepší.

K ďalšiemu skvalitneniu modelu by prispela integrácia prírodného koryta Váhu do matematického modelu, čo by umožnilo jeho využitie aj pri modelovaní situácií so zvýšeným až povodňovým prietokom. Model VD Drahovce-Madunice sa využil aj pri príprave merania hladinového režimu na VE Madunice pri regulačnej prevádzke a pri modelovaní interakcie energetickej a pripravovanej plavebnej prevádzky na VD Madunice.

Vyššia stabilita 6-bodovej Abbott-Ionescuovej implicitnej diskretizačnej schémy je daná použitím prestriedanej priestorovej schémy výpočtu tak ako je znázornené na Obr. 3.26.



Obr. 3.26. Prestriedaná výpočtová schéma pre 6-bodovú diskretizačnú schému

Potom parciálne derivácie premenných *Q* a *h* môžeme približne nahradiť diferenčnými vzťahmi (3.45) a (3.46)

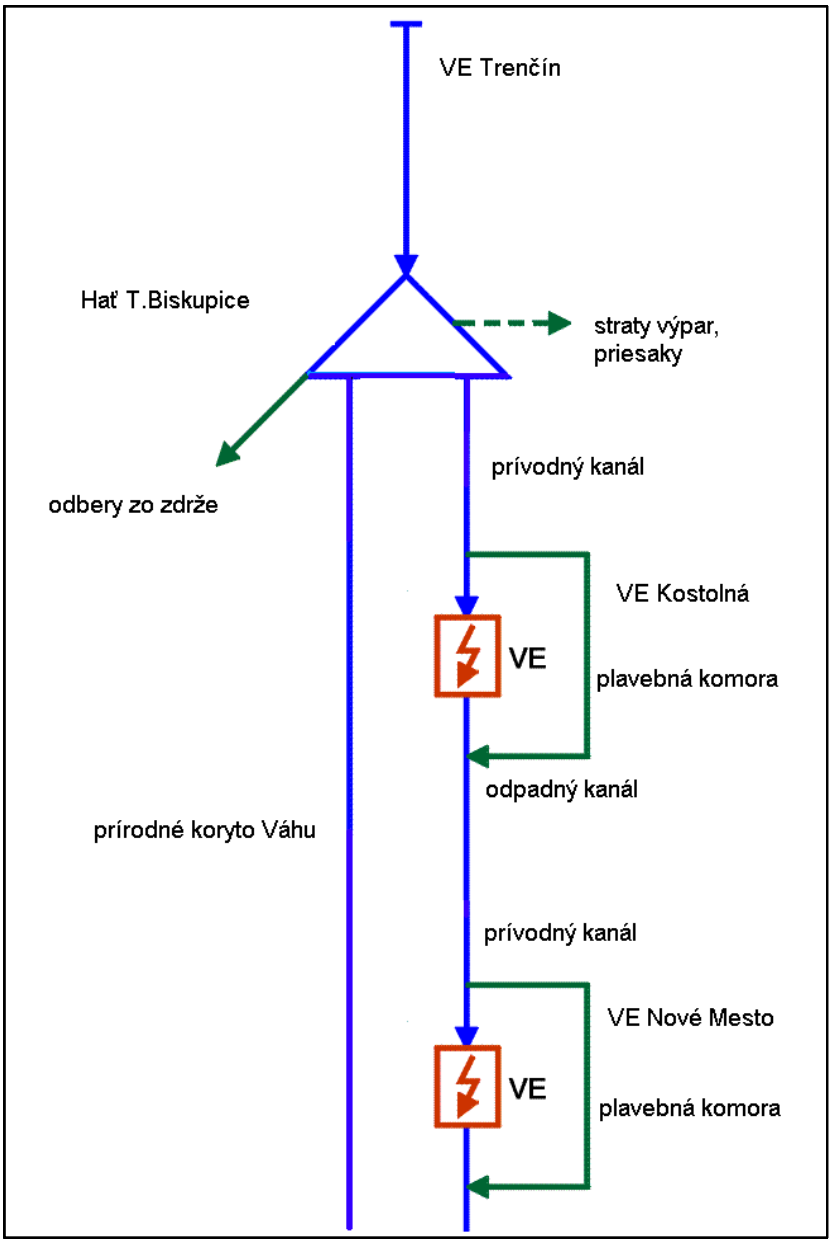
$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{\dfrac{(f_{j+1}^{n+1} + f_{j+1}^{n})}{2} - \dfrac{(f_{j-1}^{n+1} + f_{j-1}^{n})}{2}}{\Delta 2x_j} \tag{3.45}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f_i^{n+1} - f_i^{n}}{\Delta t} \tag{3.46}$$

Vyššia stabilita výpočtu nám umožňuje modelovať prudšie zmeny v prietoku v otvorenom koryte a to pri požadovanej presnosti výpočtu.

3.2.3 Matematický model VE Kostolná – VE Nové Mesto

Hydroenergetická schéma skupiny kanálových VE Kostolná – Nové Mesto – Horná Streda pozostáva z troch VE na spoločnom derivačnom kanáli. Zhora aj zdola je ohraničená zdržami vytvorenými haťami Trenčianske Biskupice a Drahovce. Z fyzikálneho hľadiska každá VE predstavuje singulárny bod, v ktorom možno definovať hydraulické parametre prúdenia a aj jeho časový priebeh. Pri riešení hydraulického režimu sa nemusí teda riešiť celá skupinu naraz. Derivačný kanál je rozčlenený na jednotlivé úseky vždy medzi dvoma VE (medzikanály)



Obr. 3.27. Schéma skupiny VE Kostolná –VE Nové Mesto

Hydroenergetická schéma skupiny kanálových VE Kostolná – Nové Mesto – Horná Streda obsahuje ešte prívodný kanál od zdrže Trenčianske Biskupice po VE Kostolná a odpadný kanál od VE Horná Streda do zdrže Drahovce. V tomto prípade vtokový aj výtokový profil celej skupiny VE predstavujú takisto singulárne body, v ktorých sa môže sústava tiež rozdeliť.

Pribudnú teda úseky (medzikanály) zdrž – prvá VE skupiny a posledná VE skupiny – zdrž. Za okrajové podmienky riešenia režimu prúdenia vo vtokovom a výtokovom profile potom uvažujeme okrajovú podmienku typu poloha hladiny ako funkcia času.

Výsledky výpočtov neustáleného prúdenia na skupine kanálových VE majú široké a rôznorodé použitie. Môžeme ho rozdeliť na dve základné oblasti:

1. vypracovanie zásad manipulácie so skupinou VE,
2. prevádzka.

Pod prvou oblasťou sa rozumejú výpočty najmä v štádiu predprojektovej a projektovej prípravy, resp. v štádiu skúšobnej prevádzky, potrebné na vypracovanie manipulačných poriadkov. Pri týchto výpočtoch sa predovšetkým:

- vymedzuje rozsah prípustného kolísania hladín pri špičkovej prevádzke. Vymedzujú sa najmä limitné hladiny s prihliadnutím na spôsoby a rôznorodosť prevádzky skupiny VE v závislosti od potrieb elektrizačnej sústavy,
- spresňujú prevádzkové hladiny v kanáloch tak, aby nedochádzalo k prelievaniu horných hrán tesnení kanálov,
- navrhujú prevádzkové opatrenia, pre ktorých bude celé vodné dielo spoľahlivo plniť svoju funkciu,
- posudzujú prípadné technické opatrenia na kanáloch a VE (pri starších, napr. ich rekonštrukcia, zväčšovanie kapacity).

Pod druhou oblasťou sa rozumie využitie pri samotnej prevádzke. Hydrodynamické modely slúžia dispečerovi pri operatívnom riadení. Pomocou nich môže efektívne prepočítať hladinový režim pre rôzne aktuálne varianty prevádzky.

Exaktnejším určením hydraulických väzieb skupín kanálových VE a výpočtami na hydrodynamických modeloch sa dá zlepšiť plánovanie a riadenie prevádzky. Konečným efektom je spoľahlivejšia prevádzka so zachovaním regulačných funkcií VE.

Na nasledujúcich obrázkoch sú prezentované dve aplikácie využitia matematického modelovania skupiny VE Kostolná – Nové Mesto – Horná Streda:

1. Aplikácia ukazuje výsledky modelovania prívodného kanála zo zdrže Trenčianske Biskupice do VE Kostolná. Variant 1 ukazuje klasický postup modelovania izolovanej skupiny VE s použitím hornej okrajovej podmienky typu konštantná výška hladiny v hornej zdrži, ktorý nedáva výsledky s požadovanou presnosťou. Variant 2 využíva hornú okrajovú podmienku typu zdrž, kde sa požadovaný časový priebeh hladiny v zdrži získava z bilančného modelu zdrže so započítaním vplyvu prevádzky na VE Skalka. Porovnanie oboch variantov je na Obr. 3.28.

2. Aplikácia ukazuje vplyv zmeny drsnosti kanála a jeho dopad na hydrodynamiku neustálených javov pri nábehu, resp. odstavovaní VE z prevádzky kanála VE Kostolná – VE Nové Mesto nad Váhom. Variant 1 ukazuje priebeh hladín pri hodnote drsnosti kanála $n = 0{,}016$, ktorá bola ako priemerná určená prof. Gabrielom na základe výskumov ukončených v roku 1970. Na základe meraní ustálených hladín pri prevádzke na kanáloch VE v polovici 90. rokov a následnom modelovaní však vychádza priemerná drsnosť kanálov okolo $n = 0{,}020$. Táto hodnota bola použitá pri výpočte variantu 2. Porovnanie oboch variantov je na Obr. 3.29.

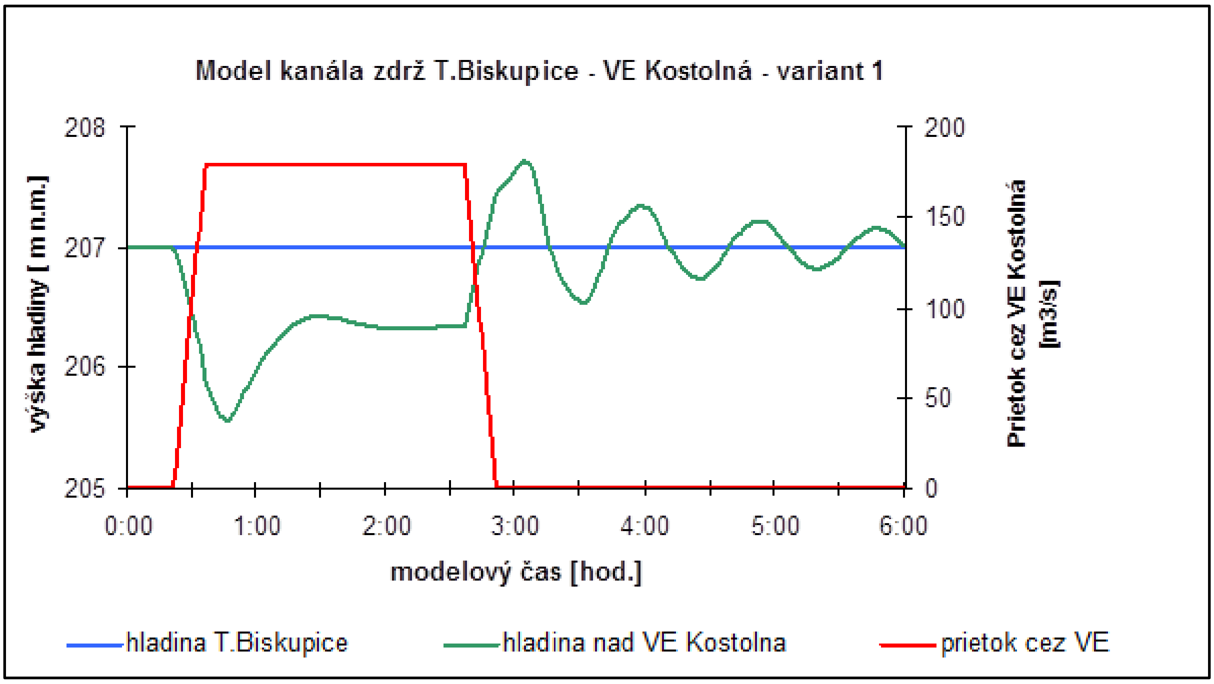
Zvýšenie drsnosti kanála vedie síce k stabilizácii prechodových javov v kanáli VE, ale súčasne k nežiaducemu poklesu spádu vody na VE až o 0,55 m a tým k poklesu produkcie elektrickej energie (Obr. 3.30).

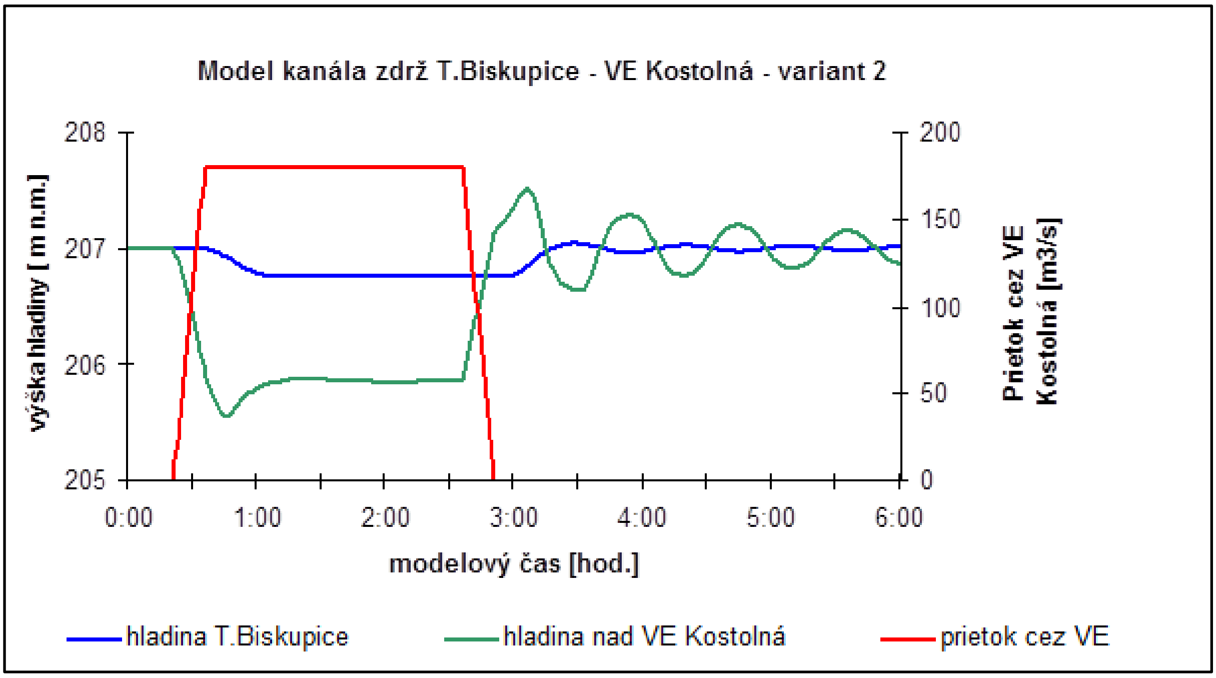
Pokles na výrobe elektrickej energie bol počítaný ako rozdiel na výkone na VE medzi variantom 1 a variantom 2. Elektrický výkon je daný vzorcom:

$$P = gQ_T H_C \eta \tag{3.47}$$

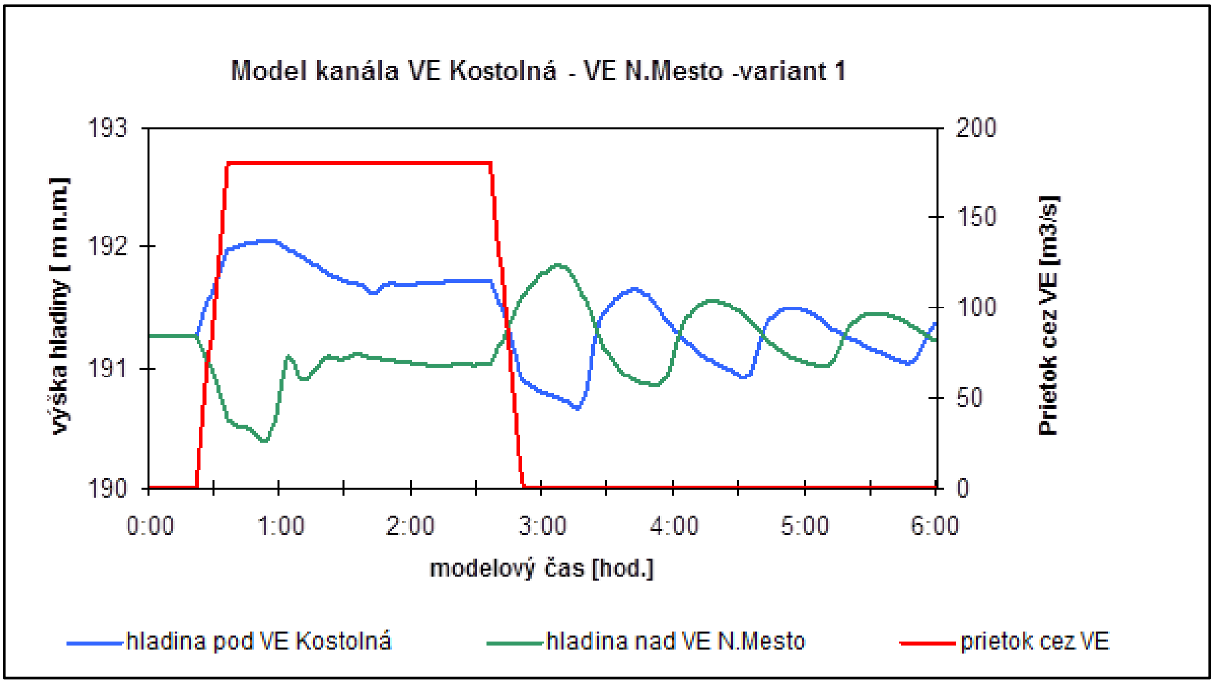
kde:	P	- elektrický výkon	[kW]
	Q_T	- turbínový prietok	[m^3s^{-1}]
	H_C	- čistý spád vody na VE	[m]
	η	- celková účinnosť premeny energie	[-]

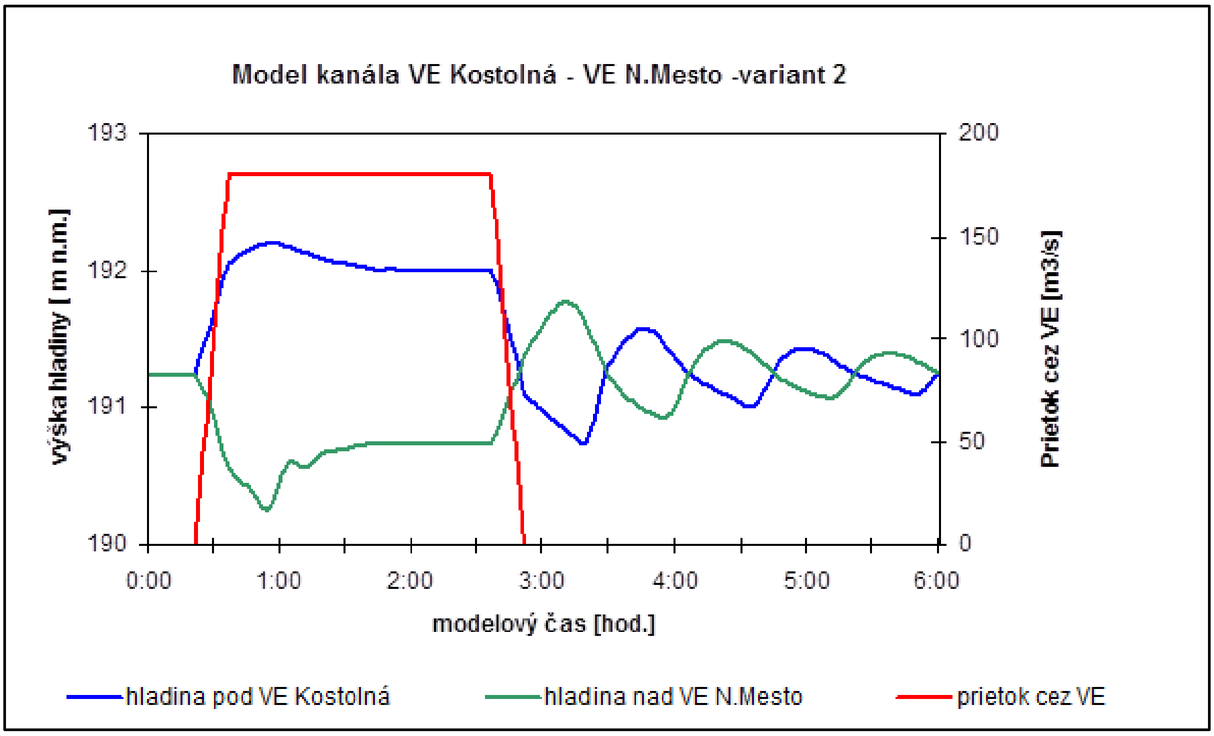
Uvedené aplikácie ukazujú na potrebu riešenia modelu prevádzky Vážskej energetickej sústavy ako celku. Dôležitou otázkou z energetického hľadiska je aj postupné nežiaduce zvyšovanie drsnosti dna umelých energetických kanálov.



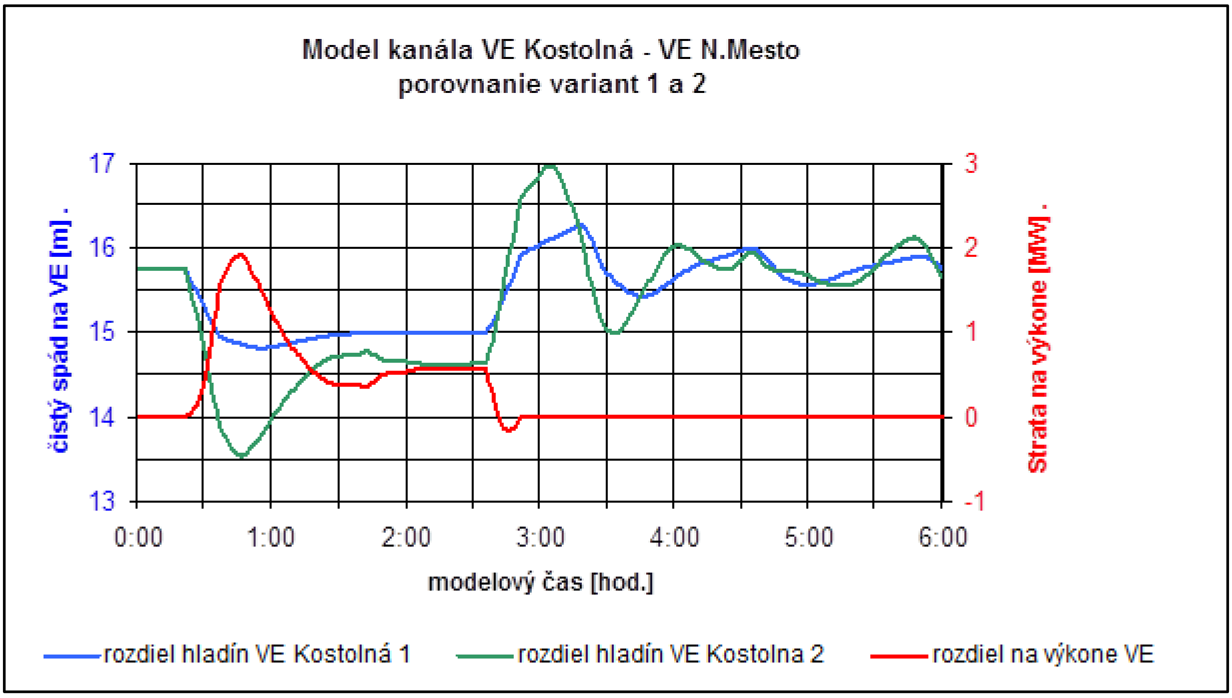


Obr. 3.28. Aplikácia hornej okrajovej podmienky typu zdrž



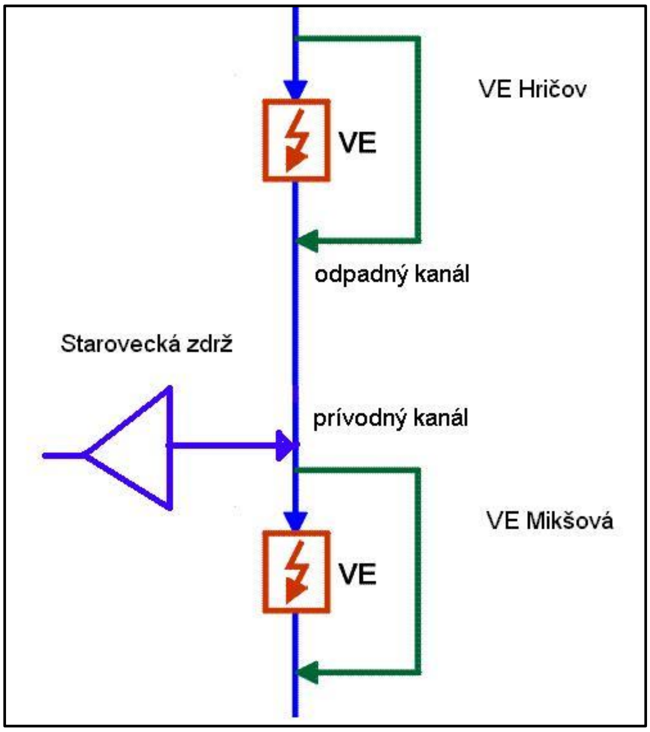


Obr. 3.29. Aplikácia zmeny drsnosti dna kanála



Obr. 3.30. Pokles čistého spádu na VE a strata na elektrickom výkone

3.2.4 Matematické modelovanie interakcie bočnej zdrže a prívodného kanála VE Mikšová



Obr. 3.31. Schéma kanála VE Hričov – VE Mikšová

Prívodný kanál VE Mikšová je najdlhší kanál Vážskej kaskády. Pred VE Mikšová sa nachádza bočná pravostranná zdrž, ktorá má vplyv na hladinový režim nad VE Mikšová (schéma na Obr. 3.31).

Prvé pokusy o matematické modelovanie interakcie bočnej zdrže a energetického kanála boli realizované VÚVH koncom 60. rokov kolektívom pod vedením prof. Gabriela [7]. Prívodný kanál VE Mikšová I Nadväzuje na odpadný kanál VE Hričov (3,598 km).

Dĺžka prívodného kanála je 12,82 km. Kapacitne patrí tento kanál tiež k najväčším – je dimenzovaný na zvýšený prietok až 504 m^3s^{-1}. Priemerná šírka kanála v dne je 26 m so sklonom návodných svahov 1 : 2. Kanál má niekoľko prechodových úsekov, kde sa rozširuje alebo zužuje. Je tesnený betónovým plášťovým tesnením. V km 15,421 až 15,874 je vynechaná pravostranná hrádza kanála. V tomto mieste sa nachádza Starovecká nádrž, do ktorej je zaústený potok Štiavnik (km 15,8).

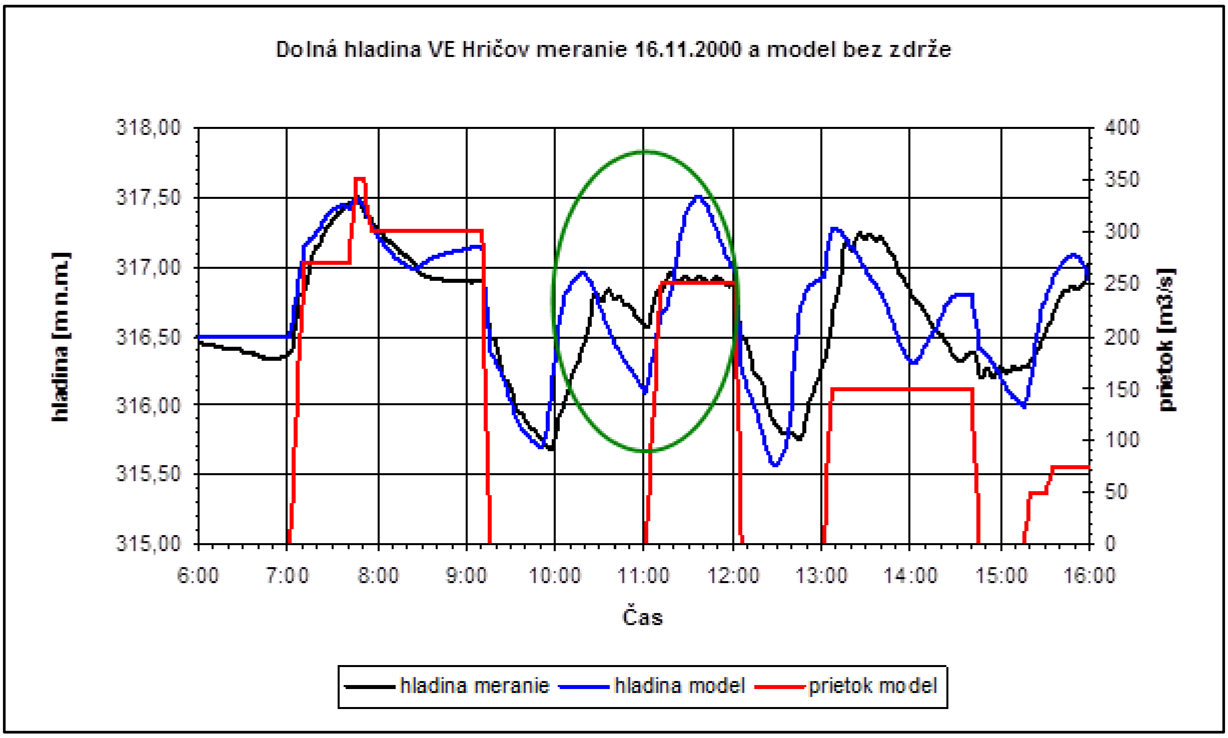
Pri nasadení skupiny VE do tandemovej prevádzky vzniká neustálený pohyb vody v derivačnom kanáli. To isté platí aj pre odstavenie skupiny z prevádzky alebo pre zmenu prietoku počas prevádzky. Ustálený pohyb vody v kanáli nastáva až po dostatočne dlhom čase prevádzky na konštantný prietok. Vzhľadom na špičkový charakter prevádzky skupiny VE nemusí pri krátkych špičkách k ustáleniu vôbec dôjsť. Tu zohrávajú dôležitú úlohu ďalšie hydraulické prvky ako je bočný polder, ktoré môžu pri správnej manipulácii tlmiť nežiaduci vlnový režim v kanáli.

Na verifikáciu matematického modelu na úseku VE Hričov – VE Mikšová bolo realizované koncom roku 2000 meranie hladín v kanáli pri výrazne dynamickej prevádzke. Manipulácia s prietokom v kanáli sa skladala z troch špičiek s dĺžkou od 1 do 2 hodín, s prietokmi od 150 do 300 m^3.s-1 a s dĺžkou prestávok medzi špičkami od 1 do 2 hodín.

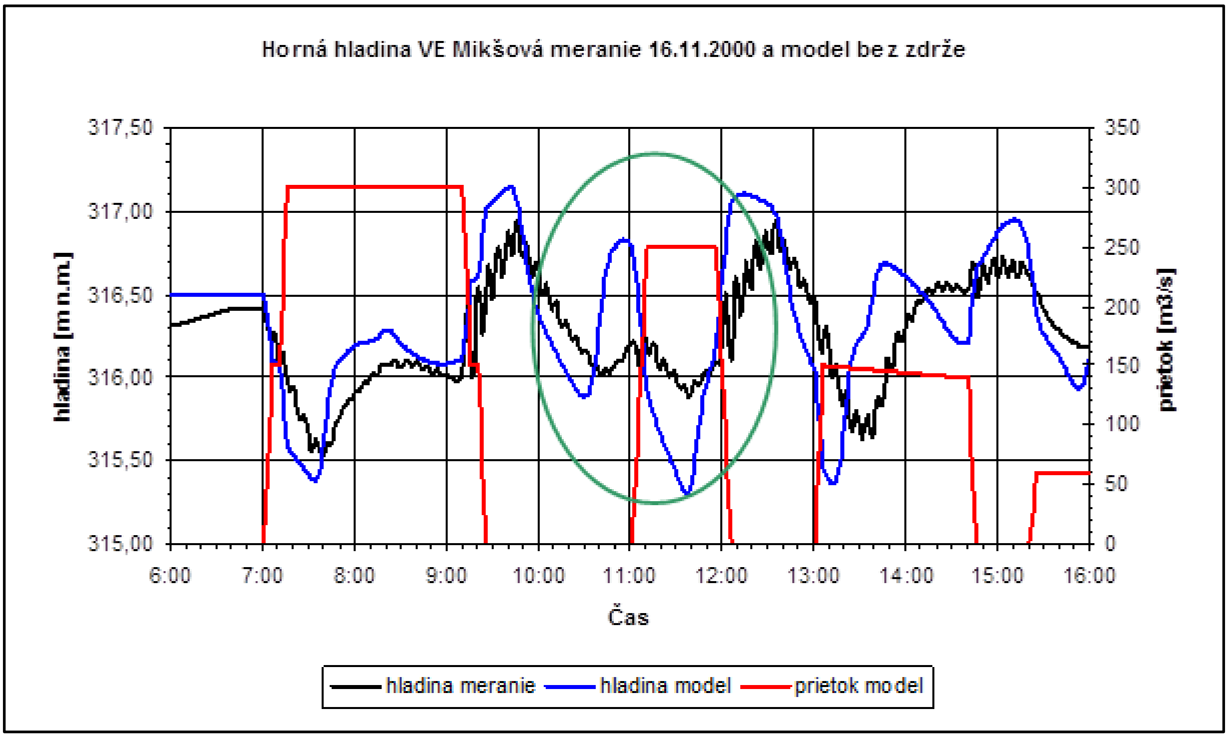
Matematický model bol testovaný v dvoch verziách. Prvá verzia, ktorá bola úspešne verifikovaná na ostatných kanáloch Vážskej energetickej kaskády a je bez simulácie interakcie s bočnou zdržou (Obr. 3.32 – 3.33). Výsledky z modelu v tomto prípade môžeme považovať ako teoretické hodnoty, ktoré by boli dosiahnuté v kanáli pri prevádzke bez prítomnosti bočnej zdrže. Porovnaním meraných hladín s výsledkami modelovania vidíme zásadný vplyv na tlmenie vlnového režimu a to hlavne nad VE Mikšová. Problematické oblasti (označené zelenou elipsou) vznikajú pri nábehu z neustáleného stavu (2. prietoková špička), keď výsledky modelu sú v časovom posune oproti vlastnému meraniu na kanáli.

Druhá verzia výpočtu bola realizovaná už programom HDM upraveným na vzájomné prepojenie viacerých modelových segmentov výpočtu. Bočná nádrž bola ďalej modelovaná ako prietočná nádrž s topografickými parametrami odhadnutými z mapových podkladov. Výsledky modelovania interakcie medzikanála s bočnou nádržou sú na Obr. 3.34 – 3.35.

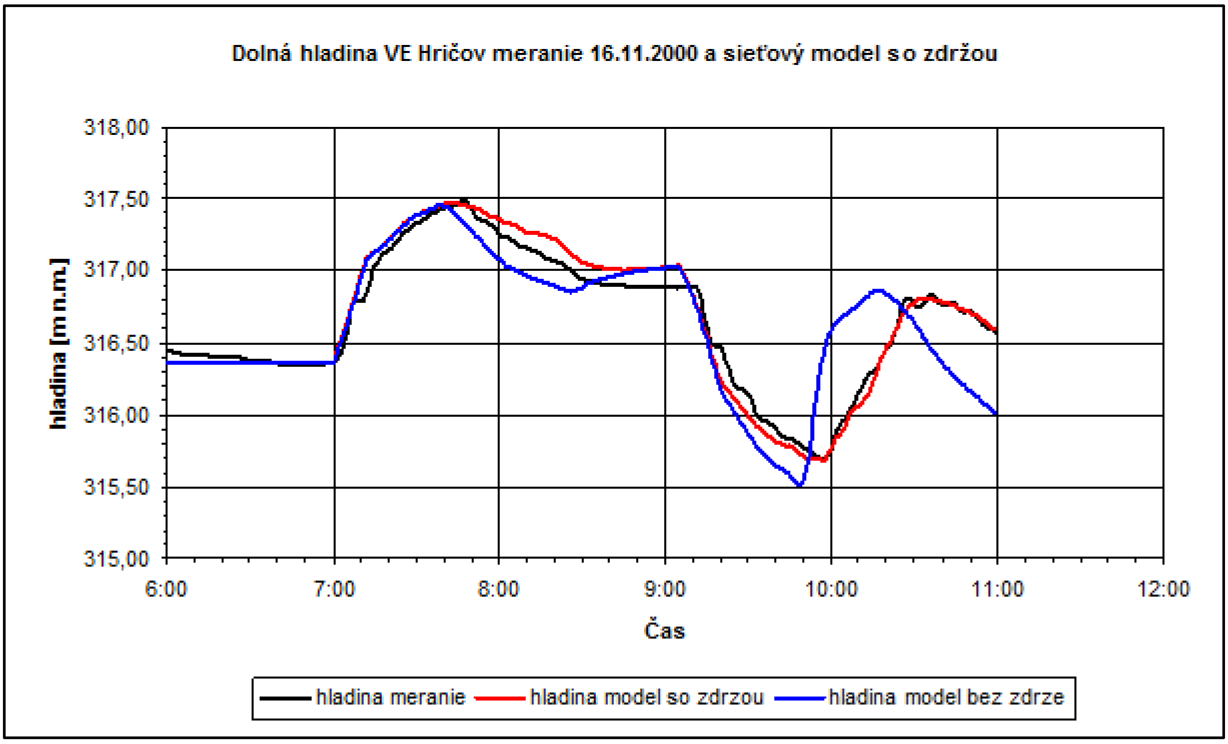
Bola dosiahnutá dobrá zhoda medzi meranými hodnotami hladín a modelovanými hladinami nielen v prívodnej (horná hladina nad VE Mikšová) ale aj odpadnej časti medzikanála (dolná hladina pod VE Hričov). Miera interakcie bočnej nádrže s energetickým kanálom sa dá posúdiť podľa Obr. 3.36.



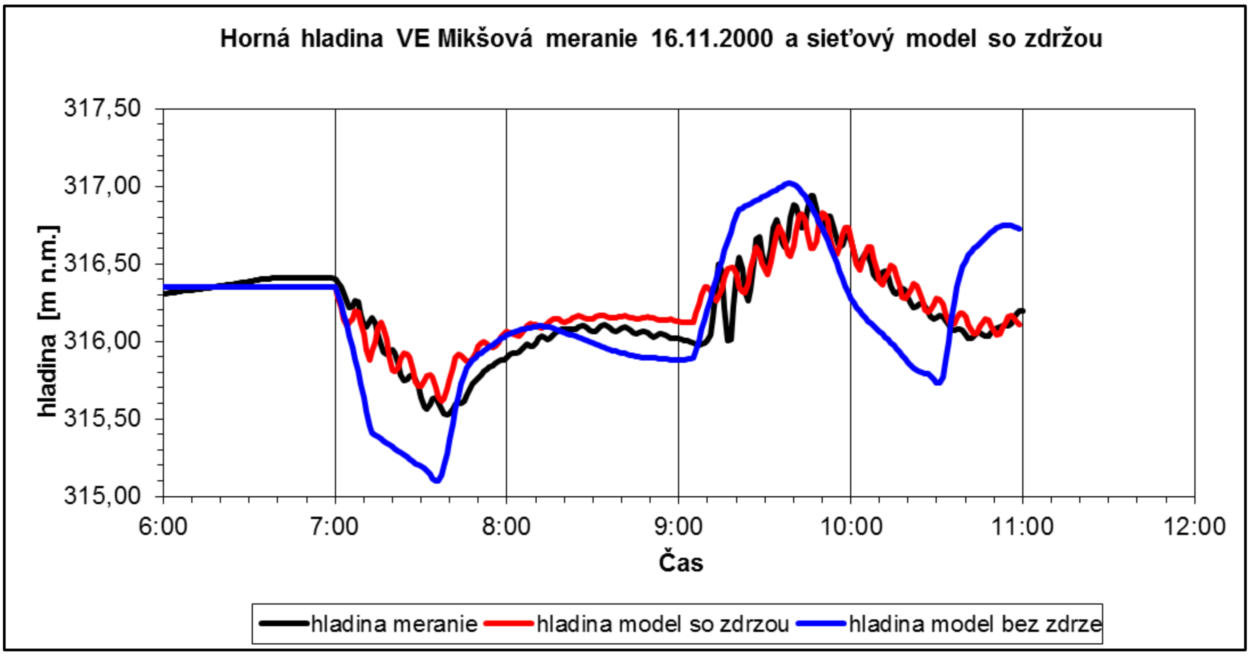
Obr. 3.32. Porovnanie výsledkov merania a modelu bez bočnej zdrže



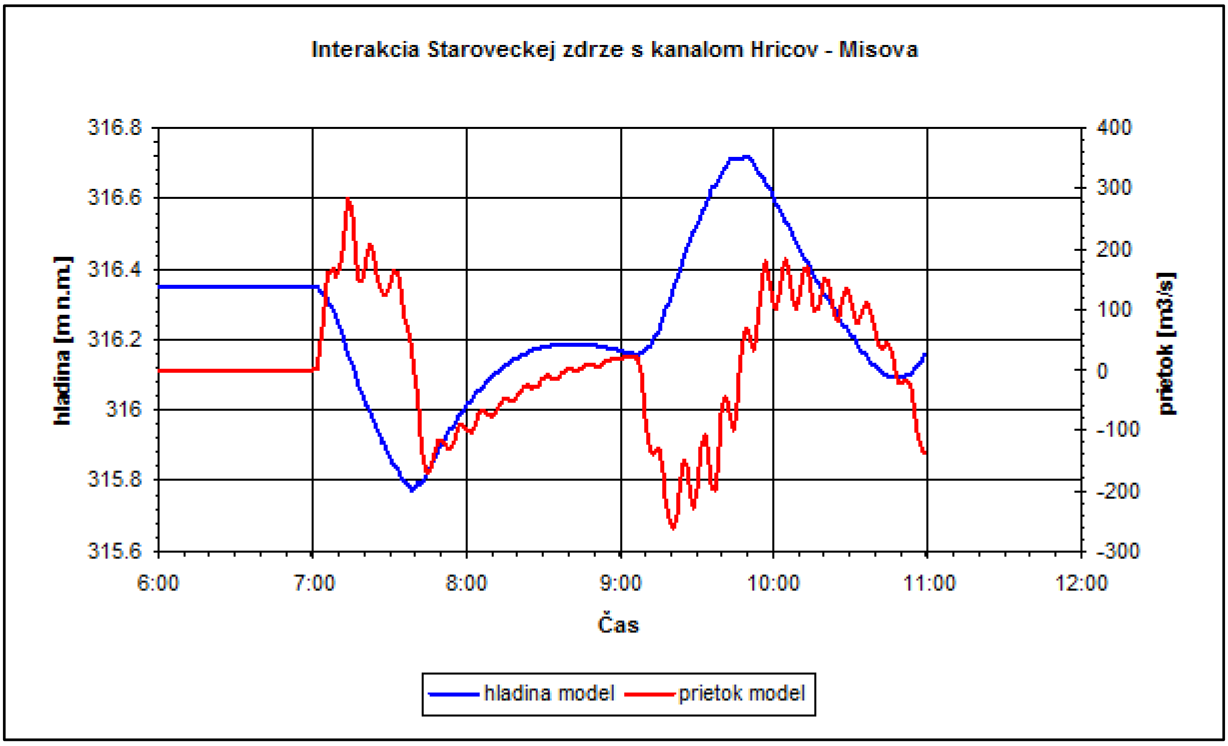
Obr. 3.33. Porovnanie výsledkov merania a modelu bez bočnej zdrže



Obr. 3.34. Porovnanie výsledkov merania a modelu s bočnou zdržou



Obr. 3.35. Porovnanie výsledkov merania a modelu s bočnou zdržou



Obr. 3.36. Interakcia bočnej nádrže s kanálom v mieste zaústenia

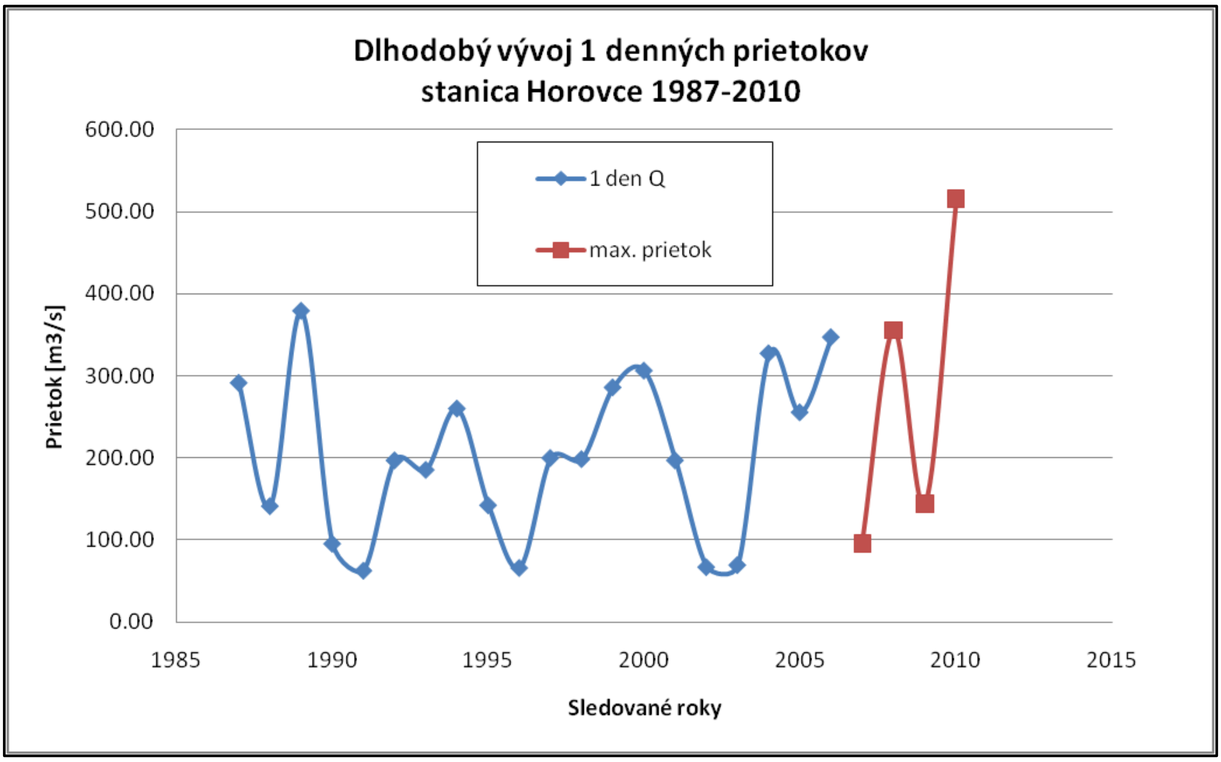
Na základe realizovaných meraní a experimentov s modelovaním interakcie Staroveckej nádrže s kanálom VE Hričov – VE Mikšová sa môže konštatovať, že na exaktné modelovanie interakcie kanála s bočnou zdržou bude potrebné realizovať zameranie topológie Staroveckej nádrže (predpokladá sa značné zanesenie sedimentmi z potoku Štiavnik) a meranie hladinového režimu na verifikáciu aj priamo v Staroveckej nádrži.

3.3 Matematické modelovanie protipovodňovej ochrany na Ondave

Cieľom tejto kapitoly skrípt je posúdenie hladinového a prietokového režimu na Ondave pre súčasný stav koryta a navrhnutie opatrení na riešenie protipovodňovej ochrany na Ondave ([48]). Výpočty boli realizované modelovým nástrojom HEC-RAS pre ustálený stav prúdenia vody v otvorenom koryte so zameraním sa na možné riadené vypúšťanie povrchovej vody z koryta cez bočné priepady do územia na ľavej strane Ondavy. Kalibrácia matematického modelu bola realizovaná na údajoch o priebehu povodne z júla 2004.

3.3.1 Povodeň júl 2004

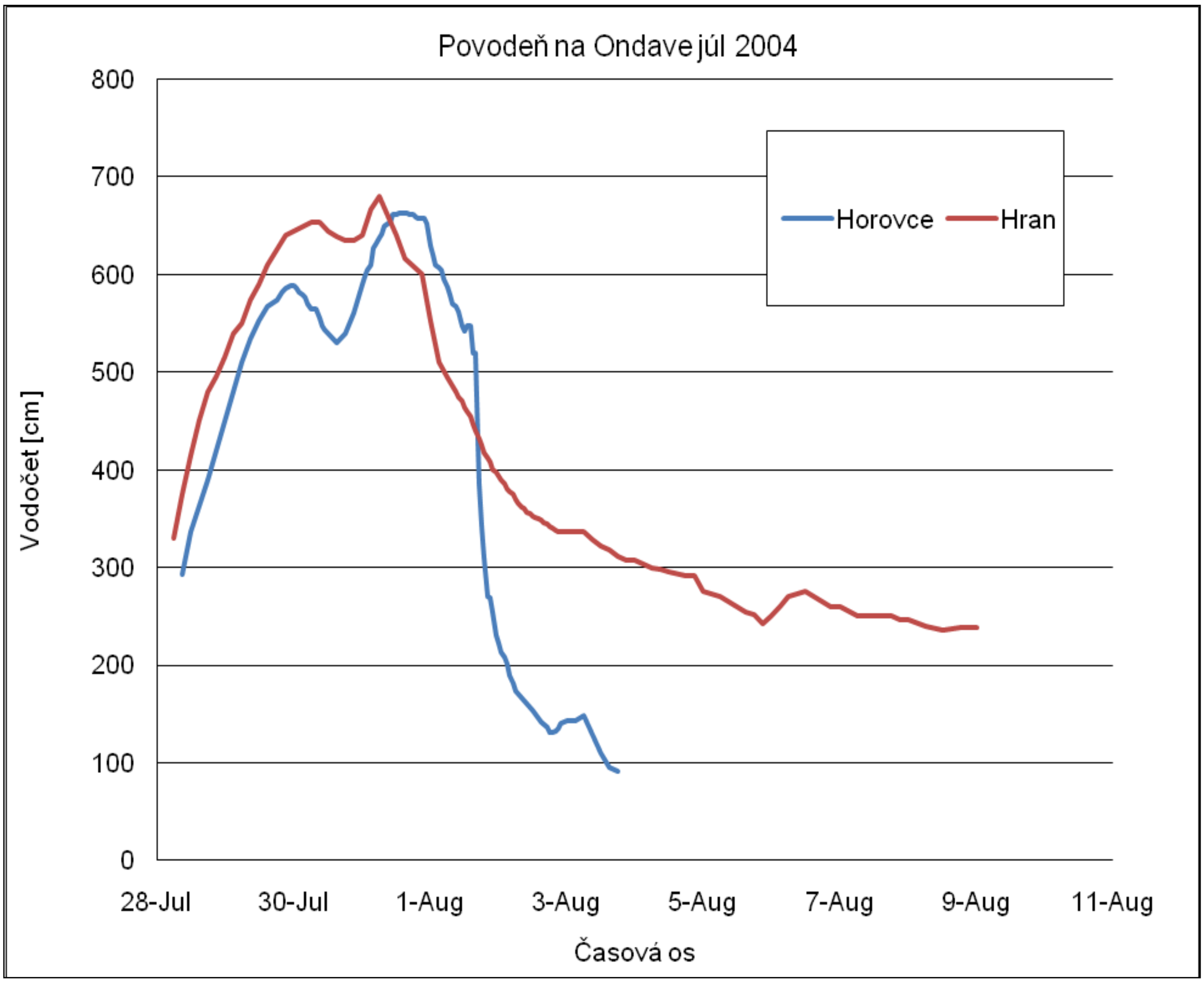
Východné Slovensko pravidelne postihujú povodne vyvolané dlhotrvajúcimi zrážkami zasahujúcimi celý región. Na Obr. 3.37 vidíme pravidelne sa opakujúce obdobia nízkych a vysokých prietokov 1990 – 1996, 1996 – 2003 a 2003 – (zaujímavé by bolo doplnenie údajov za roky 2007 – 2010). Extrémne priebehy zrážok, flyšové podložie a vejárovitý tvar povodí sú determinujúce faktory aj pri vzniku povodne v roku 2004.



Obr. 3.37. Pravidelne sa opakujúce obdobia extrémnych prietokov (1 denných) v stanici Horovce

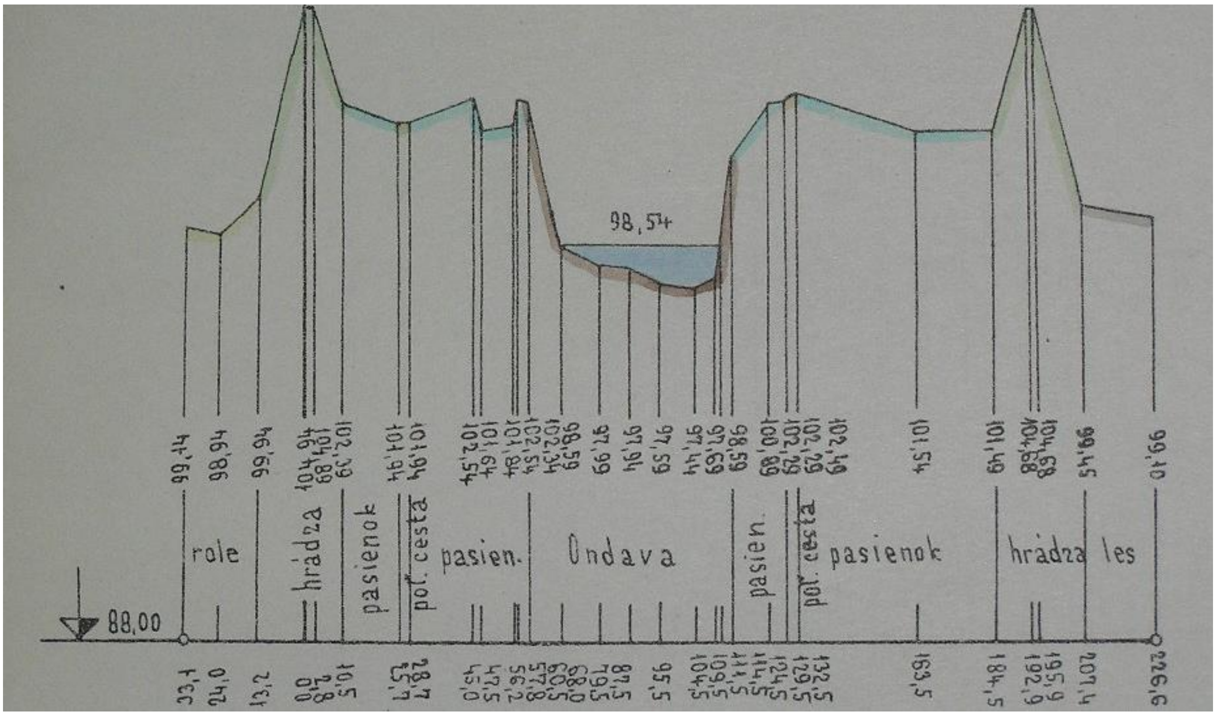
Celkový úhrn zrážok počas piatich dní v sledovanom území dosahoval lokálne aj viac ako 200 mm. Prvá vlna zrážok (27. – 28. Júl 2004) spôsobila nasýtenie povodia a vyvolala miestne povodne na horných úsekoch tokov. Druhá vlna zrážok bola ešte intenzívnejšia.

Z 29. na 30. júla 2004 bolo zaznamenané prudké stúpanie hladín už aj na stredných a dolných úsekoch tokov dosahujúce a prekračujúce niektoré historické maximá. Voda sa vylievala z korýt, ktorých prirodzená kapacita nebola dostatočná na prevedenie aktuálneho množstva vody. V niektorých úsekoch s vybudovanými ochrannými protipovodňovými hrádzami bola situácia obdobná. Napriek extrémnemu nasadeniu vodohospodárov a miestneho obyvateľstva pri zvyšovaní hrádzí pieskovými vrecami a transformácii povodňovej vlny vodnou nádržou Veľká Domaša došlo k preliatiu a následnej deštrukcii ľavobrežnej hrádze Ondavy pri obci Markovce.



Obr. 3.38. Priebeh hladiny na vodočtoch Horovce a Hraň počas júlovej povodne v roku 2004

Kritická situácia vznikla 31. júla na rieke Ondava o 9. hod., keď bola preliata a následne pretrhnutá ľavobrežná hrádza na dĺžke 30 m a do 18 hod. sa deštrukcia hrádze rozšírila tak, že vznikol otvor v hrádzi o dĺžke asi 200 m (Obr. 3.40). Došlo k následnému zatopeniu kanálov a čerpacej stanice Ladislav.



Obr. 3.39. Štruktúra a geometria ukážkového profilu Ondavy (1968)

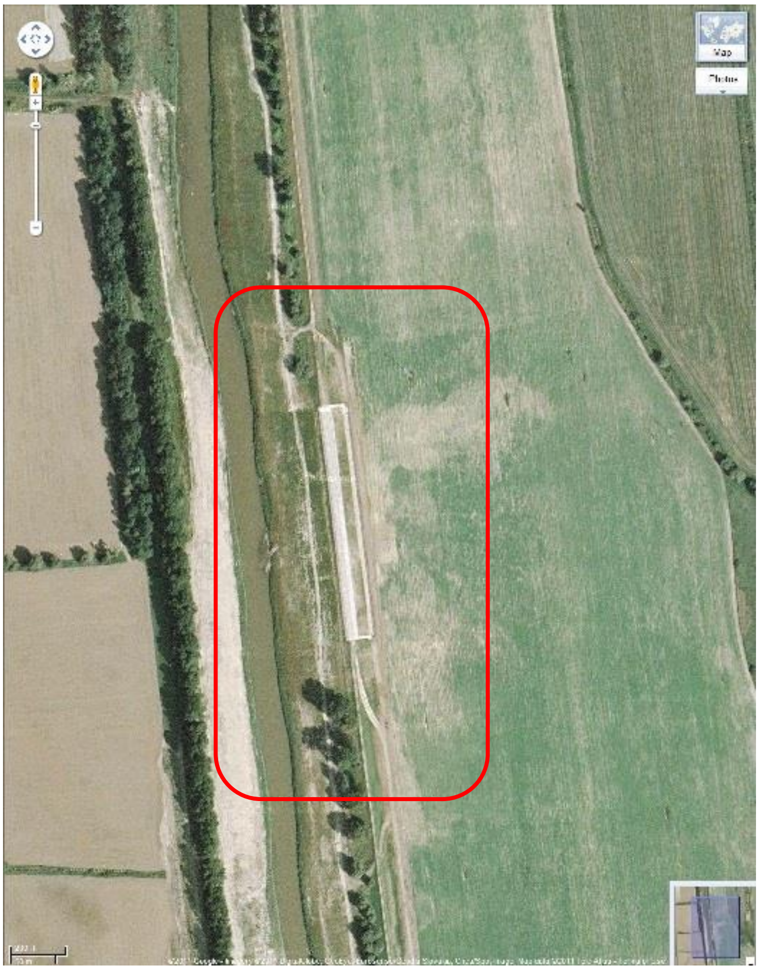
Zníženie prietočnej kapacity koryta Ondavy (Obr. 3.39):

1. Zanesenie predhrádzí sedimentmi s hrúbkou vrstvy sedimentov miestami až 2 m, zníženie prietočnej plochy až o 200 m^2.
2. Zvýšenie drsnosti dna v predhrádzí – nedodržaním spôsobu využívania medzihrádzového priestoru – dreviny, kríky (drsnostný súčiniteľ až *n = 0,100*).

Obr. 3.40. Pretrhnutá LB hrádza pri obci Markovce – júl 2004 (zdroj www.svp.sk, 2004)

Na Obr. 3.38 vidíme, že pretrhnutie hrádze pri Markovciach malo zásadný vplyv aj na priebeh hladiny Ondavy meranej na stanici Horovce. Údaje o priebehu hladiny na vodočte na Hrani (pod miestom prietrže LB hrádze) nám môžu pomôcť pri určení množstva vody vyliatej do zatopenej oblasti, ktorá následne zaplavila plochu približne 3 500 ha. Povodňová situácia si vynútila evakuáciu časti občanov obce Malčice.

Oprava pretrhnutej hrádze prebehla už koncom roka 2004. Ľavobrežný bočný priepad bol realizovaný v rámci Projektu sanácie ľavobrežnej hrádze Ondavy v roku 2004. V tomto mieste prišlo pri povodni v lete 2004 (kulminačný prietok povodne okolo 490 m^3/s) k porušeniu hrádze v dĺžke okolo 200 m.



Obr. 3.41. Satelitná snímka miesta vybudovania priepadu pri Markovciach (google-maps)

Napriek rozsiahlej deštrukcii hrádze neprišlo k zatopeniu priľahlých obcí a tak v praxi prišlo k odskúšaniu vhodnosti tohto územia ako suchého poldra (*fyzikálny model v mierke*

1:1). Tento mimohrádzový priestor bude plnený prelievaním vody cez korunu LB hrádze v mieste vybudovaného priepadu pri prekročení kóty hladiny vody 104,70 m.

3.3.2 Prestavba hrádzí na Ondave

Na základe havarijného stavu hrádzí na dolnom úseku Ondavy po povodni v roku 2004 sa v roku 2005 pristúpilo k príprave projektovej dokumentácie prestavby hrádzí na Ondave:

- projekt prestavby ľavobrežnej hrádze (Hydroprojekt, 2005, [45])
- projekt prestavby pravobrežnej hrádze (Hydroprojstav, 2005, [46])

V rámci projektovej dokumentácie bola riešená aj úprava medzihrádzového priestoru vyvolaná postupným zanesením inundačných priestorov až do výšky 2 m nad pôvodným terénom (priemerný pokles plochy prietočného profilu až o 200 m^2). Projektové úpravy zahrňujú odstránenie v priemere 1 m nánosov, ktoré by boli neskôr použité na prisypanie vzdušnej strany hrádze pri jej prestavbe. Takto by sa v priemere zvýšila prietočná plocha medzihrádzového profilu o 100 m^2.

Tabuľka. 3.4. Hydrologické údaje – vodomerná stanica Horovce

N – ročné	1	5	20	50	100	Priemerný	1000
hladina (cm)	430	800	-	-	-	-	-
prietok (m^3/s)	240	440	620	740	830	21.27	1130

Pre sledovaný úsek Ondavy je rozhodujúcim údajom prietok cez profil Ondava – Horovce (Tab. 3.4). N-ročné prietoky v tabuľke sú pre neovplyvnený stav prevádzkou vodnej stavby (VS) Veľká Domaša. Projekty prestavby hrádzí vychádzajú z ochrany dotknutého územia pred prietokom Q_{dimen}=720 m^3/s. Ten bol určený za predpokladu prietoku Q_{100} cez tok Topľa a transformovaný prietok z VS Veľká Domaša + prítok z medzipovodia. Výška hrádze bola navýšená o 90 cm (z toho 60 cm – prekročenie kóty pôvodnej hrádze – výpočet pre Q_{dimen}).

Treba poznamenať, že transformačný účinok VS Veľká Domaša bude podstatne klesať pri dlhotrvajúcich zrážkach alebo pri opakujúcich sa zrážkach v krátkom intervale po sebe. V takomto prípade je prietok Q_{dimen} menší ako Q_{50}. Pre úplnosť bol do Tab. 3.4 doplnený podľa log-normálneho rozdelenia aj prietok Q_{1000}, s ktorým je potrebné počítať (zákon 7/2010 Z.z., z 2. 12. 2009 o ochrane pred povodňami) ako s povodňovým prietokom s malou pravdepodobnosťou výskytu ([47]).

3.3.3 Povodeň máj 2010

Povodeň v roku 2010 znovu poukázala na nedostatočnú prietočnú kapacitu koryta Ondavy. Projekty na prestavbu hrádzí boli pripravené v roku 2005 a mali byť realizované z vlastných prostriedkov SVP, š.p., zdrojov fondov EÚ a štátneho rozpočtu.

Na základe extrémnych dlhotrvajúcich zrážok od 16. 5. 2010 bol zaznamenaný výrazný vzostupu vodných hladín najskôr na drobných vodných tokoch a následne na významných vodných tokoch. V dôsledku dlhotrvajúcich vysokých hladín na Ondave došlo k pretrhnutiu hrádze pri Trebišove (Obr. 3.42). S cieľom znížiť tlak na ochranné hrádze bol otvorený bočný betónový priepad na LB hrádzi Ondavy, čím došlo k zaliatiu polí a intravilánov priľahlých obcí.

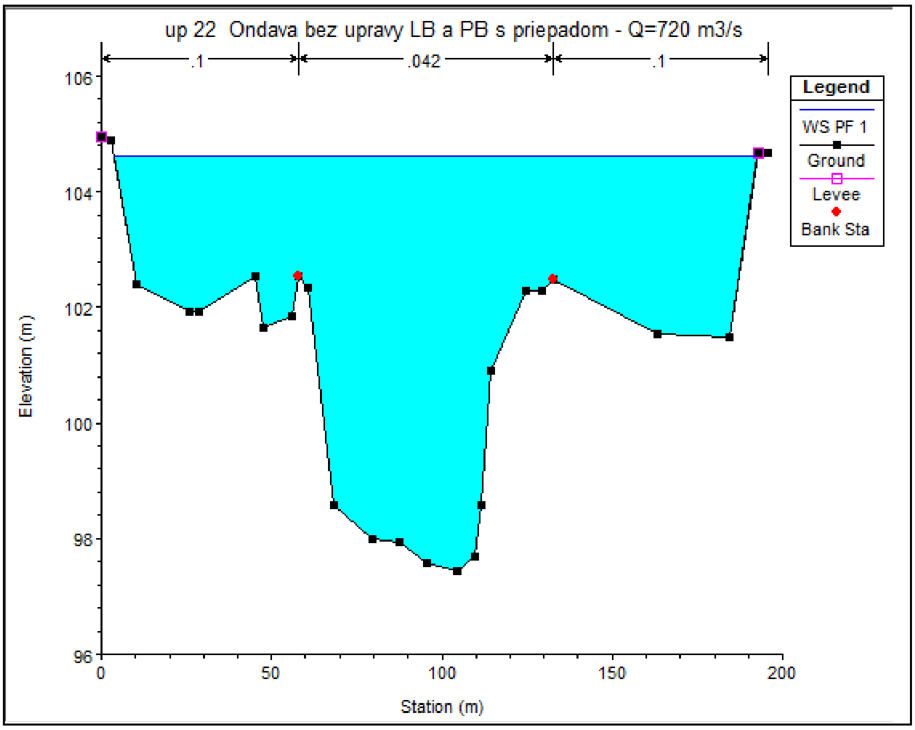
Dňa 17.5.2010 o 10 hod. vodohospodári uvoľnili betónový priepust cieleným zásahom na LB hrádzi (Obr. 3.43) smerom na Michalovce, ktorý bol vybudovaný po úspešnom zvládnutí poslednej záplavy v roku 2004 (vtedy ako nechcená prietrž v hrádzi). Takto sa dosiahol odtok vody do voľného priestoru v extraviláne obcí Markovce a Malčice a tým sa odľahčila prietrž smerom na trebišovskú stranu.

Obr. 3.42. Pretrhnutá PB hrádza pri Trebišove – povodeň máj 2010

Obr. 3.43. Uvoľnenie betónového priepustu na LB hrádzi pri Markovciach (zdroj www.noviny.sk, 18. 5. 2010)

3.3.4 Matematické modelovanie

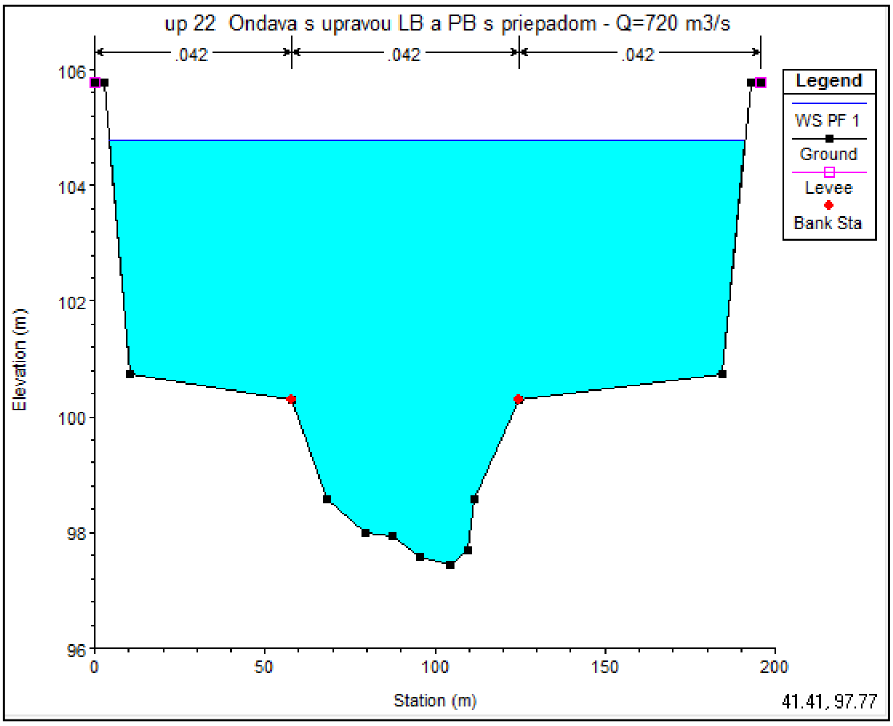
Na kalibráciu bola použitá povodeň z roku 2004 s cieľom určiť priemerné hodnoty súčiniteľov drsností dna pre koryto kynety a inundácie (oblasť predhrádzí). Verifikácia modelu bola uskutočnená na základe povodní z roku 2010.



Obr. 3.44. Profil Ondavy so zníženou prietokovou kapacitou

Projekty prestavby PB a LB hrádzí zahrňujú v sebe komplex úprav koryta a predhrádzí rieky Ondavy:

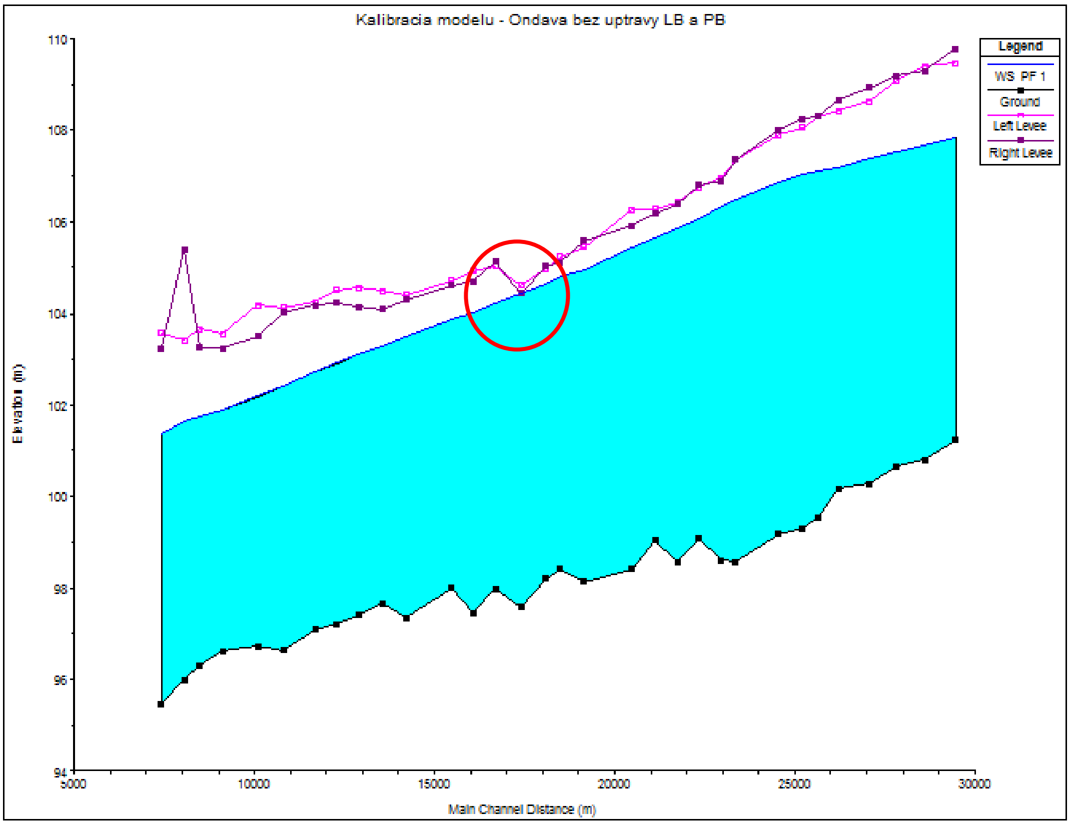
1. Odstránenie sedimentov a vyrovnanie predhrádzí
2. Zníženie drsnosti dna predhrádzí
3. Navýšenie a spevnenie hrádzí prisypaním na vzdušnej strane



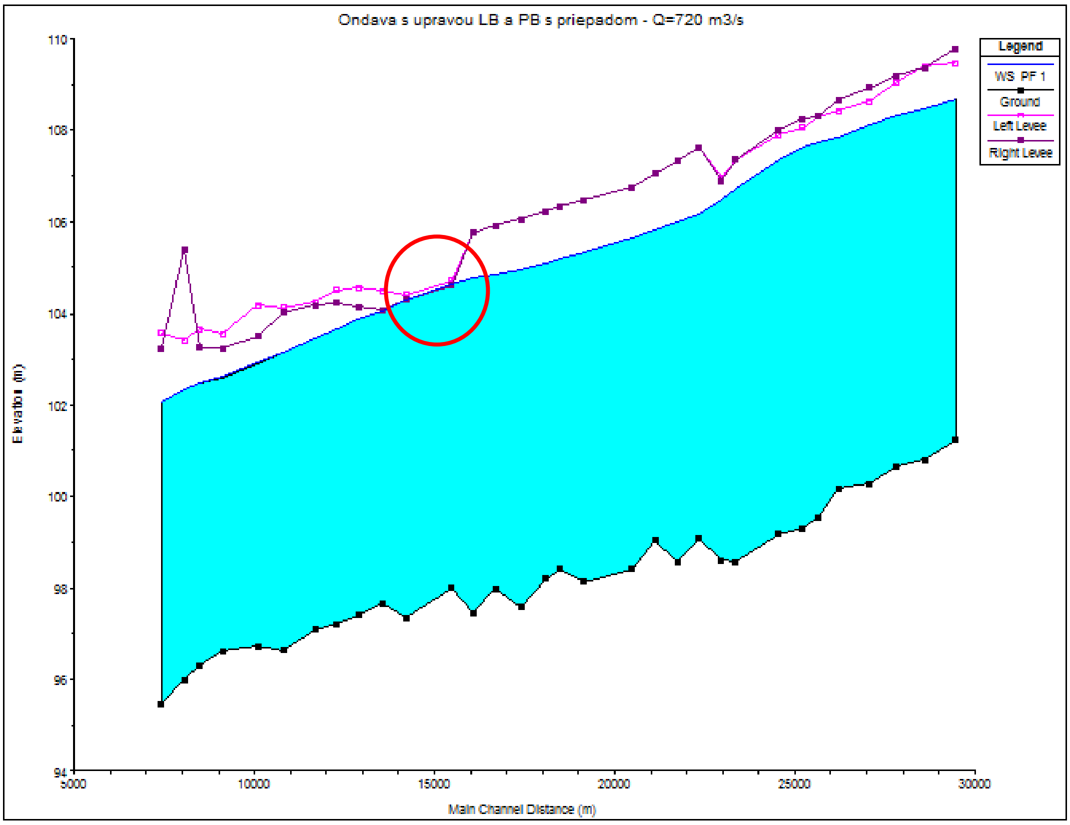
Obr. 3.45. Profil Ondavy po úprave – zvýšenie prietočnej kapacity koryta

Na Obr. 3.46 sú znázornené výsledky modelovania povodňovej vlny na Ondave z júla 2004. Na pozdĺžnom profile sú znázornené okrem hladiny pri povodňovom prietoku Q = 490 m^3/s aj výšky ochranných hrádzí. V roku 2004 povolila skôr LB hrádza približne v rkm 18.000.

Na Obr. 3.47 je pozdĺžny profil priebehu hladiny pre prietok Q_{dimen} = 720 m^3/s s prestavbou PB a LB hrádze s priepadom – projektovaný stav, ohrozená oblasť preliatím hrádzí pod realizovanou prestavbou.



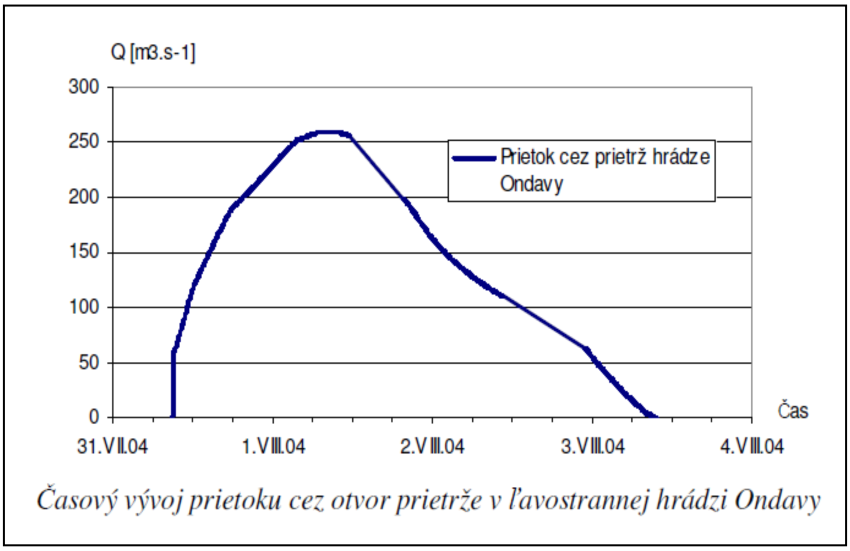
Obr. 3.46. Preliatie hrádze a jej následná deštrukcia pri Markovciach (2004)



Obr. 3.47. Pozdĺžny profil priebehu hladiny pre prietok Q = 720 m^3/s s prestavbou PB a LB hrádze

3.3.4 Ochrana obcí v dotknutom zaplavovanom území

Ako podklad na vyhodnotenie potrebných úprav bol zvolený článok [46] venovaný hydrodynamickému modelovaniu transformačného účinku prietrže hrádze na Ondave v lete 2004. Celkový objem vody, ktorá cez otvor prietrže vytiekla, bol podľa uvedeného prietokového hydrogramu (Obr. 3.48) asi 37 mil. m^3. Celkový objem povodňovej vlny na Ondave v profile Horovce (rkm 29,220) bol podľa modelu asi 170 mil. m^3.



Obr. 3.48. Prietok vody cez pretrhnutú hrádzu pri Markovciach (2004)

Akumulačný objem sme stanovili na hodnotu V =37 mil. m^3, pre ktorý máme k dispozícii záplavovú čiaru (zobrazená žltou farbou na Obr. 3.49). Priebeh záplavovej čiary zodpovedá faktom z povodne v roku 2004, keď sa záplavová voda dostala až po okraj obcí v dotknutej oblasti. Výnimku tvorí iba obec Kačanov, ktorá je podľa Obr. 3.49 čiastočne zaplavená.

Tabuľka. 3.5 Maximálne dĺžky trvania povodní na naplnenie kritického objemu

Povodňový prietok	**Koruna priepadu**	**Prietok cez priepad**	**Čas na naplnenie akumulačného objemu**
Q_{dimen}=720 m^3/s	H=104,70 m n.m.	Q_{pr}= 50 m^3/s	T=8,56 dňa
Q_{100}=830 m^3/s	H=104 m n.m.	Q_{pr}= 200 m^3/s	T=2,14 dňa
Q_{100}=1130 m^3/s	H=104,70 m n.m.	Q_{pr}= 280 m^3/s	T=1,53 dňa

Na Obr. 3.49 je žltou čiarou označená záplavová čiara pri pretrhnutí hrádze na Ondave pri Markovciach počas povodne v roku 2004. Zaplavená plocha je šrafovaná žltou čiarou a dosiahla hodnotu okolo 3500 hektárov.

Obr. 3.49. Vodohospodárska mapa s vyznačenou zaplavenou plochou – Markovce. Povodeň 2004

4 DVOJROZMERNÉ MODELOVANIE

4.1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY 2D MODELOVANIA

Dvojrozmerné modelovanie prúdenia vody v kanáloch a riekach je potrebné použiť v prípadoch, keď nemôžeme zanedbať ďalšiu (obyčajne priečnu) zložku rýchlosti. Tento prípad vzniká napr. pri:

a) modelovaní úsekov tokov, keď tok prechádza vzhľadom na pomer šírky toku k jeho strednej hĺbke na prietočnú nádrž,
b) pri vybrežení toku z hlavného koryta do inundačných území pri vysokých až povodňových prietokoch.

Výsledky 1D modelov potom môžu slúžiť ako okrajové podmienky pre 2D model.

Podľa postupu pri prechode od 3D opisu prúdenia vody k 2D opisu sa rozdeľujú 2D modely na:

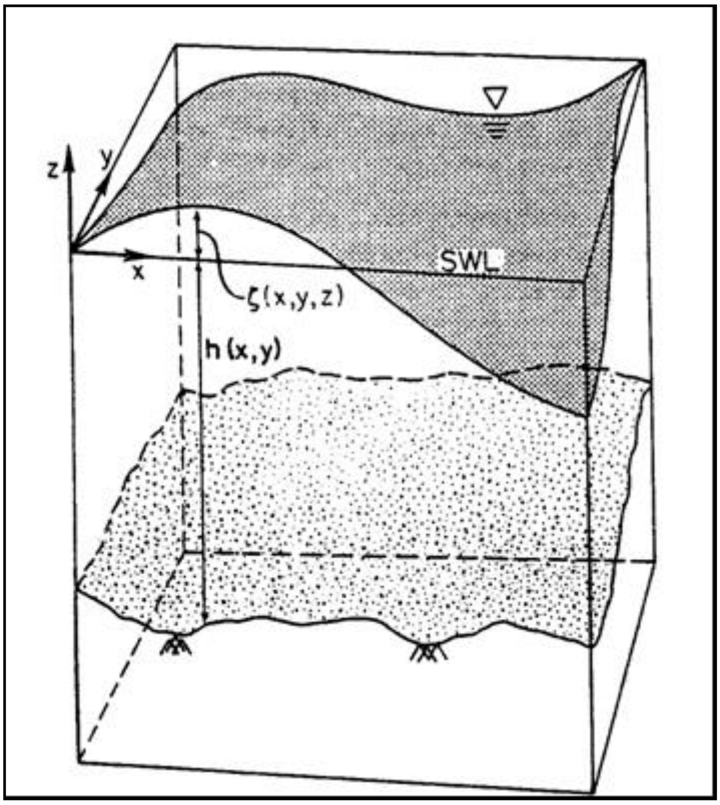
a) modely založené na rovniciach plytkej vody, ktoré boli odvodené integráciou 3D rovníc po hĺbke toku,
b) modely, ktoré boli odvodené integráciou 3D rovníc po šírke toku (napr. k-ε turbulentné modely na prúdenie v priemyselných nádržiach s hĺbkou rádovo porovnateľnou so šírkou objektu).

K problémom pri 2D modelovaní patrí predovšetkým modifikovanie výpočtovej siete z dôvodu zaplavovania a odplavovania nielen okrajových ale aj vnútorných elementov výpočtovej siete. V ďalšom sa bude práca venovať modelom plytkej vody pre opis 2D prúdenia vody v tokoch so zanedbateľnými energetickými stratami v dôsledku turbulentného prúdenia vody.

4.2 ZÁKLADNÝCH ROVNÍC PRE 2D MODELY PLYTKEJ VODY

V tejto časti sú popísané rovnice, ktoré sú základom na dvojrozmerné modelovanie prúdenia vody v nádržiach, a to bez ohľadu na ďalej použitú metódu numerickej aproximácie [34,14]. Odvodenie rovníc je podrobne popísané v prílohe č.1 týchto skrípt.

Na Obr. 4.1 je znázornený karteziánsky súradnicový systém umiestnený v nádrži. Vzdialenosť medzi porovnávacou rovinou a dnom h je funkciou x a y a v čase sa nemení. Výška hladiny vody nad porovnávacou rovinou z je vzhľadom na uvažovaný neustálený charakter prúdenia nielen funkciou x a y ale tiež funkciou času. Celková vzdialenosť dna nádrže od hladiny bude označená ako H a je rovná $z+h$.



Obr. 4.1. Súradnicový systém umiestnený v nádrži

4.2.1 Rovnica kontinuity

Rovnica kontinuity odvodená v prílohe č.1 má tvar

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial (HU)}{\partial x} + \frac{\partial (HV)}{\partial y} = 0 \qquad (4.1)$$

pričom sa použil vzťah $H = z + h$. Nakoľko h je nezávislé od času, možno túto rovnicu alternatívne písať v tvare

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial (HU)}{\partial x} + \frac{\partial (HV)}{\partial y} = 0 \qquad (4.2)$$

Ľubovoľný zo zápisov rovnice kontinuity v tvare (4.1) a (4.2) je vhodný na využitie v dvojrozmerných modeloch prúdenia vody v nádrži.

4.2.2 Dynamické rovnice

Dynamické rovnice odvodené v prílohe č. 1 majú tvar

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}-fV+g\frac{\partial \zeta}{\partial x}-\frac{KW^2}{H}\cos\psi+\frac{gU\left(U^2+V^2\right)^{1/2}}{HC^2}=0 \qquad (4.3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+fU+g\frac{\partial \zeta}{\partial y}-\frac{KW^2}{H}\sin\psi+\frac{gV\left(U^2+V^2\right)^{1/2}}{HC^2}=0 \qquad (4.4)$$

Rovnice (4.3) a (4.4) predstavujú základné rovnice zachovania hybnosti v tvare, v akom sú využívané v mnohých dvojrozmerných matematických modeloch prúdenia vody.

Sústavu diferenciálnych rovníc plytkej vody (napr. v tvare (4.2 – 4.4)) nie je možné riešiť analyticky, preto je potrebné používať približné riešenia, založené na numerických metódach. Cieľ týchto riešení je transformovať príslušnú sústavu parciálnych diferenciálnych rovníc a zodpovedajúce okrajové podmienky na sústavu algebraických rovníc.

Najrozšírenejšie sú diskretizačné metódy sú metódy konečných diferencií (MIKE 21 [104]) a konečných prvkov (MIKE FM). V ďalšom budú podané charakteristiky týchto prístupov.

Niektoré modely sú založené na metóde konečných objemov a pracujú s výrazmi *HU* a *HV* alebo s premennými q_x a q_y (merné prietoky v danom smere), pričom sa dynamické rovnice a rovnicu kontinuity riešia pre H, q_x , q_y:

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial q_x}{\partial x}+\frac{\partial q_y}{\partial y}=0$$

$$\frac{\partial q_x}{\partial t}+\frac{\partial (Uq_x)}{\partial x}+\frac{\partial (Vq_x)}{\partial y}+\frac{g}{2}\frac{\partial H^2}{\partial x}=gH(S_{0x}-S_{fx})+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial x}(H\tau_{xx})\right)+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial y}(H\tau_{xy})\right)$$

$$\frac{\partial q_y}{\partial t}+\frac{\partial (Uq_y)}{\partial x}+\frac{\partial (Vq_y)}{\partial y}+\frac{g}{2}\frac{\partial H^2}{\partial y}=gH(S_{0y}-S_{fy})+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial x}(H\tau_{yx})\right)+\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial}{\partial y}(H\tau_{yy})\right)$$

4.3 Metóda konečných diferencií pre nelineárne rovnice plytkej vody

Vývoj nelineárneho dvojrozmerného modelu prúdenia vody bol založený na postupe opísanom v práci Stellinga [38]. Na výpočet dvojrozmerného prúdenia vody boli použité rovnice plytkej vody

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}-fv+g\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{gu\sqrt{u^2+v^2}}{\left(C^2H\right)}-\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=F^{(x)}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial y}+u\frac{\partial v}{\partial x}+fu+g\frac{\partial \zeta}{\partial y}+\frac{gv\sqrt{u^2+v^2}}{\left(C^2H\right)}-\nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)=F^{(y)} \tag{4.5}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(Hu\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(Hv\right)=0$$

kde: u - zložka rýchlosti vody v smere osi x
v - zložka rýchlosti vody v smere osi y
ζ - výška hladiny vody nad referenčnou hladinou
h - hĺbka vody pod referenčnou hladinou
H - hĺbka vody
f - parameter zohľadňujúci pôsobenie Coriolisových síl (zanedbané vo výpočte)
g - konštanta gravitačného zrýchlenia
C - Chézzyho súčiniteľ
F - funkcie zohľadňujúce pôsobenie vonkajších síl (zanedbané vo výpočte)
ν - viskozitný súčiniteľ

Pri vývoji modelu na báze FDM (*Finite Difference Method*) boli kladené tieto požiadavky na model:

a) numerické riešenie by malo byť dostatočne presné a stabilné,

b) použitá metóda by mala byť robustná, čo v našom prípade značí, že metóda by mala byť aplikovateľná na široký rozsah hydraulických úloh,

c) metóda numerického riešenia by mala byť výpočtovo efektívna, efektívnosť pritom nemôže byť riešená na úkor robustnosti,

d) okrajové podmienky modelu musia byť tak ošetrené, aby neznižovali celkovú presnosť výpočtu.

Nelineárna metóda bola odvodená Stellingom rozšírením riešenia lineárnych rovníc plytkej vody s takzvanými zamrazenými koeficientmi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U\frac{\partial u}{\partial x} + V\frac{\partial u}{\partial y} + g\frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + V\frac{\partial v}{\partial y} + U\frac{\partial v}{\partial x} + g\frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + U\frac{\partial \zeta}{\partial x} + V\frac{\partial \zeta}{\partial y} + H\frac{\partial u}{\partial x} + H\frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

kde: H - priemerná hĺbka z predchádzajúceho časového kroku

U,V - konštanty spĺňajúce podmienku riečneho prúdenia $U^2 + V^2 < gH$, ktoré sú vypočítané z hodnôt premenných v predchádzajúcom časovom kroku

Pri numerickom riešení rovníc (4.6) sa môže použiť metóda konečných diferencií s prestriedanou priestorovou schémou diskretizácie (*staggered grid*)

$$\begin{array}{cccc}
n+1 & \zeta & u & \zeta \\
n+\frac{1}{2} & v & h & v \\
n & \zeta & u & \zeta \\
 & m & m+\frac{1}{2} & m+1
\end{array}$$

Samotný výpočet prebieha v dvoch krokoch (metóda *predictor-corrector*), pri ktorých sa strieda implicitná a explicitná schéma diskretizácie rovníc (4.6) skomplikovaná o iteračný proces, ktorý je nutný vzhľadom na nelinearitu riešeného problému.

Krok 1.

$\underline{w}^{[0]} = \underline{w}^{k}$

$L_1\ (\underline{w}^{[p]}, \underline{w}^{[p-1]}, \underline{w}^{k}) = F_1 \qquad\qquad p = 1,2, \ldots,P$

$\underline{w}^{k+1/2} = \underline{w}^{[P]}$

Krok 2.

$\underline{w}^{[0]} = \underline{w}^{k+1/2}$

$L_2\ (\underline{w}^{[p]}, \underline{w}^{[p-1]}, \underline{w}^{k+1/2}) = F_2 \qquad\qquad p = 1,2, \ldots,P$

$\underline{w}^{k+1} = \underline{w}^{[P]}$

kde:
- w - vektor premenných
- L_1,L_2 - konečno diferenčné operátory
- F_1,F_2 - vektory funkcií
- k - index časového kroku
- p - iteračný krok
- P - počet iterácií

Pre vlastné riešenie zanedbal Stelling nehomogénne časti rovníc (4.6)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - fv + g\frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{gu\sqrt{u^2+v^2}}{\left(C^2H\right)} - \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial y} + u\frac{\partial v}{\partial x} + fu + g\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{gv\sqrt{u^2+v^2}}{\left(C^2H\right)} - \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) = 0 \qquad (4.7)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(Hu)+\frac{\partial}{\partial y}(Hv)=0$$

Úplný opis riešenia je uvedený v Stellingovej práci [38]. V ďalšom bude na ilustráciu uvedený spôsob diskretizácie pre tri typické členy rovníc (4.7):

člen	$\partial u / \partial t$	krok 1.	$\left(u^{k+1/2}-u^{k}\right)/(\tau/2)$	v bode	*m+1/2,n*
		krok 2.	$\left(u^{k+1}-u^{k+1/2}\right)/(\tau/2)$	v bode	*m+1/2,n*
člen	$u\frac{\partial u}{\partial x}$	krok 1.	$u^{k+1/2}_{m+1/2,n}.\left(u^{k}_{m+3/2,n}-u^{k}_{m-1/2,n}\right)/2\Delta x$	explicitný krok	
		krok 2.	$u^{k+1/2}_{m+1/2,n}.\left(u^{k+1}_{m+3/2,n}-u^{k+1}_{m-1/2,n}\right)/2\Delta x$	implicitný krok	
člen	$v\frac{\partial v}{\partial x}$	krok 1.	$v^{k}_{m,n+1/2}.\left(u^{k+1/2}_{m,n+3/2}-u^{k+1/2}_{m,n-1/2}\right)/2\Delta y$	implicitný krok	
		krok 2.	$v^{k+1}_{m,n+1/2}.\left(u^{k+1/2}_{m,n+3/2}-u^{k+1/2}_{m,n-1/2}\right)/2\Delta y$	explicitný krok	

kde: τ - časový krok výpočtu

Δx - rozmer priestorovej mriežky v smere osi x

Δy - rozmer priestorovej mriežky v smere osi y

Z uvedených schém výpočtu je dobre vidieť, že v každom kroku výpočtu sa implicitne rieši iba jedna dynamická rovnica, zatiaľ čo druhá sa rieši explicitne. V nasledujúcom kroku sa metóda riešenia jednotlivých rovníc vymení. Striedanie implicitných a explicitných prístupov pri diskretizácii ostatných členov rovníc je otázka numerického experimentu.

Voľba časového kroku riešenia sa určuje na základe Courantovho kritéria v tvare upravenom na numerické riešenie 2D modelov

$$C_f=\tau.\sqrt{gH}.\left(\frac{1}{\Delta x^2}+\frac{1}{\Delta y^2}\right)^{1/2}\leq 4 \tag{4.8}$$

Matematický model bol realizovaný v programovom prostredí *Turbo Pascal ver.6*. Verifikácia modelu je opísaná v kapitole 4.3.1. Vyvinutý model bol aplikovaný v oblasti interakcie odpadného kanála z vodnej elektrárne Gabčíkovo a prívodného kanála k dolnej plavebnej komore. Vzhľadom na internacionálny charakter prevádzky vodného diela boli výsledky modelovania prezentované aj na medzinárodnej úrovni [11].

4.3.1 Aplikácia 2D modelu na báze FDM

Vodná elektráreň Gabčíkovo na Dunaji je naša najväčšia kanálová vodná elektráreň (Obr. 4.2). Jej inštalovaný výkon 720 MW bol stanovený s ohľadom na pôvodne navrhovanú regulačnú – špičkovú prevádzku. Takejto prevádzke zodpovedá aj celková inštalovaná hltnosť turbín (4000 m^3s^{-1}, resp. pri prehltení 5000 m^3s^{-1}). Nedobudovanie sústavy vodných diel Gabčíkovo – Nagymaros (ďalej SVD GN) podľa pôvodného zmluvného projektu (najmä nezrealizovaná vyrovnávacia nádrž, ktorá mala byť vytvorená stupňom Nagymaros) neumožňuje pôvodne plánovanú špičkovú prevádzku VE Gabčíkovo. Prevádzka je v súčasnosti prietočná.

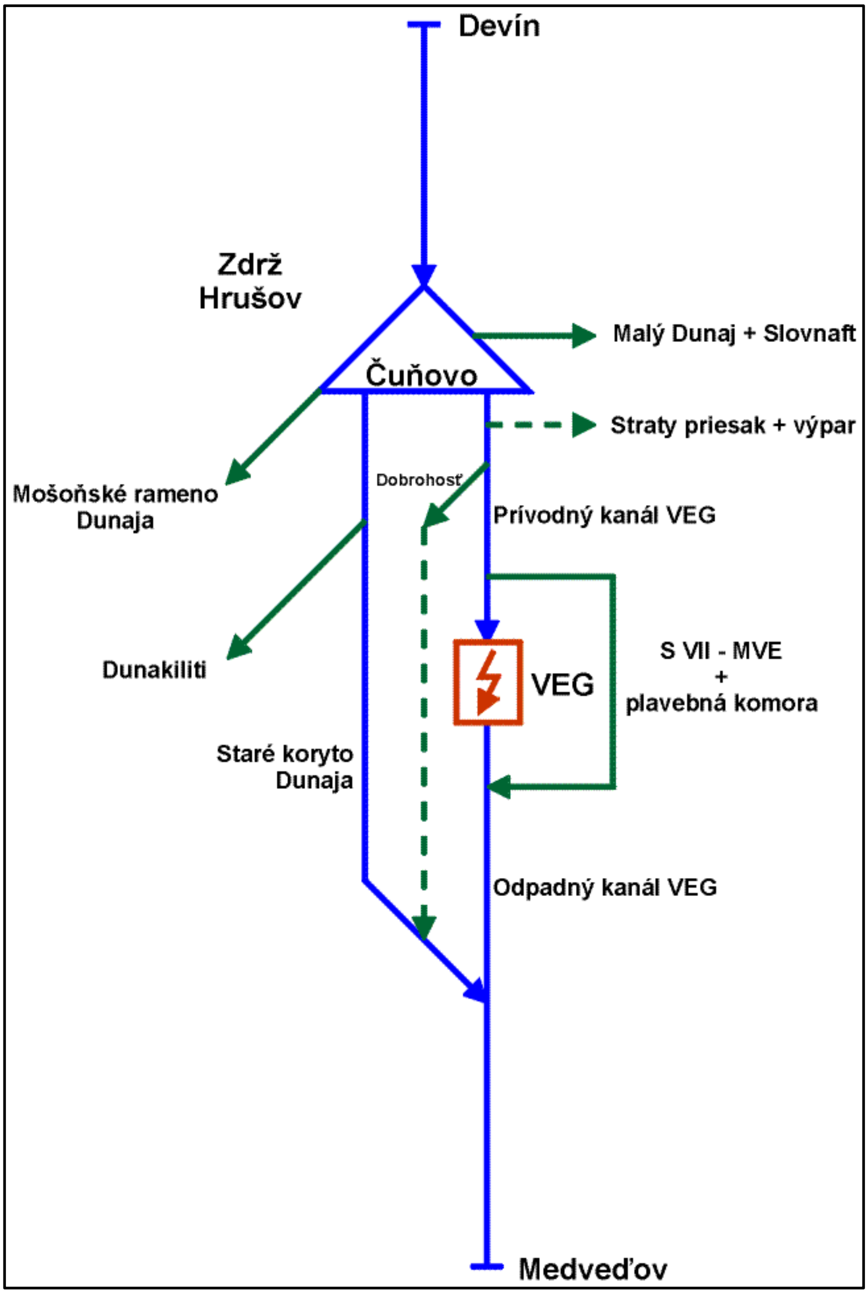
Vodné dielo Gabčíkovo, ktorého súčasťou je vodná elektráreň, je vodné dielo viacúčelové. Náhradná schéma vodného diela je znázornená na Obr. 4.3. Vodné dielo musí predovšetkým zabezpečovať ochranu priľahlého územia pred povodňami, zabezpečiť predpísané odbery vody a zabezpečiť medzinárodnú plavbu. Až potom v zmysle manipulačného poriadku v hierarchii dôležitosti funkcií nasleduje využite vodnej energie.

V rámci výskumnej úlohy [9] bola riešená problematika výpadku prietoku cez VE a dopad tohto výpadku na plavebnú prevádzku. Riešenie bolo rozdelené podľa problematiky modelovania do častí:

a. 1D modelovanie procesov prúdenia vody v prívodnom a odpadnom kanáli VE Gabčíkovo – hladinový režim,
b. 2D modelovanie prúdenia vody v oblasti interakcie odpadného kanála z vodnej elektrárne Gabčíkovo a prívodného kanála k dolnej plavebnej komore.

Obr. 4.2. Fotografia VE Gabčíkovo – plavebné komory

Na riešenie 1D úloh bol použitý hydrodynamický model HDM. Model bol cieľovo vyvinutý v spolupráci Katedry hydrotechniky SvF STU Bratislava, spoločnosti ETIRS Bratislava a dispečingu Vodných elektrární v Trenčíne. Slúži na hydraulické výpočty na skupinách kanálových vodných elektrární na Vážskej kaskáde a kanálovej VE Gabčíkovo (ďalej VEG) na Dunaji.



Obr. 4.3. Náhradná schéma SVD GN

Model bol postupne budovaný, kalibrovaný a verifikovaný od roku 1995 ako parciálne modely pre samostatné úseky:

a) prívodný kanál

- horná okrajová podmienka typu zdrž (Hrušovská zdrž),
- dolná okrajová podmienka – manipulácia s prietokom cez VE Gabčíkovo,

b) odpadný kanál

- horná okrajová podmienka − manipulácia s prietokom cez VEG,

- dolná okrajová podmienka – prietok ako funkcia hladiny v Medveďove,
- prítok zo starého koryta Dunaja sa predpokladal ako konštantný.

V lete 1998 boli vytvorené podmienky na verifikáciu vyvinutých 1D a 2D modelov zameraním simulovaného výpadku prevádzky VE Gabčíkovo. Pri pokuse bolo realizované prudké zníženie prietoku cez VE Gabčíkovo z prietoku 2600 m^3s^{-1} na 0 za 6 minút postupným odpájaním turbín, 5 minút bol podržaný neprietočný stav cez VEG a potom bola obnovená prevádzka pri prietoku 2600 m^3s^{-1} postupným nábehom turbín za ďalších 9 minút (Obr. 4.4).

Pri tejto verifikácii bol monitorovaný hladinový režim vo všetkých dôležitých profiloch skupiny vodných diel Gabčíkovo (SVD). Veľmi dôležité údaje z pohľadu prevádzky VE predstavujú priebehy hladín v hornej a dolnej zdrži VE Gabčíkovo, pričom v hornej zdrži pri náhlom výpadku prietoku cez VE vzniká kladná vlna postupujúca smerom do Hrušovskej zdrže (Obr. 4.6). Priebeh hladiny pri kompe vo Vojke nad Dunajom je jeden z dôležitých ukazovateľov na plavebné využitie Dunaja. V tomto profile bola dosiahnutá veľmi dobrá zhoda medzi výsledkami matematického modelu a kontrolnými meraniami (Obr. 4.5).

V spodnej zdrži vzniká záporná vlna postupujúca smerom k Medveďovu. Horšia zhoda matematického modelu s kontrolným meraním v dolnej zdrži je spôsobená interakciou dolnej zdrže s akumulačným priestorom prívodného kanála plavebnej komory a spôsobom merania hladiny v spodnej zdrži, ktorý má výrazne stranový efekt (Obr. 4.7). Modelovanie zápornej vlny je dôležité vzhľadom na pokles hladiny Dunaja v brodových úsekoch (napr. profil Pálkovičovo) pod plavebnú výšku hladiny a následné sadnutie plavidiel na dno Dunaja so súvisiacimi materiálnymi škodami.

Okrem vlnového režimu v prívodnom a odpadnom kanáli je pre plavebnú prevádzku nebezpečné aj priečne prúdenie vody v oblasti interakcie odpadného kanála z vodnej elektrárne Gabčíkovo a prívodného kanála k dolnej plavebnej komore. Havarijná situácia vznikne ak v okamihu výpadku VE vchádza plavidlo do tejto oblasti a priečne prúdenie môže strhnúť plavidlo na deliaci múr. Na verifikáciu 2D modelu prúdenia v tejto oblasti bolo realizované meranie priečnych zložiek rýchlosti z vyviazaného pontóna (Obr. 4.8). V troch osiach bolo uskutočnené meranie 6 hydrometrickými vrtuľami, pričom polovica merala rýchlosť v jednom smere a druhá polovica v opačnom smere. Vrtule boli umiestnené 1m pod hladinou. Modelové priemerné zvislicové rýchlosti boli na túto hĺbku prepočítané koeficientom 1,1.

Porovnanie merania a modelu je na Obr. 4.9 – 4.11. Podmienky na pokus neboli ideálne z dôvodu silne veterného počasia a z dôvodu nie dokonalého ukotvenia pontóna. Fotogranometrické snímanie pohybu bójí v prívodnom kanáli do plavebných komôr sa vôbec nerealizovalo a priečna zložka rýchlosti pred pokusom dosahovala až hodnotu 0,2 ms^{-1}. Napriek uvedenému bola absolútna odchýlka modelu od merania maximálne do 0,1 ms^{-1} , a to prevažne až po 15-tej minúte pokusu. Fázový posun priebehov rýchlosti podľa merania a modelu bol prevažne do 2 minút.

Náhradné dno v modelovanej oblasti je zobrazené na Obr. 4.12. Ukážka grafického spracovania rozdelenia rýchlostí v dolnej zdrži je na Obr. 4.13. Priebeh prázdnenia odpadného kanála pod VE je zobrazený v 3 časových krokoch na Obr. 4.14.

Okrajové podmienky pre 2D model boli stanovené ako rozdelenia rýchlosti a to:

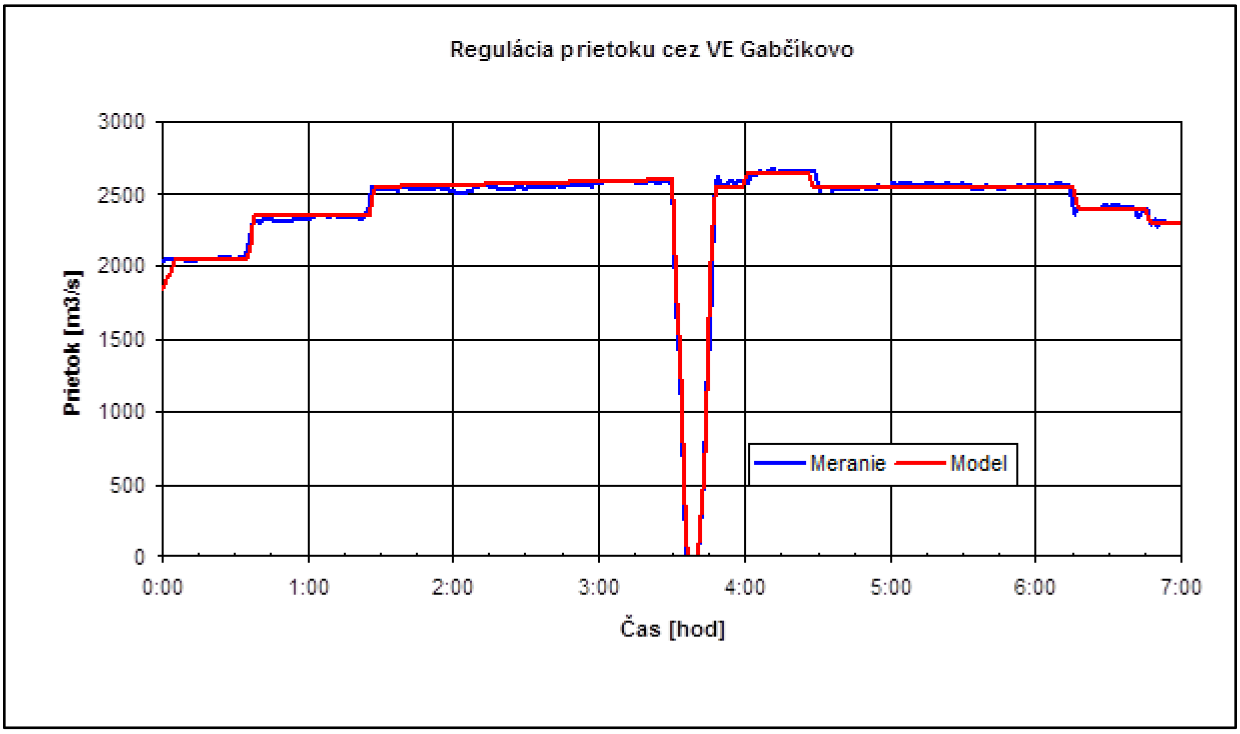
a) na výtoku z VE prepočítané z turbínového prietoku,

b) na konci dolnej zdrže prepočítané zo závislosti *Q(t)* získanej z 1D modelu odpadného kanála.

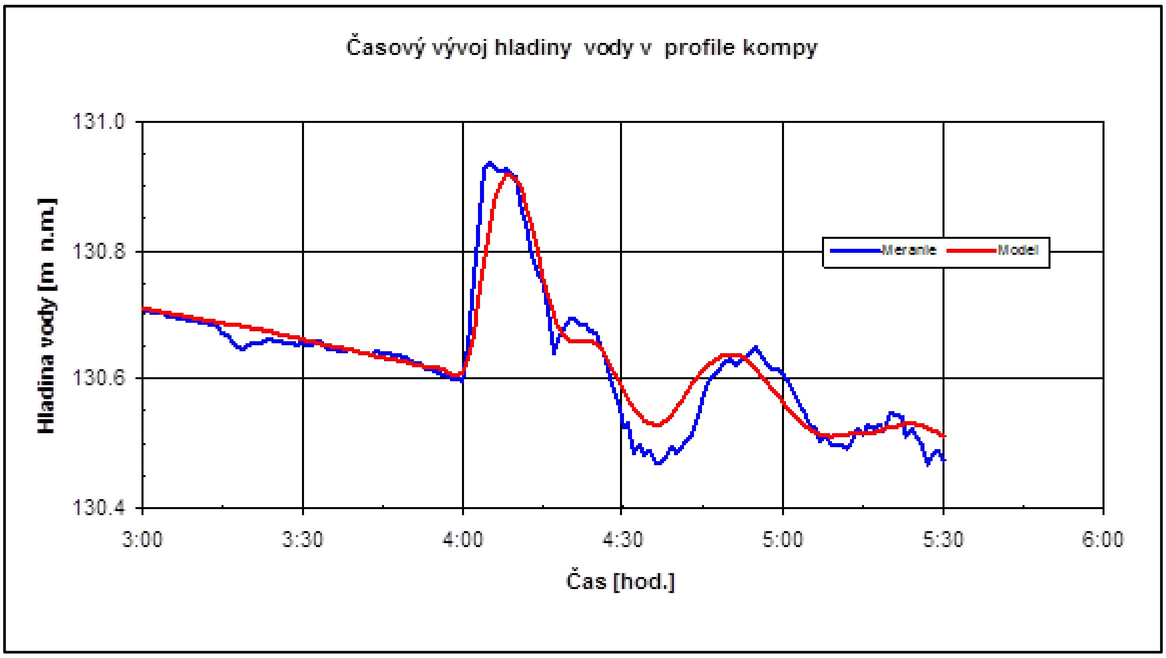
Modelový čas je oproti reálnemu času posunutý o 10 hodín. Teda výpadok prietoku o 13:30 je na výstupoch z modelu znázornený o 3:30 hod.

Pôvodný scenár pokusu bol plánovaný ako podstatne tvrdší s výpadkom prietoku cez VEG za 1 minútu, čo by zodpovedalo podľa predbežných výpočtov 2-metrovej vlne pod VEG. V deň pokusu však dodávateľ vrát na plavebnej komore ČKD Blansko zaslalo faxom svoje záporné stanovisko k pokusu v plánovanom rozsahu.

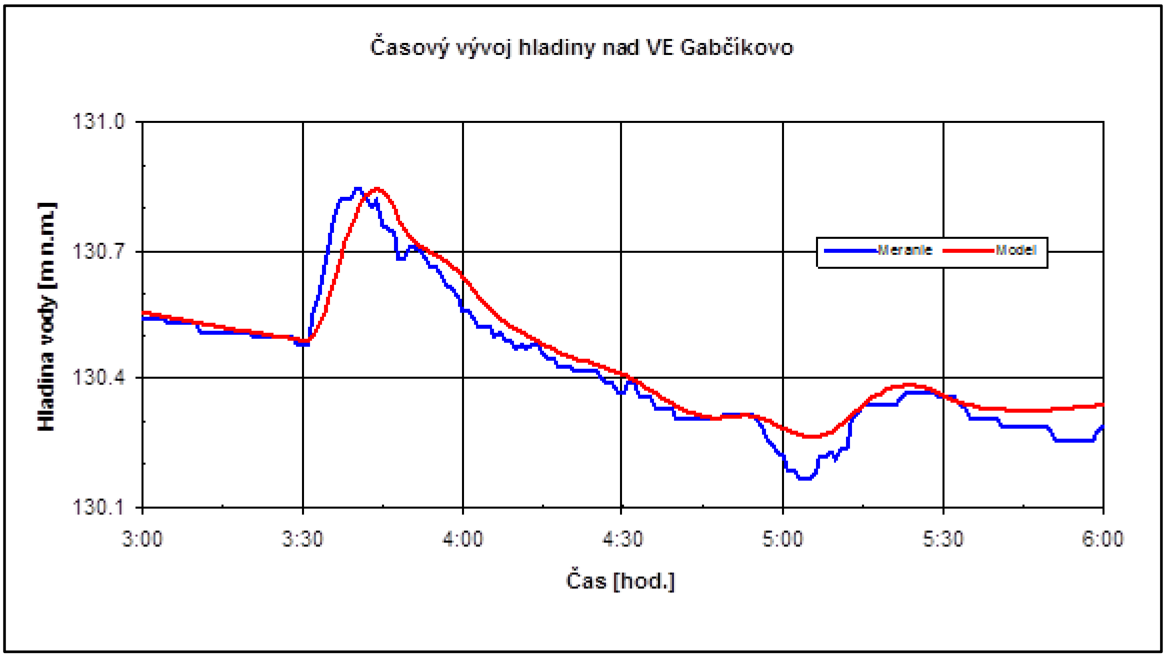
Verifikované 1D a 2D modely boli potom využité na modelovanie rôznych scenárov výpadku VE Gabčíkovo.



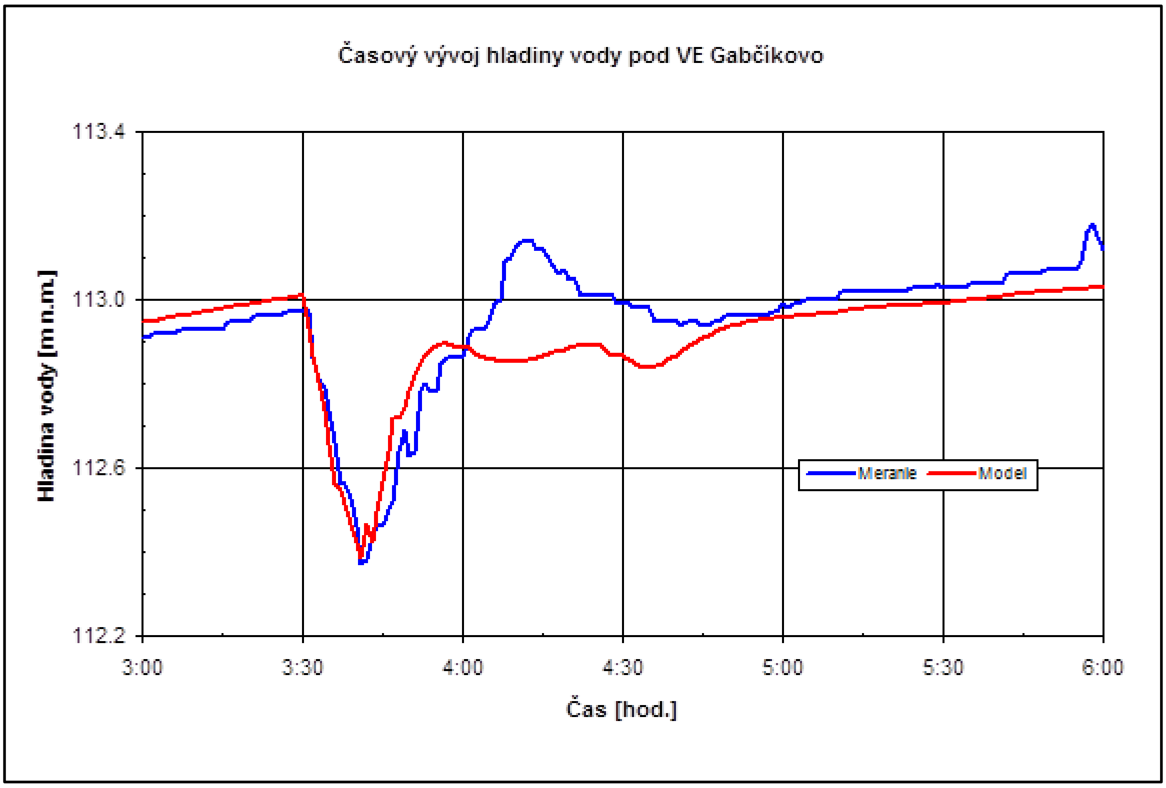
Obr. 4.4. Simulovaný výpadok prietoku cez VE Gabčíkovo



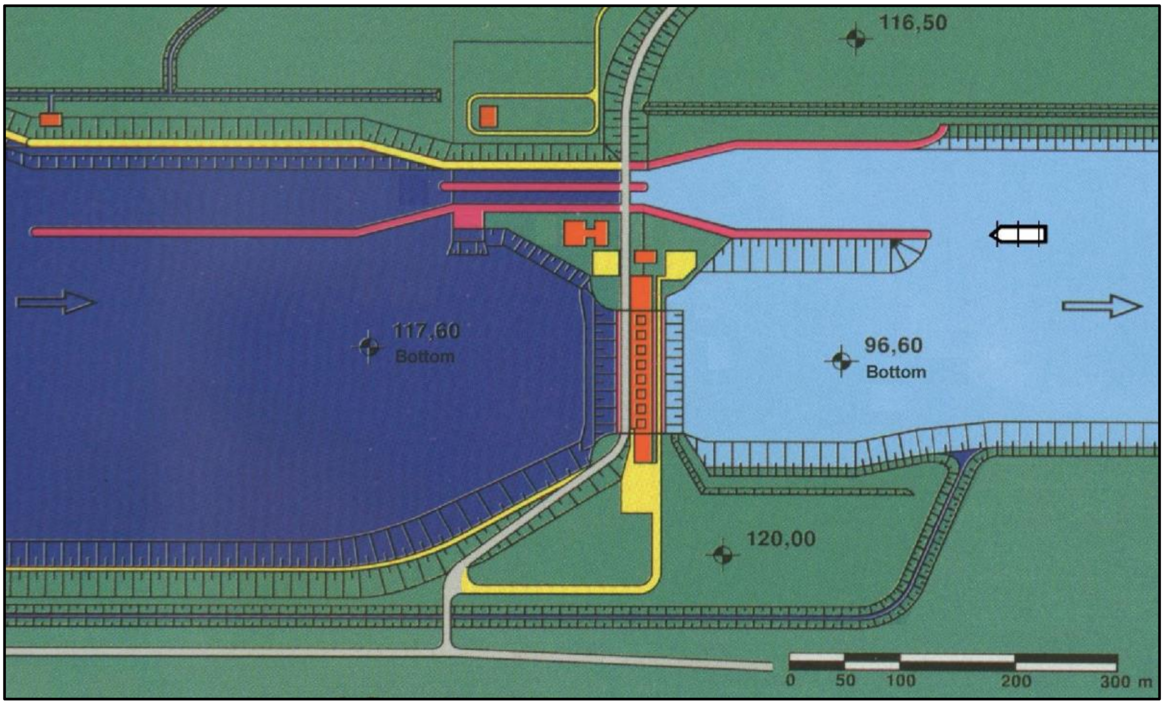
Obr. 4.5. Priebeh hladiny na profile kompy



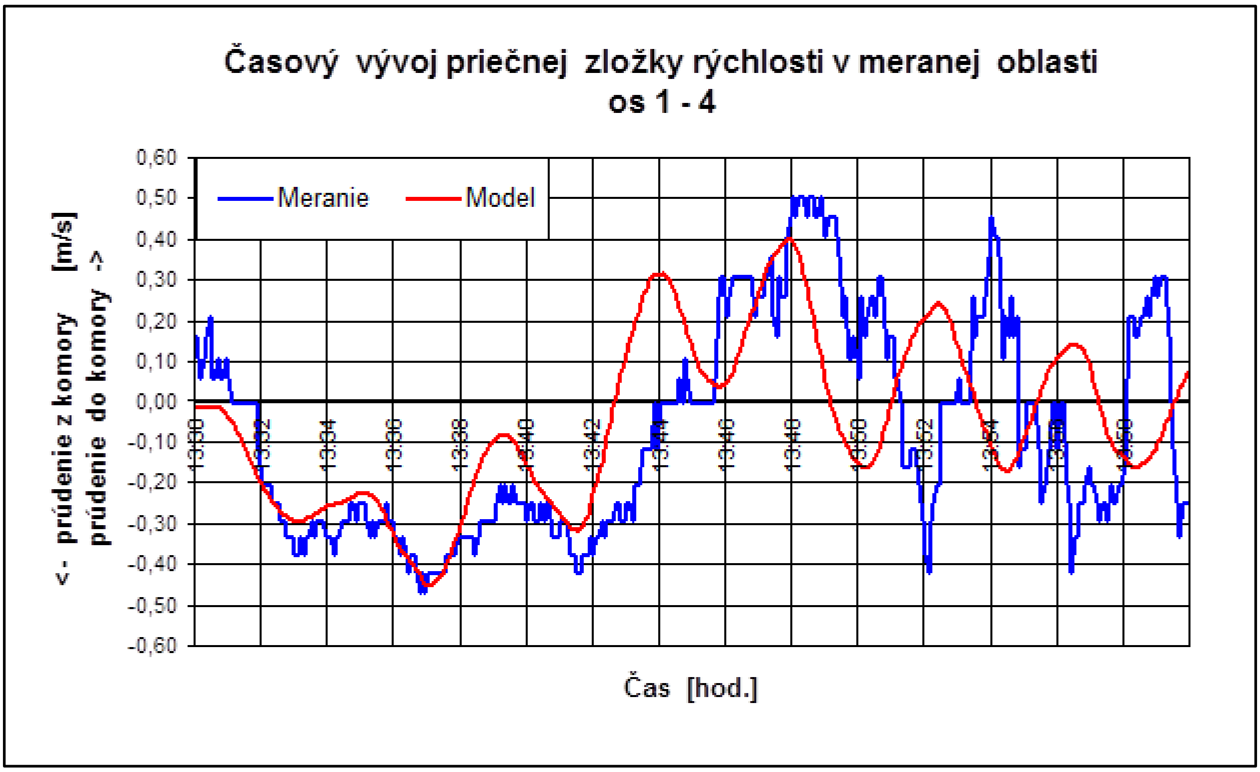
Obr. 4.6. Priebeh hladiny v hornej zdrži nad VE Gabčíkovo



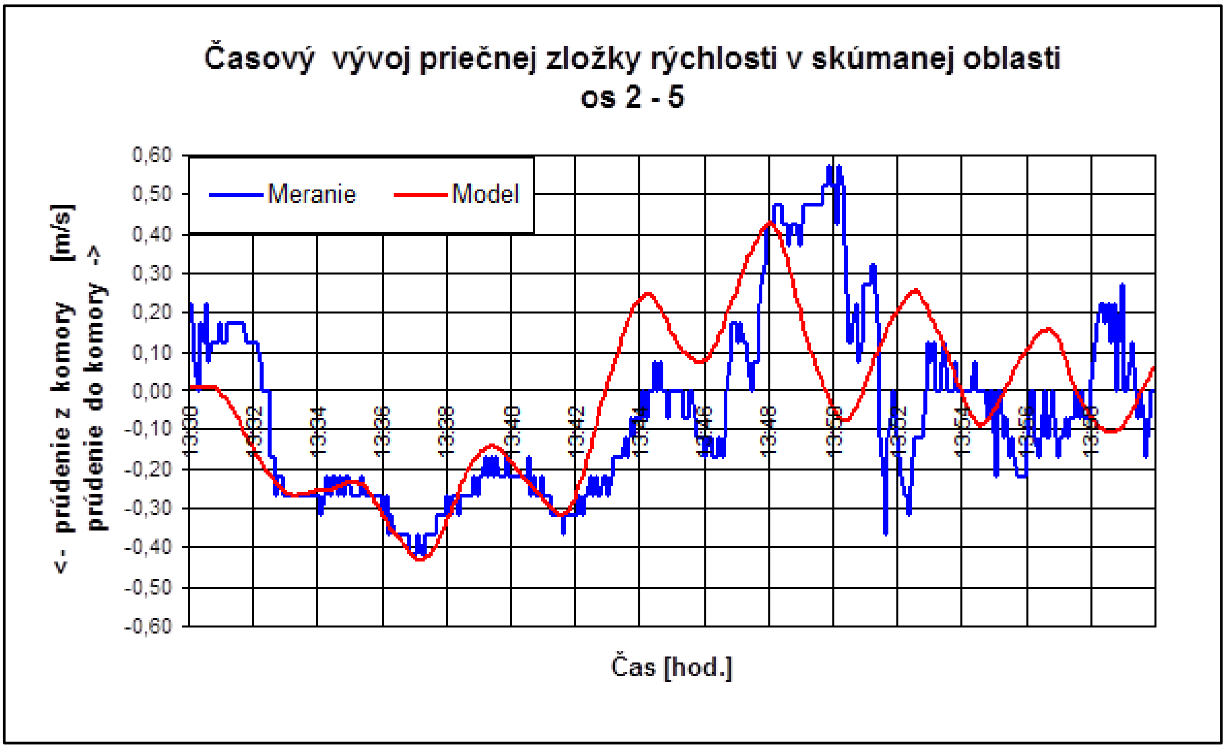
Obr. 4.7. Priebeh hladiny v dolnej zdrži pod VE Gabčíkovo



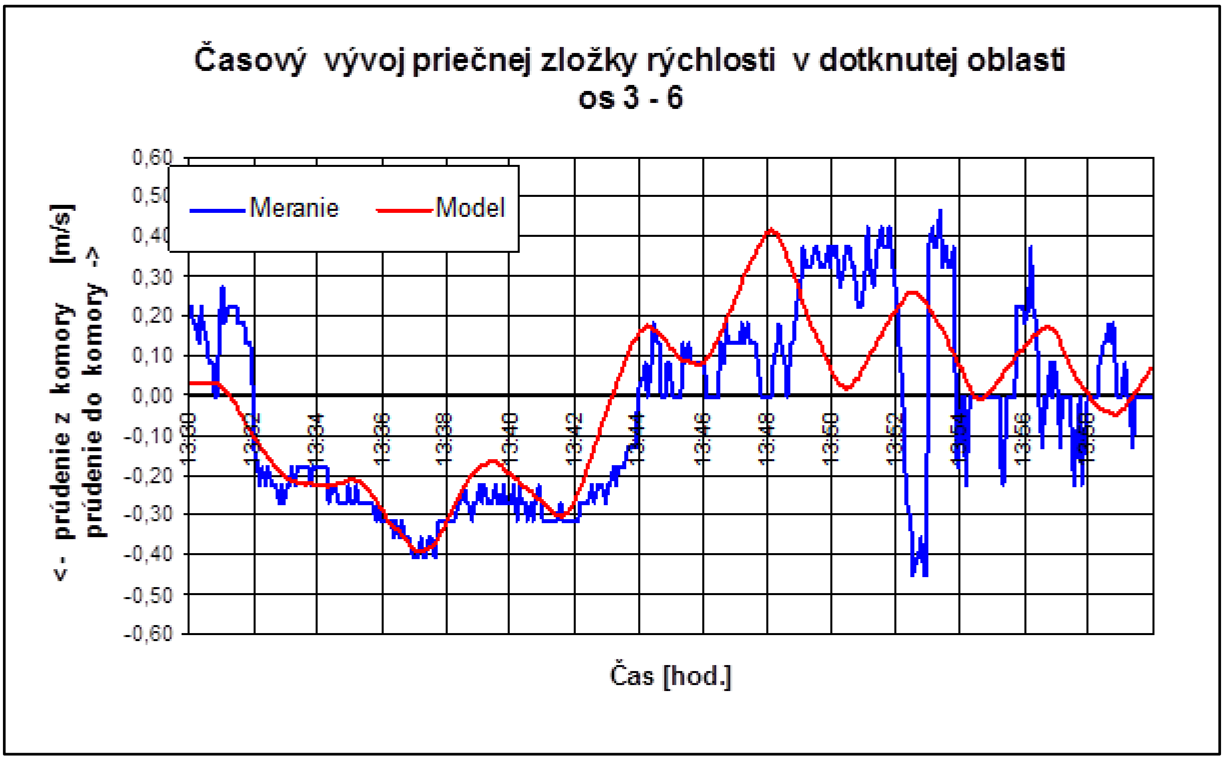
Obr. 4.8. Usporiadanie pokusu na meranie priečneho prúdenia vody v dolnej zdrži



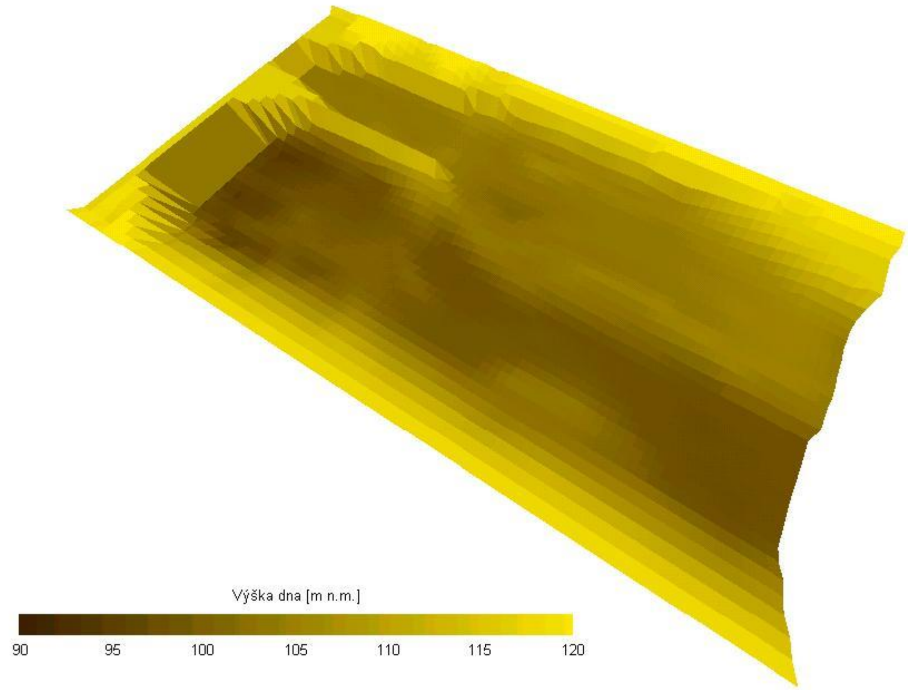
Obr. 4.9. Priebeh priečnej zložky rýchlosti v ose 1-4



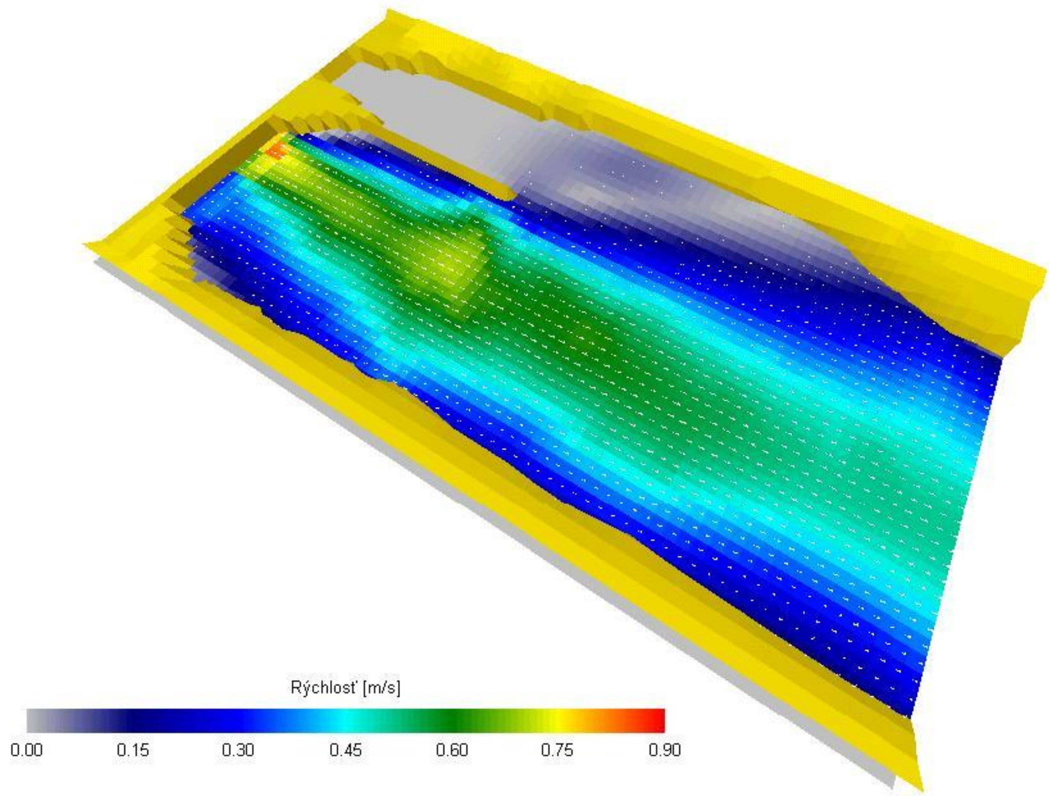
Obr. 4.10. Priebeh priečnej zložky rýchlosti v ose 2-5



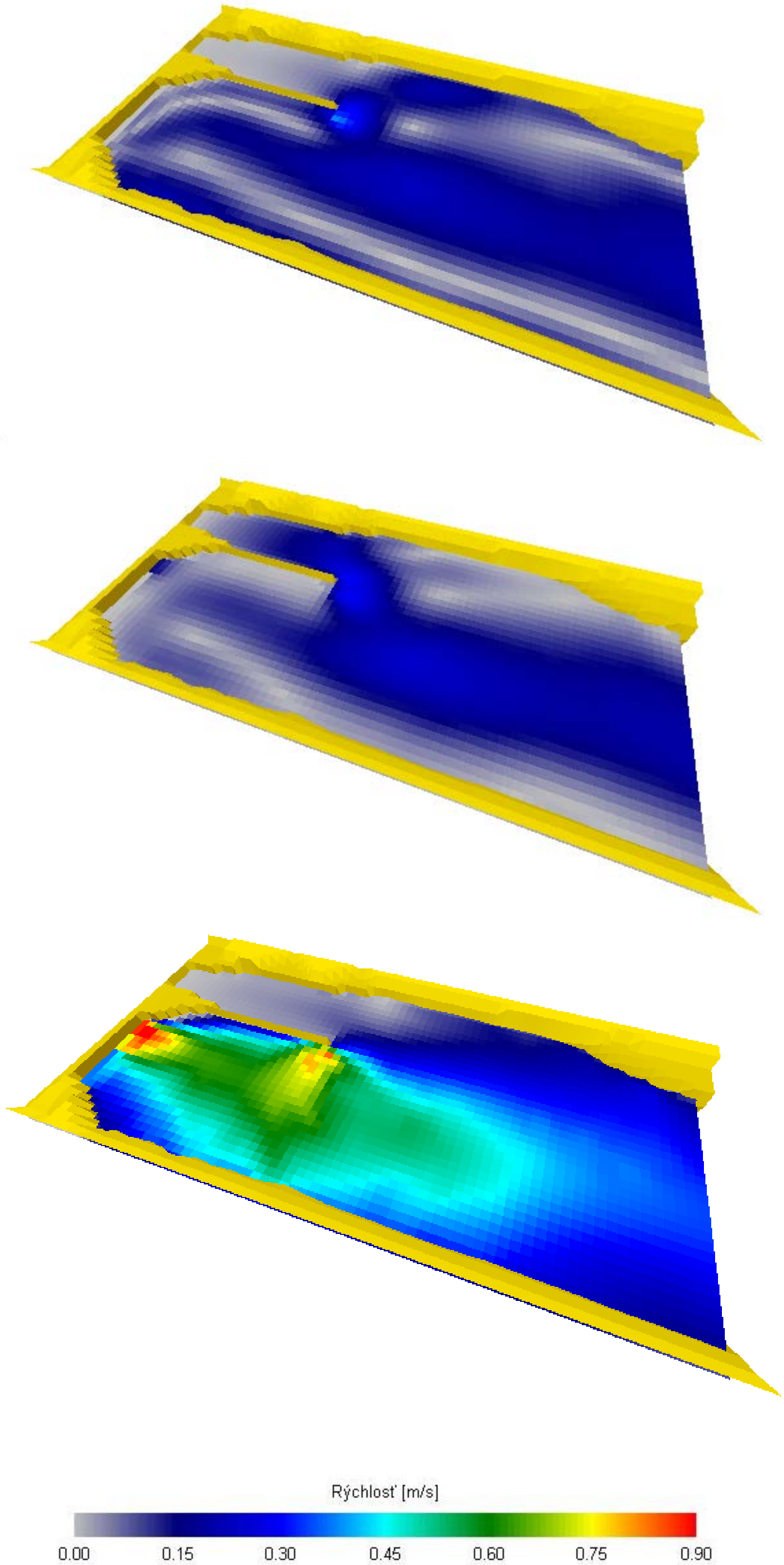
Obr. 4.11. Priebeh priečnej zložky rýchlosti v ose 3-6



Obr. 4.12. Náhradné dno dolnej zdrže VE pre potreby 2D modelovania



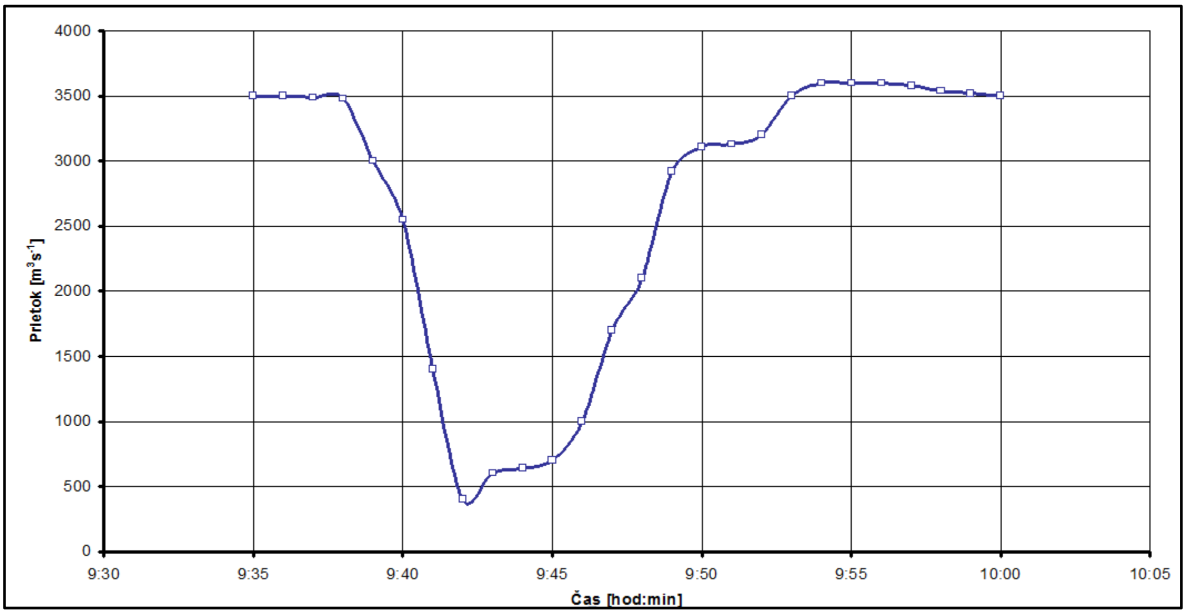
Obr. 4.13. Rozdelenie rýchlosti v dolnej zdrži – ustálený stav pred výpadkom VE – model



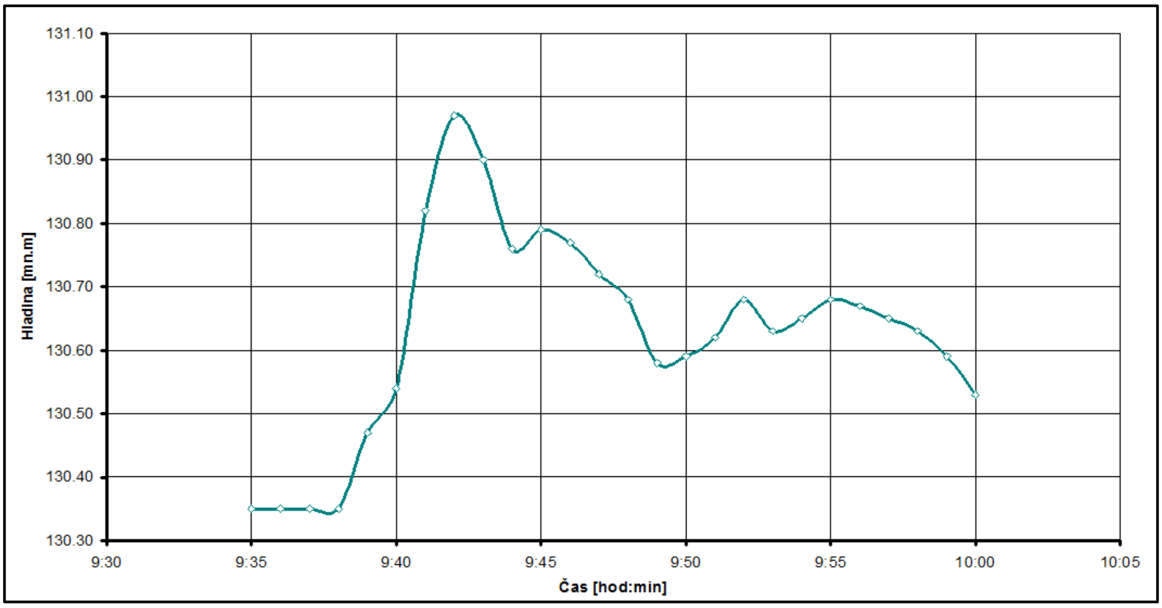
Obr. 4.14. Časový vývoj po výpadku prietoku v 5., 10. a nábehu v 15. minúte

4.3.3 Výpadok VEG pri bežnej prevádzke

V bežnej prevádzke VEG však nemožno vylúčiť nepredvídateľné okolnosti (napr. výpadok VEG), ktoré môžu bezpečnosť plavebnej prevádzky značne ohroziť. Z doterajšej prevádzky VEG vyplynula preto potreba jednoznačne kvantifikovať dopady neriadeného výpadku VEG na plavbu a navrhnúť reálne opatrenia na obmedzenie dôsledku takéhoto výpadku.



Obr. 4.15. Priebeh prietoku cez VEG – výpadok 14. 6. 1995



Obr. 4.16. Časový priebeh hornej hladiny nad VEG počas výpadku 14. 6. 1995

Na Obr. 4.15 je uvedený priebeh prietoku cez VEG pri havarijnom výpadku 14. 6. 1995. V dôsledku prudkého poklesu prietoku cez VEG až o 3000 m^3s^{-1} vznikla v prívodnom kanáli spätná vlna (Obr. 4.16) o výške 0,6 m, ktorá sa následne propagovala cez prívodný kanál až do Hrušovskej zdrže. Rázová vlna spôsobila odtrhnutie plavidla kompy na prevoz osôb a vozidiel v prístavisku kompy, ktoré je od profilu stupňa Gabčíkovo vzdialené približne 17 km proti prúdu prívodného derivačného kanála.

4.4 METÓDA KONEČNÝCH PRVKOV PRE NELINEÁRNE ROVNICE PLYTKEJ VODY

Model MOVYKO (***MO**del **VY**voja **KO**rýt*) vznikol ako realizačný výstup z riešenia VTP *Výskum upravitelnosti zdrojov pitnej vody a environmentálne aspekty vodných tokov*, čiastková úloha *Erózno-sedimentačné procesy v povodí a kvalita pitnej vody* [105]. Úloha bola riešená v rokoch 1997 až 1999 na Katedre hydrotechniky SvF STU Bratislava a bola koordinovaná VÚVH Bratislava [13].

4.4.1 Opis modelu

Model vychádza z rovníc prúdenia vody pre plytké oblasti známych ako *shallow water equations* (*SWE*). Aplikácia týchto rovníc súčasne limituje využiteľnosť modelu iba na široké rieky, prípadne pre povodňové situácie, keď k pôvodnému korytu rieky pribúdajú ešte inundačné územia.

Na riešenie bola použitá metóda konečných prvkov, kde boli použité zmiešané lineárne izoparametrické prvky so štyrmi uzlami a lineárne trojuholníkové prvky s tromi uzlami [43]. Výsledná sústava rovníc nie je linearizovaná a teda je riešená iteračne, aby sa zaručila konvergencia [34]. Na stabilitu modelu bola použitá metóda riadenej umelej neizotropnej disipácie.

Na realizáciu modelu boli zvolené východzie rovnice

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial (HU)}{\partial x} + \frac{\partial (HV)}{\partial y} = 0 \tag{4.9}$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}-fV+g\frac{\partial \zeta}{\partial x}-\frac{KW^2}{H}\cos\psi+\frac{gU\left(U^2+V^2\right)^{\frac{1}{2}}}{HC^2}-$$
$$-\frac{\partial}{\partial x}v_e\frac{\partial U}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}v_e\frac{\partial U}{\partial y}=0$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+fU+g\frac{\partial \zeta}{\partial y}-\frac{KW^2}{H}\sin\psi+\frac{gV\left(U^2+V^2\right)^{\frac{1}{2}}}{HC^2}--$$
$$\frac{\partial}{\partial x}v_e\frac{\partial V}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial y}v_e\frac{\partial V}{\partial y}=0$$

kde: H - hĺbka
U - rýchlosť v smere x
V - rýchlosť v smere y
f - Coriolisov koeficient
g - konštanta gravitačného zrýchlenia
K - koeficient postupivosti vetra
W - rýchlosť vetra
ψ - uhol, ktorý zviera vektor rýchlosti vetra s osou x
C - Chézzyho koeficient
v_e - efektívna viskozita kvapaliny

Rovnice na riešenie dvojrozmerného prúdenia vody sa získajú úpravou rovnice kontinuity a oboch pohybových rovníc. Riešenie metódou konečných prvkov sa dostane rozvojom týchto členov

$$U \cong \sum_{j=1}^{M} U_j(t)\phi_j(x,y) \qquad V \cong \sum_{j=1}^{M} V_j(t)\phi_j(x,y) \qquad \zeta \cong \sum_{j=1}^{M} \zeta_j(t)\phi_j(x,y)$$

$$h \cong \sum_{j=1}^{M} h_j(t)\phi_j(x,y) \qquad f \cong \sum_{j=1}^{M} f_j(t)\phi_j(x,y)$$

$$KW^2\cos\psi \cong \sum_{j=1}^{M} K_j W_j^2\left[\cos\psi_j\right]\phi_j(x,y) \tag{4.10}$$

$$KW^2 \sin\psi \cong \sum_{j=1}^{M} K_j W_j^2 \left[\sin\psi_j\right]\phi_j(x,y)$$

V rozvoji funkcia ϕ reprezentuje bázovú funkciu definovanú nad daným elementom a M je počet bodov v konečnom prvku. Rozvoj je potom dosadený do rovnice kontinuity a oboch pohybových rovníc

$$\sum_{j=1}^{M} \iint_A \left\{ \frac{d\zeta_j}{dt}\phi_j\phi_i + \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(h_j+\zeta_j\right)\phi_j\left(\sum_{k=1}^{M} U_k\phi_k\right)\right]\phi_i + \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(h_j+\zeta_j\right)\phi_j\left(\sum_{k=1}^{M} V_k\phi_k\right)\right]\phi_i \right\} dxdy = 0$$

$$\sum_{j=1}^{M} \iint_A \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{dU_j}{dt}\phi_j\phi_i + \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{M} U_k\phi_k\right)U_j\dfrac{\partial\phi_j}{\partial x}\phi_i + \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{M} V_k\phi_k\right)U_j\dfrac{\partial\phi_j}{\partial y}\phi_i - \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{M} f_k\phi_k\right)V_j\phi_j\phi_i + \\ g\zeta_j\dfrac{\partial\phi_j}{\partial x}\phi_i + g\dfrac{\left[\left(\displaystyle\sum_{k=1}^{M} U_k\phi_k\right)^2 + \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{M} V_k\phi_k\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{C^2\left[\displaystyle\sum_{k=1}^{M}\left(\zeta_k+h_k\right)\phi_k\right]}U_j\phi_j\phi_i - \dfrac{K_jW_j^2\left(\cos\psi_j\right)\phi_j}{\left[\displaystyle\sum_{k=1}^{M}\left(\zeta_k+h_k\right)\phi_k\right]}\phi_i \end{array} \right\} dxdy = 0$$

$$\sum_{j=1}^{M} \iint_A \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{dV_j}{dt}\phi_j\phi_i + \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{M} U_k\phi_k\right)V_j\dfrac{\partial\phi_j}{\partial x}\phi_i + \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{M} V_k\phi_k\right)V_j\dfrac{\partial\phi_j}{\partial y}\phi_i - \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{M} f_k\phi_k\right)U_j\phi_j\phi_i + \\ g\zeta_j\dfrac{\partial\phi_j}{\partial x}\phi_i + g\dfrac{\left[\left(\displaystyle\sum_{k=1}^{M} U_k\phi_k\right)^2 + \left(\displaystyle\sum_{k=1}^{M} V_k\phi_k\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{C^2\left[\displaystyle\sum_{k=1}^{M}\left(\zeta_k+h_k\right)\phi_k\right]}V_j\phi_j\phi_i - \dfrac{K_jW_j^2\left(\sin\psi_j\right)\phi_j}{\left[\displaystyle\sum_{k=1}^{M}\left(\zeta_k+h_k\right)\phi_k\right]}\phi_i \end{array} \right\} dxdy = 0$$

$$(i = 1,2,\ldots,M) \qquad (4.11)$$

V našom prípade sa môže zanedbať štvrtý a šiesty člen v oboch pohybových rovniciach [4.9]. Naproti tomu v prepise pohybových rovníc nie sú zahrnuté dva posledné členy v ktorých sa vyskytuje efektívna viskozita kvapaliny. Keďže sa v oboch týchto členoch vyskytuje druhá derivácia, nemožno ich v lineárnych konečných prvkoch prezentovať priamo, a preto sú upravené podľa Greenovej vety. Po úpravách možno tieto členy prepísať takto a doplniť do už upravených rovníc

$$\sum_{j=1}^{M} \iint_A \left\{ \frac{d\phi_i}{dx} v_e \frac{d\phi_i}{dx} U_j + \frac{d\phi_i}{dy} v_e \frac{d\phi_i}{dy} U_j \right\} dxdy$$

(4.12)

$$\sum_{j=1}^{M} \iint_A \left\{ \frac{d\varphi_i}{dx} v_e \frac{d\varphi_i}{dx} V_j + \frac{d\varphi_i}{dy} v_e \frac{d\varphi_i}{dy} V_j \right\} dxdy$$

4.4.2 Stabilita modelu a jej riešenie

Model bol testovaný na viacerých vzorových príkladoch, ako je priamy kanál, koryto lichobežníkového tvaru, koryto tvaru dvojitého lichobežníka, oblúk 90 stupňov, oblúk 180 stupňov a oblúk v tvare S, pričom neboli badateľné vážnejšie problémy so stabilitou. Pri prechode ku skutočným korytám riek sa ale situácia dramaticky mení a tak bol do modelu zakomponovaný stabilizačný algoritmus vychádzajúci z metódy umelej disipácie [41].

K pohybovým rovniciam sa pričítajú tieto stabilizačné členy (pričom x_1 reprezentuje súradnicu x a x_2 súradnicu y)

$$\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \frac{\partial}{\partial x_i} k_{i,j} \frac{\partial U}{\partial x_j}$$
$$\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \frac{\partial}{\partial x_i} k_{i,j} \frac{\partial V}{\partial x_j} \quad (4.13)$$

Anizotropný tenzor k reprezentuje umelú viskozitu, ktorá má v modeli v jednotlivých postupných krokoch eliminovať oscilácie v riešení rýchlostí. Má pôsobiť iba v smere prúdenia, a teda jeho vyjadrenie v smere x, y sa môže písať takto

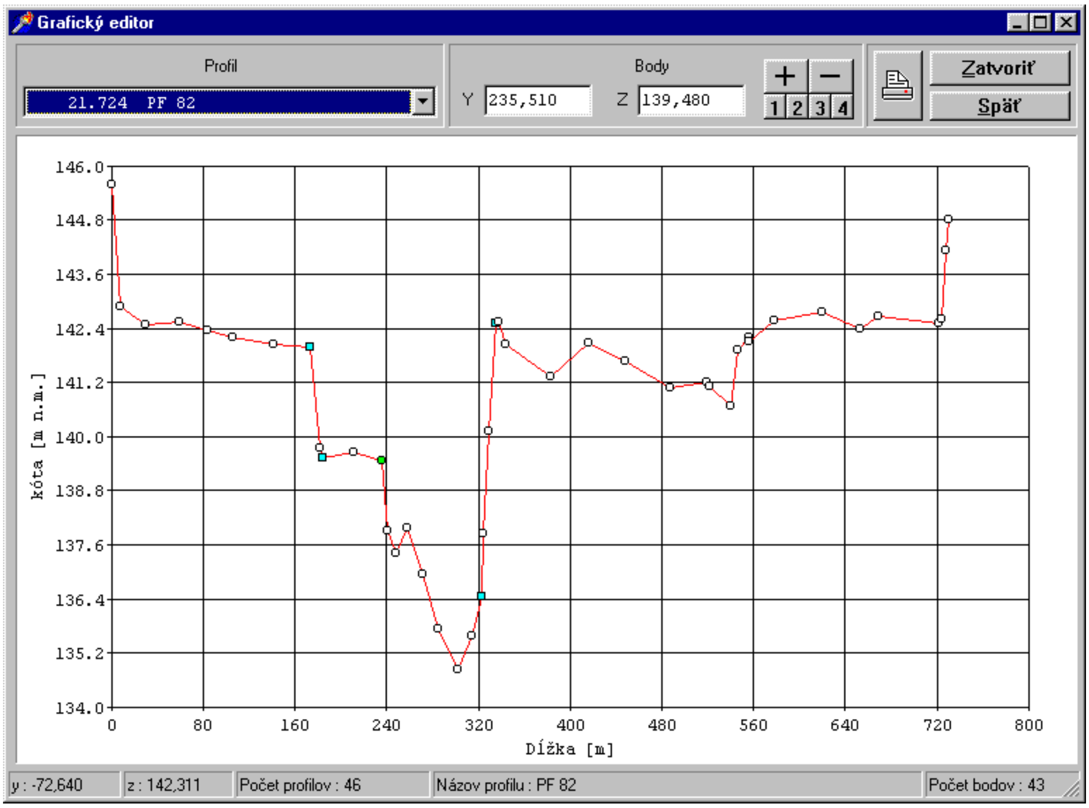
$$k_{i,j} = \tfrac{1}{2} \alpha |w|_{\ell} \frac{U_i U_j}{\sum_{k=1}^{2} U_k} \quad (4.14)$$

Je evidentné, že hodnota tenzora k nemôže byť pevná, ale sa musí meniť v závislosti od rýchlosti, ako aj od tvaru elementu. Preto vo vyjadrení tenzora figuruje absolútna hodnota rýchlosti $|w|$ v danom bode, ako aj charakteristický rozmer elementu l. Hodnota l je uvažovaná ako dĺžka priečneho rezu elementom v smere rýchlosti v danom bode. Odporúčaná hodnota pre parameter α sa vypočíta takto

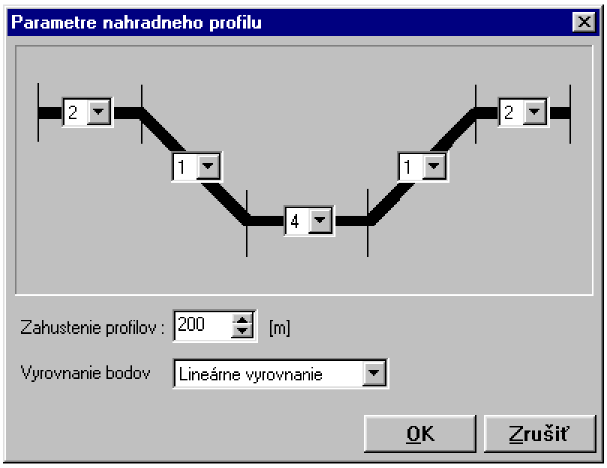
$$\alpha = \tfrac{1}{2}\beta \quad \beta \geq \max(0{,}1 - \frac{4}{\mathrm{Re}}) \quad \beta_{opt} = \coth(\frac{\mathrm{Re}}{4}) - \frac{4}{\mathrm{Re}} \quad \mathrm{Re} = \frac{|w|\ell}{\nu_e} \qquad (4.15)$$

4.4.3 Užívateľské prostredie modelu

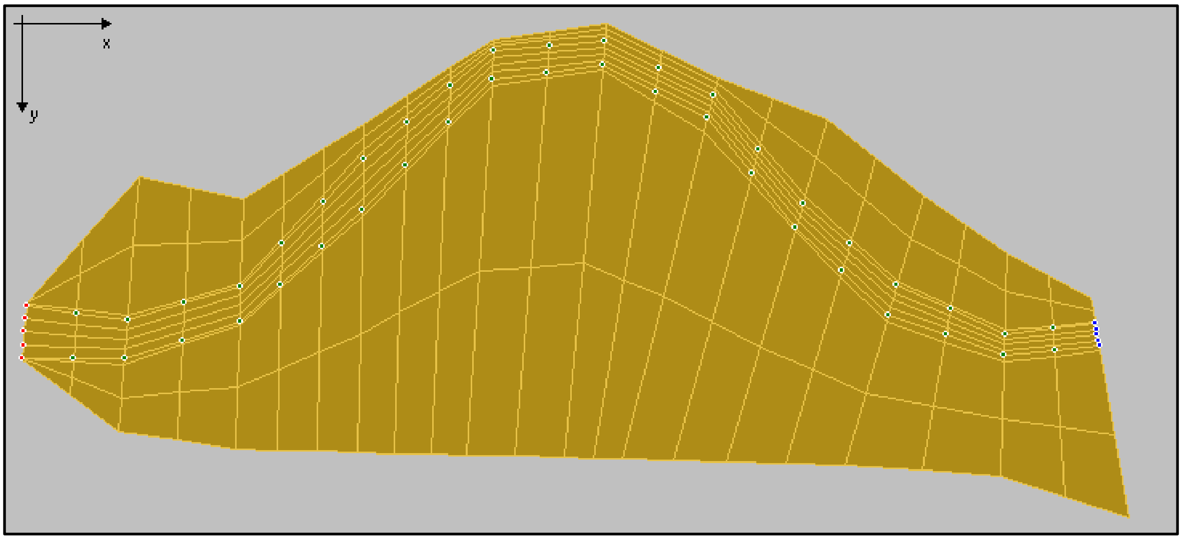
Pri vývoji modelu bol veľký dôraz kladený na užívateľské prostredie programu s cieľom minimalizovať prácnosť spojenú s definovaním siete konečných prvkov. Pomocou grafického editoru profilov (Obr. 4.17) užívateľ zadá charakteristické body profilu ako sú body charakterizujúce dno a koryto profilu. Tieto body sa ďalej využijú ako riadiace body pre algoritmy zahusťovania profilov, ako aj pri algoritme generovania siete konečných prvkov na základe užívateľom definovanej zložitosti jednotlivých častí riečneho koryta (Obr. 4.18).



Obr. 4.17. Grafický editor profilov



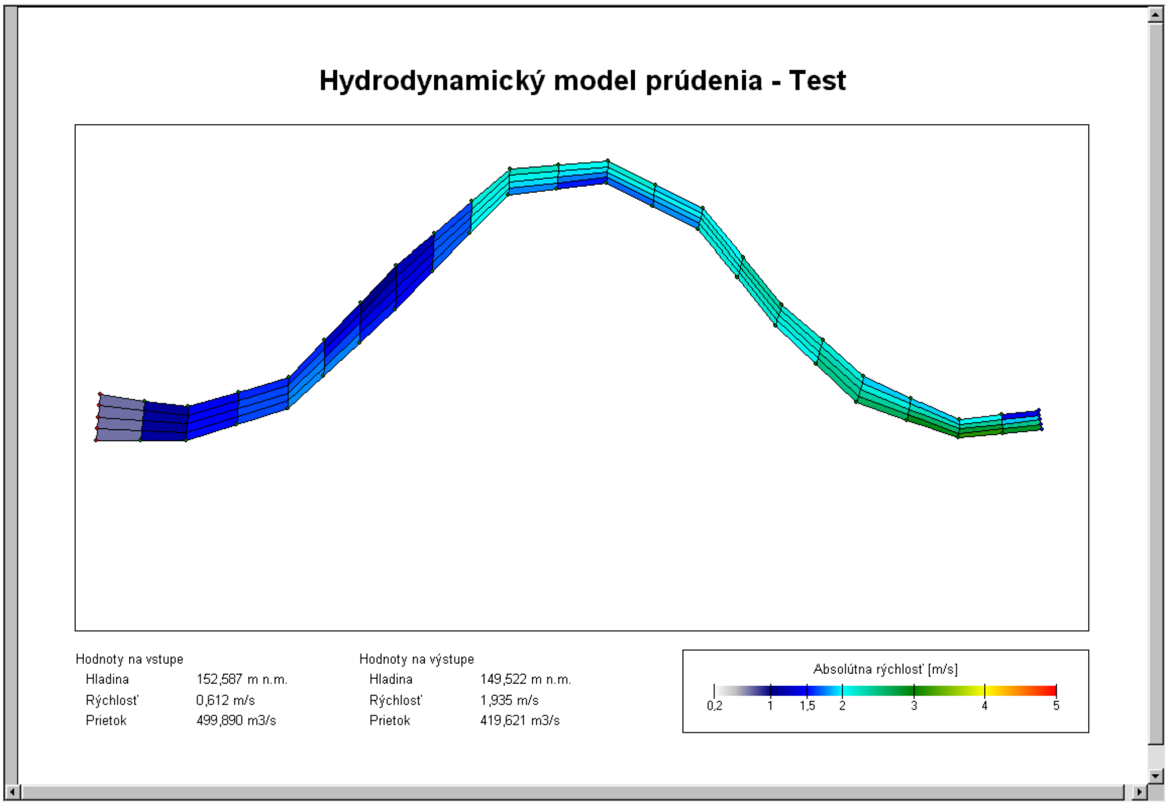
Obr. 4.18. Definovanie zložitosti generovanej siete konečných prvkov



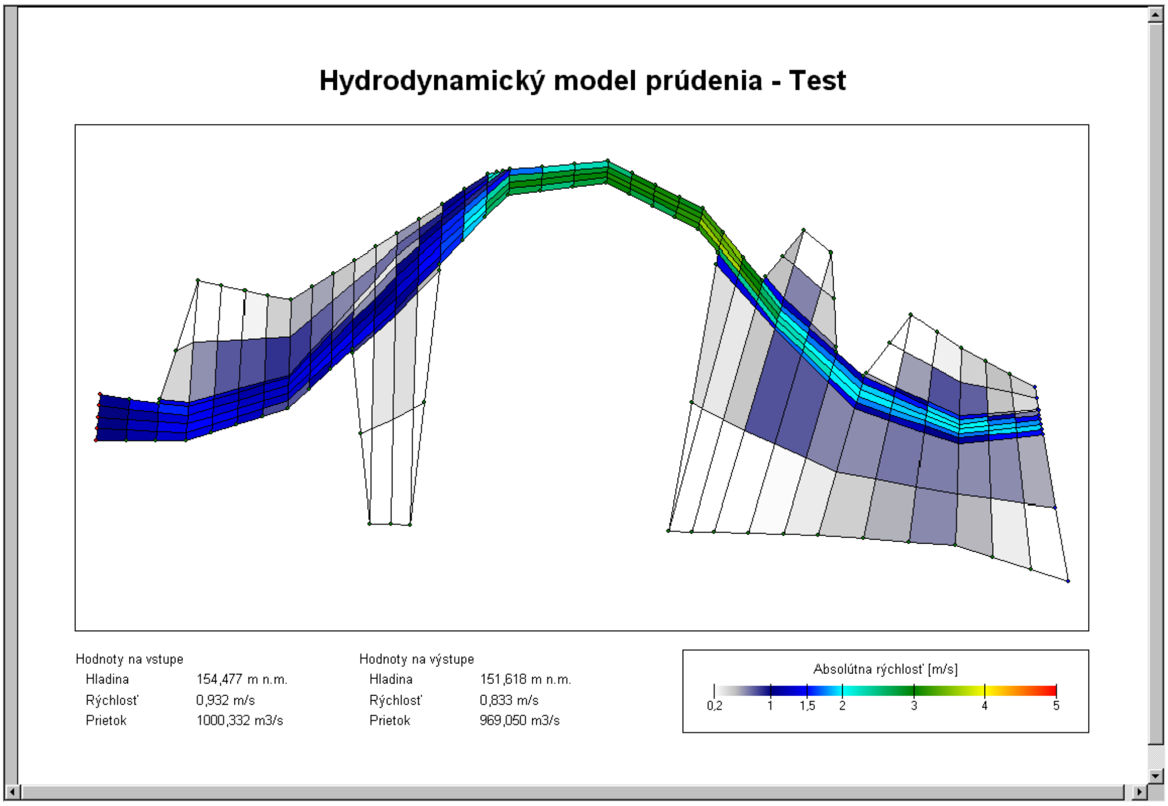
Obr. 4.19. Topografia modelu s konečnými elementmi

4.4.4 Testovanie modelu MOVYKO

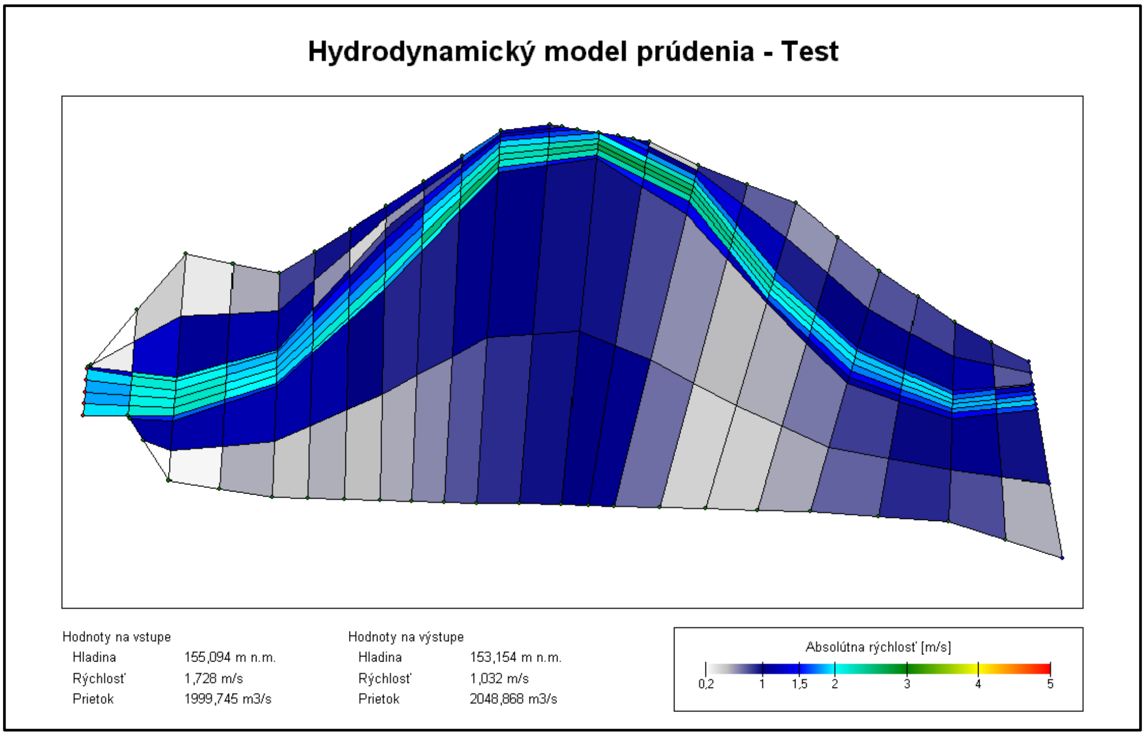
Model bol testovaný na časti koryta a inundácií Váhu v úseku medzi VD Drahovce a zaústením odpadného kanála z VE Madunice. Testovacia časť koryta bola zospodu ohraničená profilom so staničením rkm 34,428 a zhora profilom so staničením rkm 31,099. Na tomto úseku s celkovou dĺžkou 3,329 km sa vykonali testovacie výpočty. Geometria úseku bola v modeli zadaná 37 profilmi a vloženými profilmi (Obr. 4.19). Zostavený model dával logicky zdôvodnené výsledky a mal dobrú vypovedaciu schopnosť. Opis verifikácie modelu je uvedený v časti 4.4.5. Výstupy z hydrodynamickej časti modelu pre prietoky 500, 1000 a 2000 m^3s^{-1} sú na Obr. 4.20 až 4.22.



Obr. 4.20. Rozdelenie prúdenia vody pri Q = 500 m^3s^{-1}



Obr. 4.21. Rozdelenie prúdenia vody pri Q = 1000 m^3s^{-1}

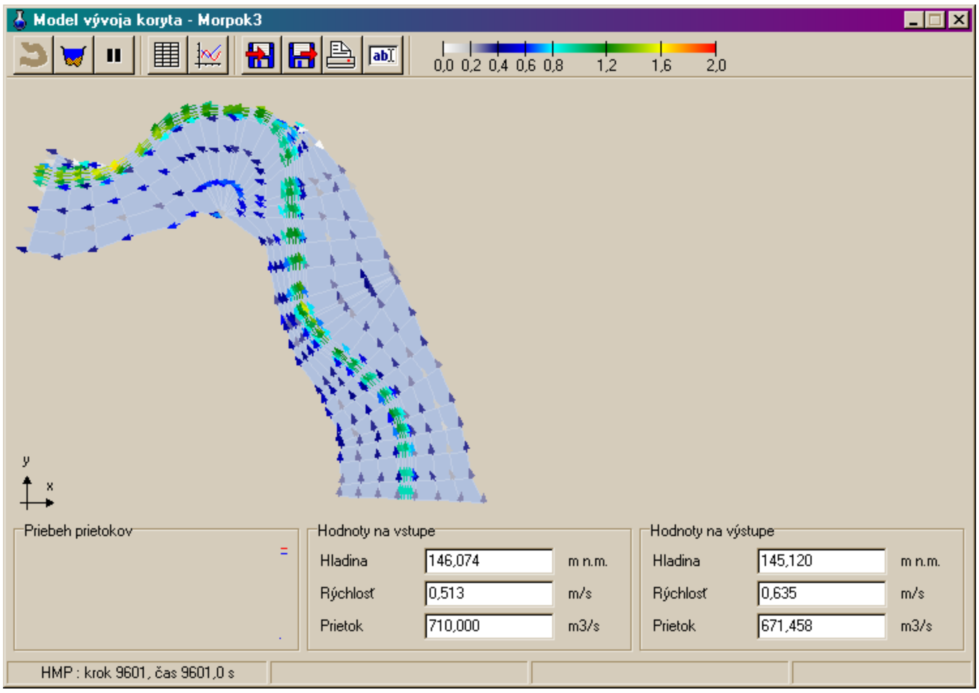


Obr. 4.22. Rozdelenie prúdenia vody pri Q = 2000 m^3s^{-1}

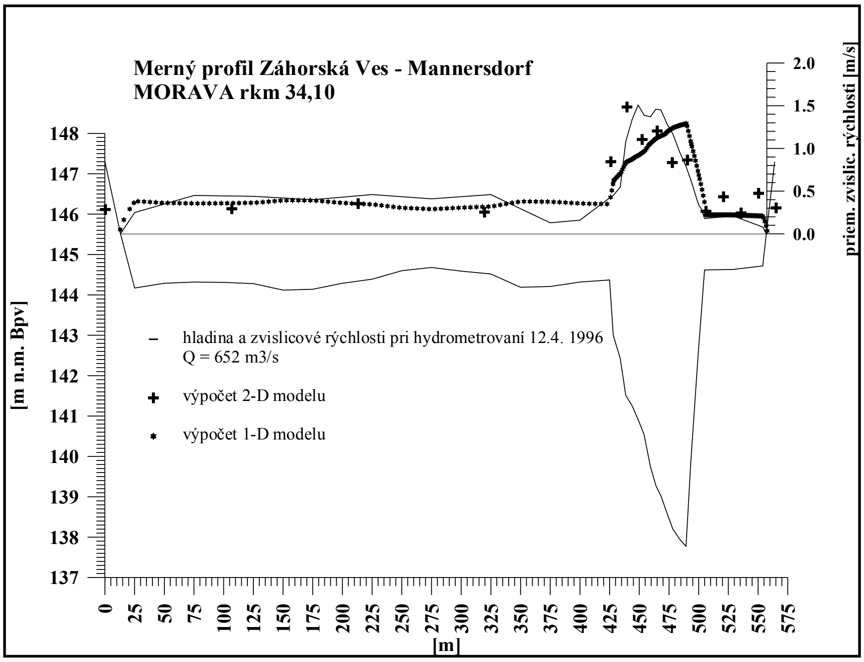
4.4.5 Verifikácia modelu MOVYKO

2D matematický model na verifikáciu modelovacieho nástroja MOVYKO bol zostavený vo VÚVH Bratislava [31]. Model bol realizovaný na vybranej časti experimentálneho úseku dolného toku rieky Moravy, medzi rkm 32 a 35,1. Je to oblasť okolia Záhorskej Vsi, kde je na rkm 32,52 limnigrafická stanica SHMÚ s mernou krivkou a na rkm 34,1 Slovensko-Rakúsky hydrometrický profil Záhorská Ves – Mannersdorf. V tomto mernom profile sa vykonávajú hydrometrické merania aj pri prietokoch veľkých vôd. Upravený merný profil umožňuje vykonávanie presných meraní rýchlostí prúdenia a prietoku v hlavnom koryte a aj v obojstranných inundáciách.

2D model vybraného úseku bol zostavený z 35 priečnych profilov hlavného koryta a inundačných území, na základe ktorých bola automaticky vygenerovaná výpočtová sieť uzlových bodov. Ukážka interaktívneho modelovacieho prostredia MOVYKO je na Obr. 4.23. V týchto bodoch boli počítané vektory priemerných zvislicových rýchlostí prúdenia v smere *x, y* a kóta vodnej hladiny. Na rozdelenie rýchlosti a prietoku v priečnych profiloch, boli použité maximálne veľkosti rýchlostí, vypočítané skladaním vektorov zložiek rýchlosti v smeroch x a y (Obr. 4.24). Výšky hladiny, vypočítané pomocou 1D a 2D modelov, sa dobre zhodujú s reálnymi fixovanými hladinami. 2D model má oproti 1D modelu lepšie výsledky v oblasti koryta toku. Horšie výsledky 2D modelu v oblasti pravej inundácie boli spôsobené zrejme nedostatočným ustálením prietoku v modeli. Zväčšenie počtu elementov v jednotlivých modelovaných oblastiach by viedlo ešte k lepšej zhode s nameranými hladinami.



Obr. 4.23. Ukážka interaktívneho modelovacieho prostredia MOVYKO



Obr. 4.24. Verifikácia modelu – porovnanie rozdelenia priemerných zvislicových rýchlostí

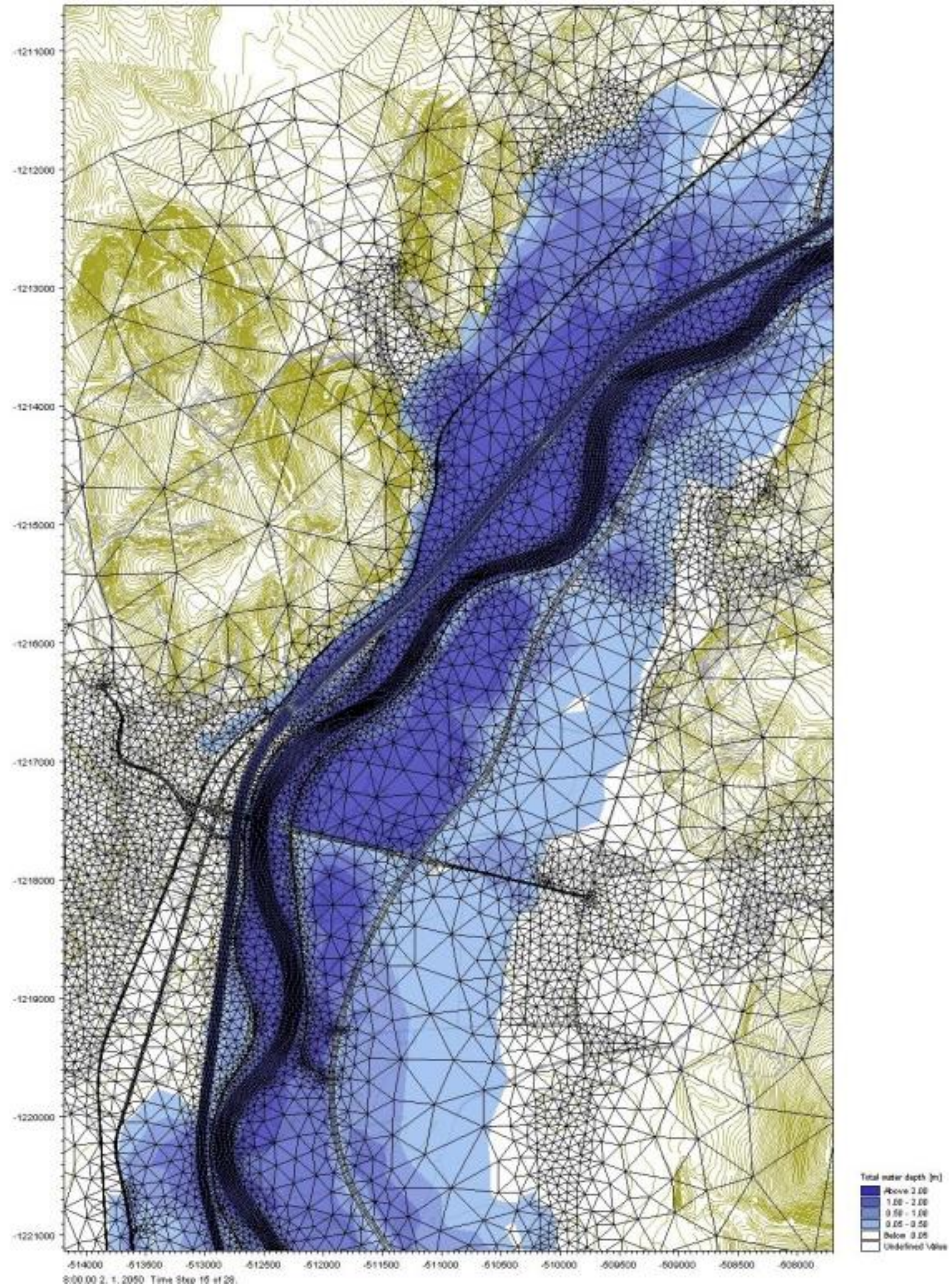
4.5 MODELOVANIE PRIELOMOVEJ VLNY S VYUŽITÍM METÓD POVODŇOVÉHO MAPOVANIA

Prielomová vlna je špeciálny prípad povodňovej vlny, ktorú spôsobila porucha alebo havária zariadení vodnej stavby. Je charakteristická prudkým nábehom extrémneho prietoku s relatívne krátkym trvaním. Spôsob výpočtu prielomovej vlny z vodného diela stanovuje Smernica MŽP SR z 30. apríla 2007 č.1/2007-1.5 ([54]).

Katedra hydrotechniky riešila v roku 2010 pilotný projekt dopočtu prielomovej vlny z vodného diela Liptovská Mara od hate Trenčianske Biskupice ([49],[53]). Celá smernica je prevažne orientovaná na využívanie 1D matematického modelovania prielomovej vlny z vodného diela ako procesu s extrémne sa meniacim prietokom pod dotknutým vodným dielom. Pripúšťa použitie dvojrozmerného matematického modelu pre modelovanie v rovinných územiach, ale pre modelovanie v údoliach s jednoznačným smerom prúdenia predurčuje použiť na simuláciu vetvený jednorozmerný matematický model. Tento prístup bol zvolený v čase tvorby smernice na základe limitovaného využívania 2D modelovania na relatívne malé územia a pre vysokú výpočtovú náročnosť 2D modelovacieho procesu.

Moderné modelovacie nástroje a výkonnosť súčasnej výpočtovej techniky umožňujú podrobné 2D modelovanie prúdenia vody na rozsiahlych územiach a dlhých riečnych úsekoch. V príspevku sú formulované odporúčania pre interpretáciu výsledkov 2D modelovania prielomových vĺn a pre tvorbu príloh dokumentácie prielomovej vlny. Popísané je spracovanie výsledkov získaných modelovým prostriedkom MIKE 21 FM s flexibilnou výpočtovou sieťou pre modelovaný úseku údolia Váhu pod haťou Trenčianske Biskupice (Obr. 4.25).

Pilotný projekt aplikácie 2D modelovania prielomovej vlny na úsekoch presahujúcich svojou dĺžkou 50 km bol možný iba za podpory spoločnosti EUROSENSE, s. r. o. ([50]), ktorá poskytla bezplatne údaje pre digitálny model terénu dotknutej oblasti. Dopočet prielomovej vlny nadväzoval na projekt firmy Hydroconsult realizovaný v roku 2004 ešte podľa dočasnej smernice na úseku VD Liptovská Mara – Opatovce [4]. Vlastnú numerickú simuláciu prielomovej vlny realizovala firma DHI Slovakia s. r. o. (Mišík a kol.). Hornou okrajovou podmienkou matematického modelovania bola prielomová vlna vypočítaná firmou Hydroconsult v profile hať Trenčianske Biskupice s Q_{max}= 5.600 m^3/s a dĺžkou trvania T=18 hod. (merané od príchodu prielomovej vlny až po pokles prietoku na Q_{100}).



Obr. 4.25. Schéma flexibilnej výpočtovej siete na rastrovom mapovom podklade

4.5.1 2D matematické modelovanie prielomovej vlny

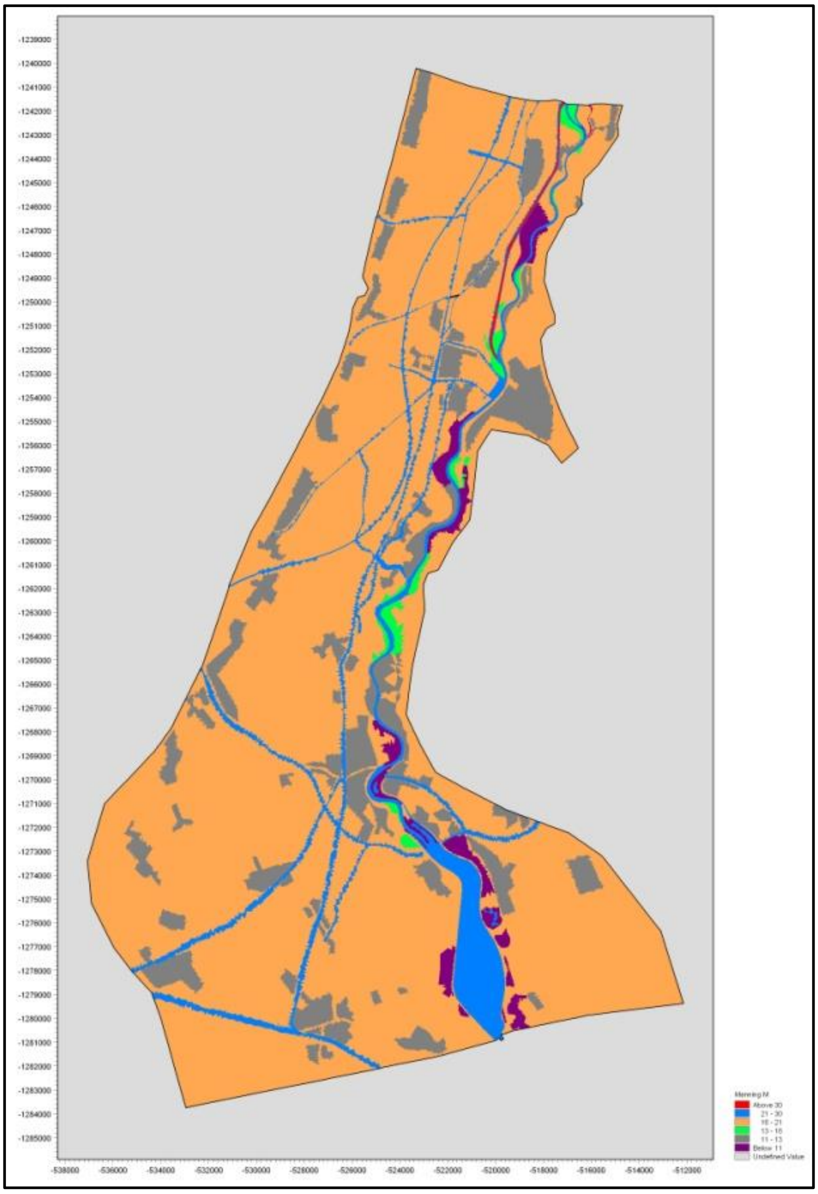
Prechod z 1D modelovania neustáleného prúdenia vody s voľnou hladinou na 2D matematické modelovanie nám zabezpečuje o triedu kvalitnejšie výsledky. Flexibilná výpočtová sieť (Obr. 4.25) nám umožňuje zahustiť výpočet v dôležitých oblastiach (líniové stavby, osídlené územia atď. – charakteristický rozmer modelového prvku môže klesnúť až na

2 – 5 m), kde buď potrebujeme presnejšie výsledky alebo predpokladáme prudké zmeny v rýchlosti prúdenia vody. Flexibilná výpočtová sieť je ideálna na striedanie extravilánu (hrana výpočtového prvku je väčšia – 50 – 100 m) a intravilánu (hrana výpočtového prvku je rádovo v desiatkach metrov). Veličiny charakterizujúce prúdenie pri 1D modelovaní sú vztiahnuté k modelovanému prierezu (celkový prietok cez profil, priemerná prierezová rýchlosť, výška hladiny v priereze).

2D modelovanie nám poskytuje priestorovo lokalizované výsledky modelovania (výška hladiny v modelovanom elemente, zložky priemerných zvislicových rýchlostí vo výpočtovom prvku). Celkový prietok cez zadané vybrané profily vieme zabezpečiť priečnou integráciou lokálnych merných prietokov. Výška hladiny vody (maximálna aj okamžitá) v profile bude mať vždy lokálny charakter. Rádovo väčšie množstvo výsledkov z 2D modelovania oproti 1D modelovaniu, ako aj zmena charakteru výsledkov z prierezových na lokálne nás núti zmeniť nielen metodiku zobrazovania výsledkov ale aj zabezpečiť nástroje na presné získavanie maximálnych ako aj okamžitých hodnôt (v definovanom časovom kroku uchovávania výsledkov výpočtu) v požadovanej lokalite. Práca s výsledkami 2D modelovania bude klásť zvýšené nároky na užívateľa, čomu sa bude musieť prispôsobiť aj povinná užívateľská dokumentácia.

4.5.2 Výpočet prielomovej vlny

Štandardný scenár simulovanej havarijnej udalosti predpokladá lokálne rozrušenie hrádze pri ustálenom prietoku Qa (dlhodobý priemerný prietok) prepúšťanom nádržou pod vodnú stavbu – počiatočná podmienka pre výpočet simulácie vlny v území pod prietržou. Simulácia priebehu prielomovej vlny sa vykonáva do vzdialenosti, kde veľkosť jej maximálneho prietoku už neprekročí maximálny prietok opakujúci sa v priemere raz za 100 rokov – Q_{max100}. V prípade rovinného územia, kde jednotlivé vetvy navrhovaného modelu nekončia v toku pod vodnou stavbou, sa simulácia vlny pod prietržou počíta až do vzdialenosti, pokiaľ výška prielomovej vlny pod prietržou nepoklesne pod 0,5 m nad jestvujúci terén. Ukončenie modelovania pri prietoku Q_{100} je problematické, nie je možné kontrolovať objemovú bilanciu prielomovej vlny a tým aj správnosť modelovacieho procesu (voľba tvaru a hustoty výpočtovej siete). Simulácia prielomovej vlny pod prietržou by sa mala ukončiť až pri poklese prietoku na Q_a a v prípade rovinného územia buď voda úplne ustúpi alebo vzniknú v modelovanom priestore izolované vodné masy. Rozhodujúci vplyv na výsledky simulačného procesu má definovanie drsnostných pomerov v území predpokladanej záplavy.



Obr. 4.26 Mapa drsnostných súčiniteľov modelovaného úseku Drahovce – Kráľová

Podľa smernice drsnosti ohodnotí a určí spracovateľ dokumentácie. Nestanovuje sa povinnosť uviesť tieto hodnoty v projektovej dokumentácii.

Tabuľka 4.1. Drsnostné súčinitele vo forme Manningovho stupňa drsnosti použité v 2D modeli

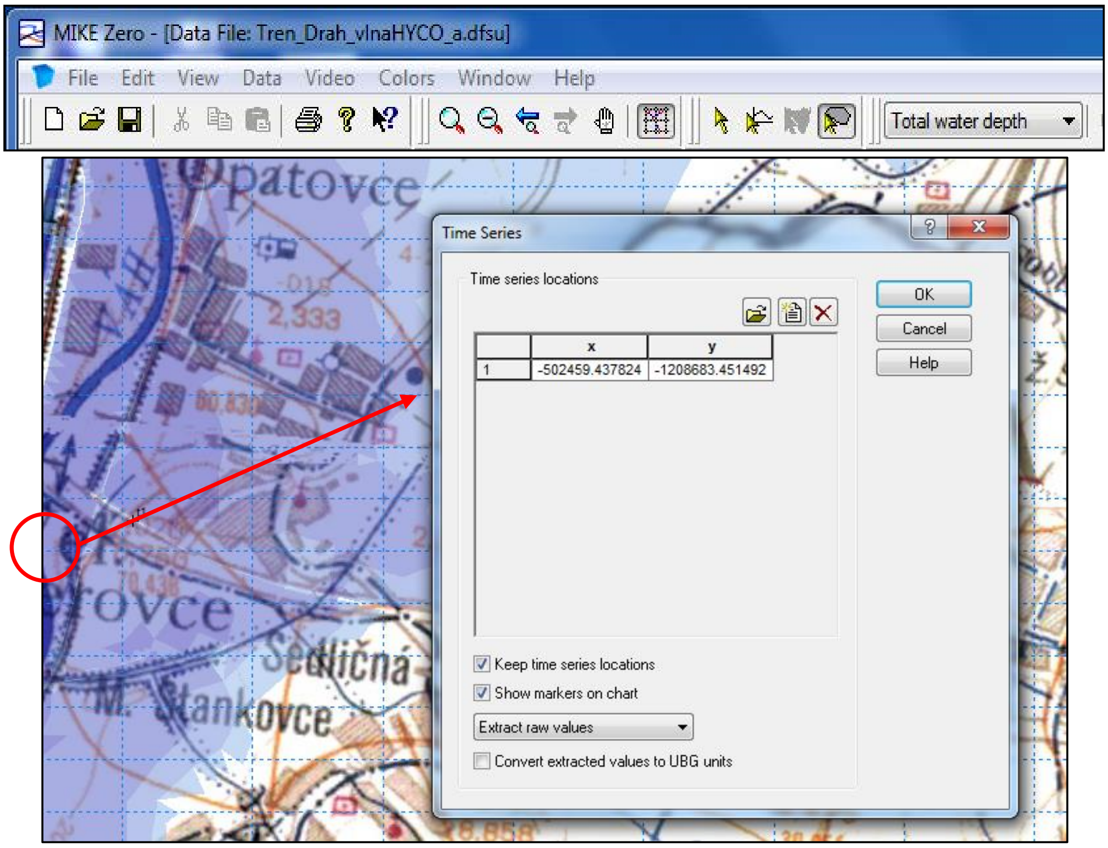
Kategória	**Popis územia**	**n**
1	koryto Váhu, prítokov a líniové stavby	0.033
2	derivačný kanál	0.025
3	polia a nedefinované plochy	0.048
4	obce a mestá	0.077
5	inundácie 1 – menej zarastené	0.063
6	inundácie 2 – viac zarastené	0.077
7	inundácie 3 – husto zarastené	0.090

4.5.3 Geodetické podklady

Kvalita a aktuálnosť geodetických podkladov do značnej miery ovplyvňuje výsledky modelovacieho procesu. Aktuálny digitálny model terénu (*DMT*) poskytnutý firmou EUROSENSE, s. r. o. bol podkladom pre vygenerovanie výpočtovej siete. Rastrové mapy poskytnuté objednávateľom slúžili iba pre vizualizáciu výsledkov spracovania, boli staršieho dáta vyhotovenia a riešiteľ bol nútený niektoré údaje získavať alebo overovať z http://maps.google.sk.

4.5.4 Číselné hodnoty vypočítaných veličín – tabuľky

Nárast zložitosti modelu územia a strata jednoduchej orientácie (nepravidelný tvar a rozmer prvkov modelu) si vyžiada nové prístupy k získavaniu číselných hodnôt. Nárast počtu získaných údajov dokazuje nasledovné porovnanie množstva získaných údajov z modelovacieho procesu. Územie medzi haťou Trenčianske Biskupice a haťou Drahovce bolo pokryté výpočtovou sieťou s počtom 71 935 uzlov a 101 777 prvkov (úsek dĺžky 47 rkm), čo predstavuje priemerný počet 1 530 uzlov a 2 165 prvkov na jeden riečny kilometer.

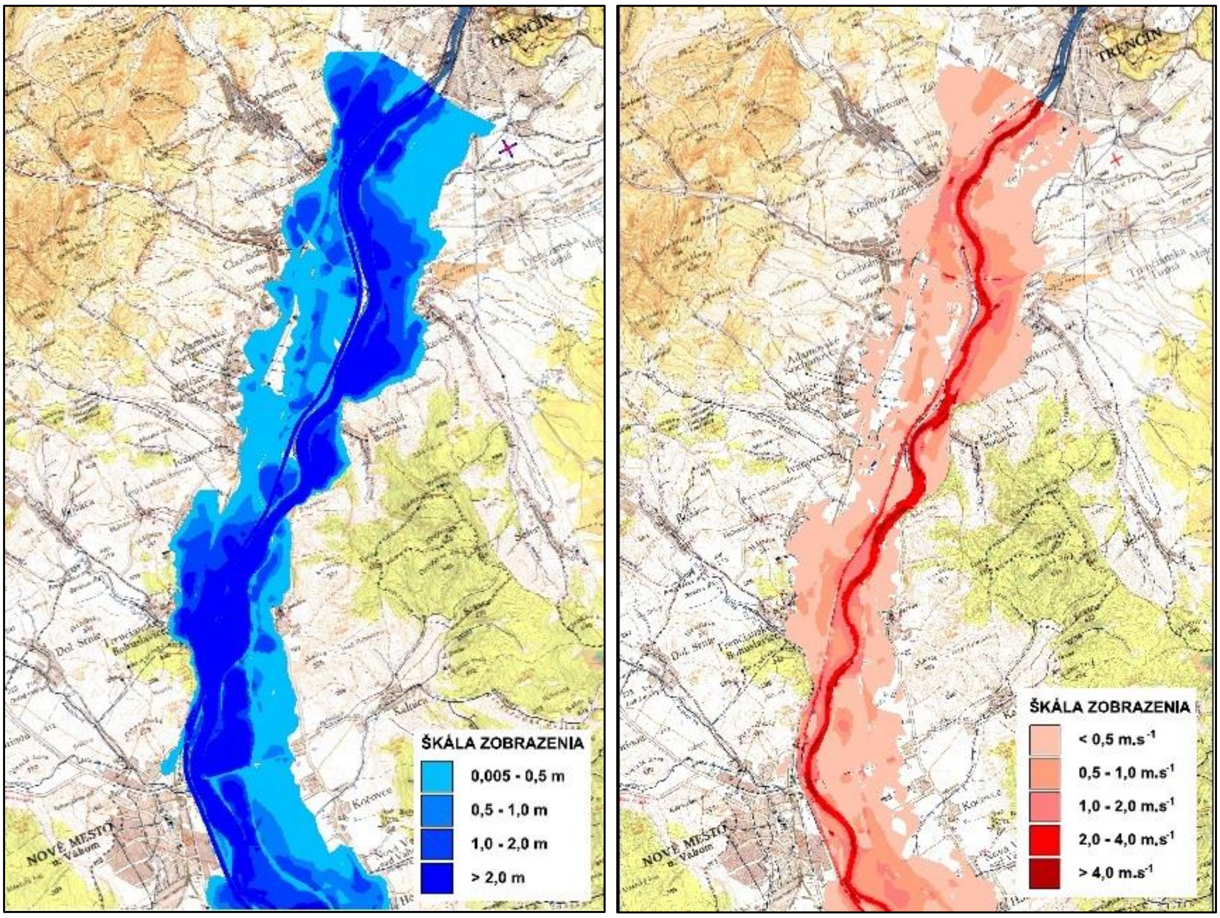


Obr. 4.27.Získavanie časového priebehu hĺbky vody v konkrétnom bode výpočtovej siete

Porovnateľný 1D model s 5 vetvami a priemernou vzdialenosťou medzi profilmi 100 m má 50 výpočtových úsekov a 55 výpočtových čiastočných profilov. Z uvedeného vyplýva, že tabuľkovou formou sa môžu vypočítané údaje zobraziť iba pre vybrané profily a vo vhodnej úprave. Ostané vypočítané údaje je potrebné sprístupniť programovými prostriedkami v grafickom prostredí, umožňujúcimi ľahkú priestorovú orientáciu a selekciu požadovaných údajov (v [49] bol použitý program *MIKE ZERO View,* Obr. 4.27).

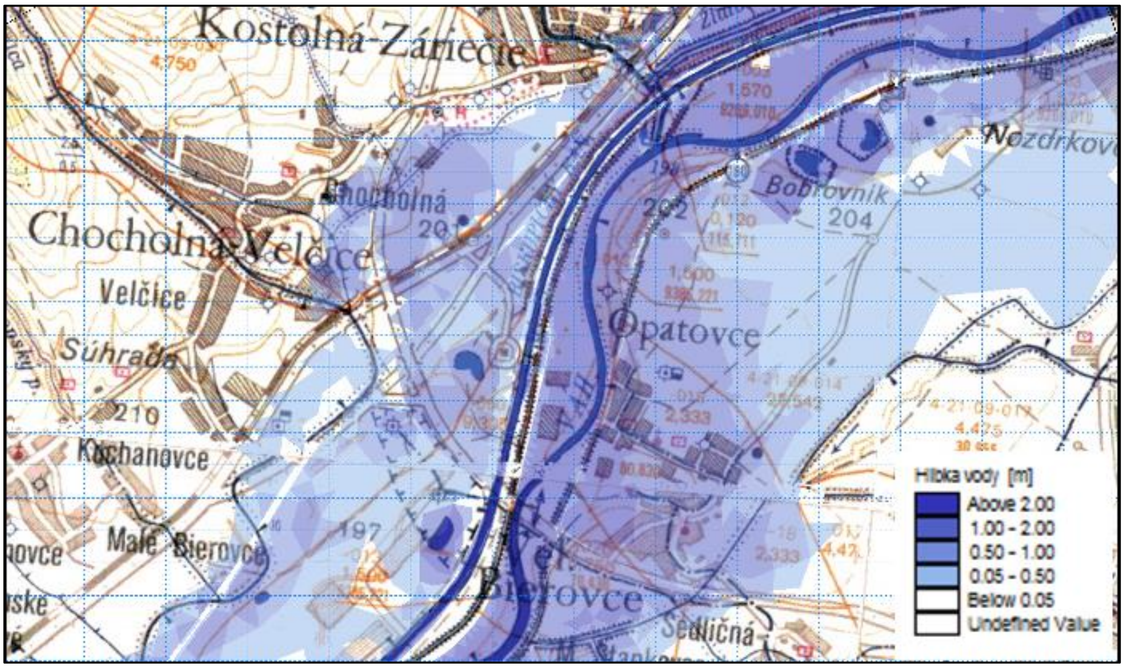
4.5.5 Grafická interpretácia číselných hodnôt vypočítaných veličín

Smernica [54] predpisuje spracovať výstupy z 2D modelu v grafickom tvare formou situačných obrázkov zobrazujúcich dokumentovanú veličinu (hladinu, priemernú zvislicovú rýchlosť) v každom uzle výpočtovej siete, pričom rozpätiu hodnôt zobrazovaných veličín je priradená paleta farieb.

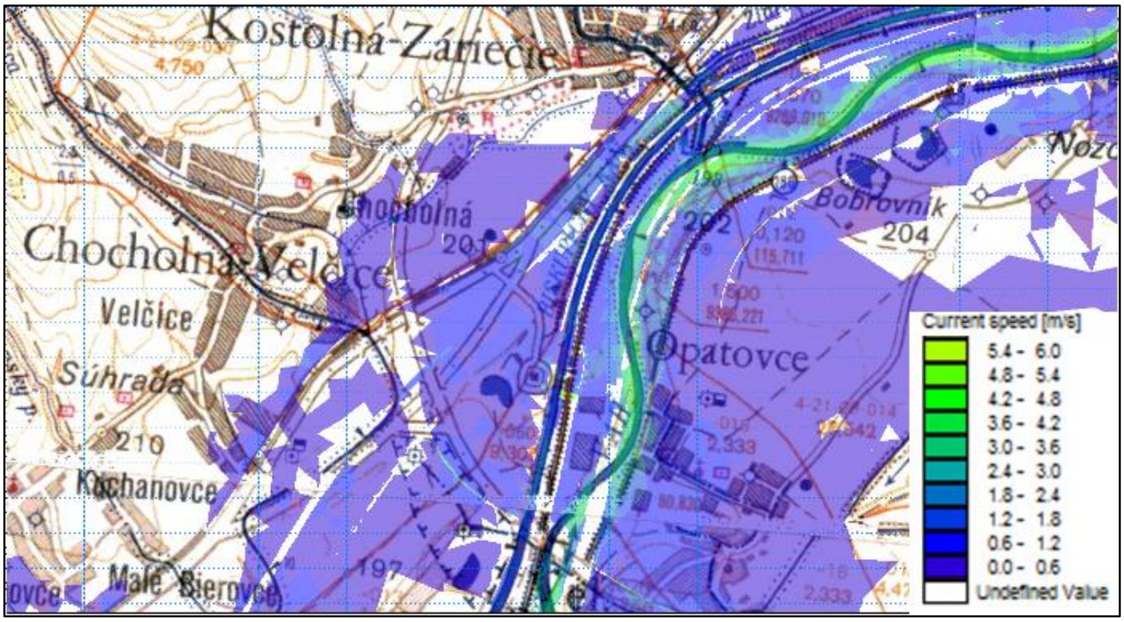


Obr. 4.28. Mapy dosiahnutých maximálnych hĺbok a rýchlostí v úseku T. Biskupice – Nové Mesto n.V.

Stupnica farieb (Obr. 4.28) musí zohľadňovať hĺbky vody charakteristické pre hodnotenie priebehu prielomovej vlny (0,5 m – hranica poklesu vodnej hladiny) a mala by poskytovať základnú orientáciu pri stanovení stupňa poškodenia objektov alebo ohrozenia ľudí v zaplavenej oblasti prielomovou vlnou. Stupnica farieb maximálnych dosiahnutých rýchlostí (Obr. 4.28) musí zohľadňovať rýchlosti prúdenia vody charakteristické pre stanovenie stupňa poškodenia objektov alebo ohrozenia ľudí v zaplavenej oblasti prielomovou vlnou. Hranica rýchlosti prúdenia vody 1 $m.s^{-1}$ rozdeľuje priestor na oblasť kde prevláda hydrostatické pôsobenie vody a na oblasť hydrodynamického pôsobenia prielomovej vlny.



Obr. 4.29. Mapa maximálnych hĺbok z prostredia MIKE Zero View – výrez Opatovce a okolie



Obr. 4.30. Mapa maximálnych rýchlostí z prostredia MIKE Zero View – výrez Opatovce a okolie

Takto zobrazené mapy (Obr. 4.28) nám dávajú globálnu informáciu o priebehu prielomovej vlny, ale na skúmanie priebehu povodňovej vlny v lokálnom meradle už nie sú vhodné. Na Obr. 4.29 – 4.30 je ukážka z využitia nástrojov *MIKE Zero View* na lokalite Opatovce s nastavenou priehľadnosťou vrstiev maximálnych hodnôt, čo umožňuje podstatne lepšiu priestorovú informáciu.

4.5.6 Vyhodnotenie ničivých účinkov prielomovej vlny

Smernica určuje spracovať vyhodnotenie ničivých účinkov prielomovej vlny v tabuľkovej forme, kde bude potrebné definovať pre spracovanie výsledkov z 2D modelovania údaje ako sú vzdialenosť od hrádze porušenej vodnej stavby, čas poklesu prietoku v hodnotenom objekte na Q_{max100} a stupeň poškodenia/zničenia objektu. Ako vhodné sa ukazuje využitie výsledkov z rizikovej analýzy záplavových území, ktorá sa rozvíja v rámci procesov povodňového modelovania. Intenzita prielomovej vlny by sa tak mohla charakterizovať podobne ako intenzita povodňovej vlny IP na základe hĺbky vody *h* a rýchlosti vody *v*:

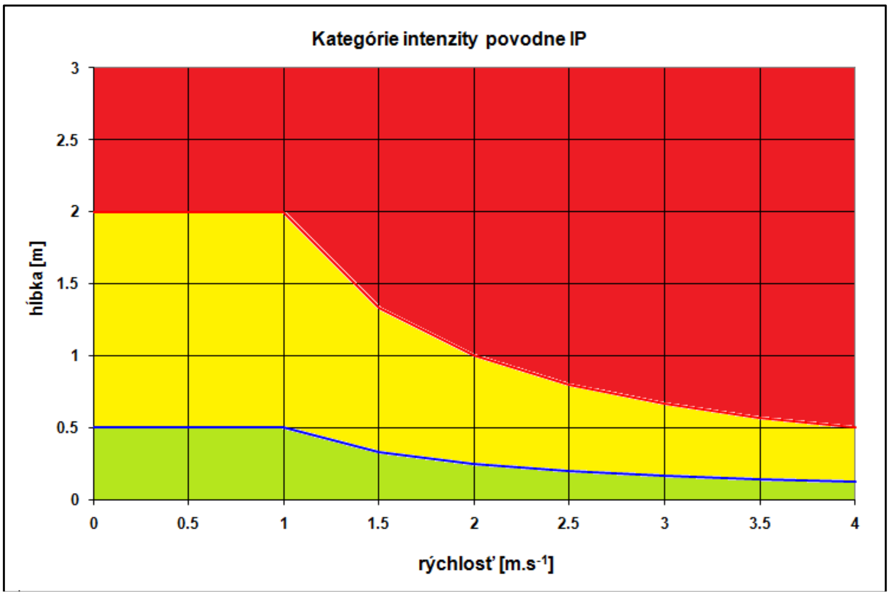
$IP = h$ pre $h>0$ a $v<1\ m.s^{-1}$ *oblasť hydrostatického pôsobenia*

$IP = h.v$ pre $h>0$ a $v>1\ m.s^{-1}$ *oblasť hydrodynamického pôsobenia*

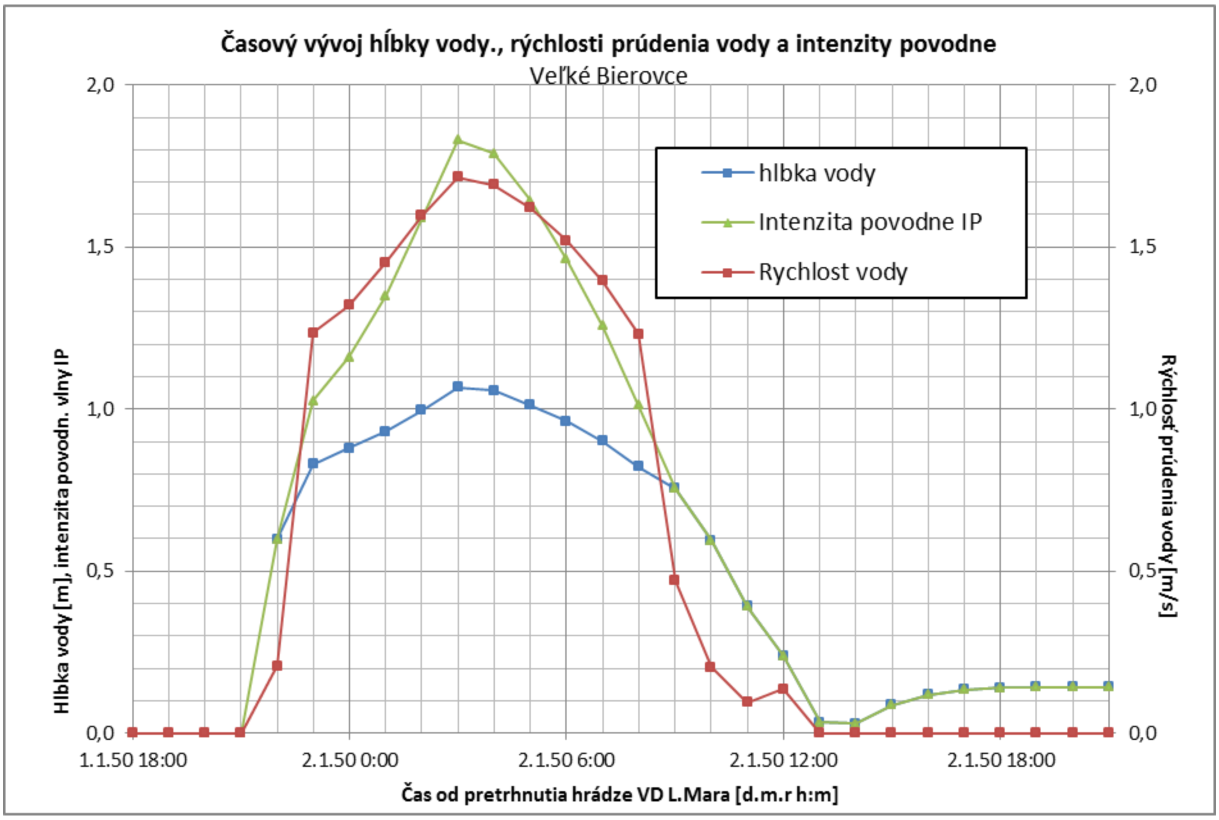
Tab. 4.2. Následky pre kategórie intenzity povodne IP (FOWM)

Kategória IP [m^2/s]		Následky
IP<0,5 nízka intenzita		osoby a zvieratá sú mierne ohrozené drobné poškodenia stavieb sú možné
0,5<IP<2 stredná intenzita		osoby a zvieratá sú ohrozené mimo budovy, vo vnútri budovy iba mierne, možné väčšie poškodenie stavieb (nie zrútenie)
IP>2 vysoká intenzita		osoby a zvieratá sú ohrozené hrozí totálne zrútenie budov

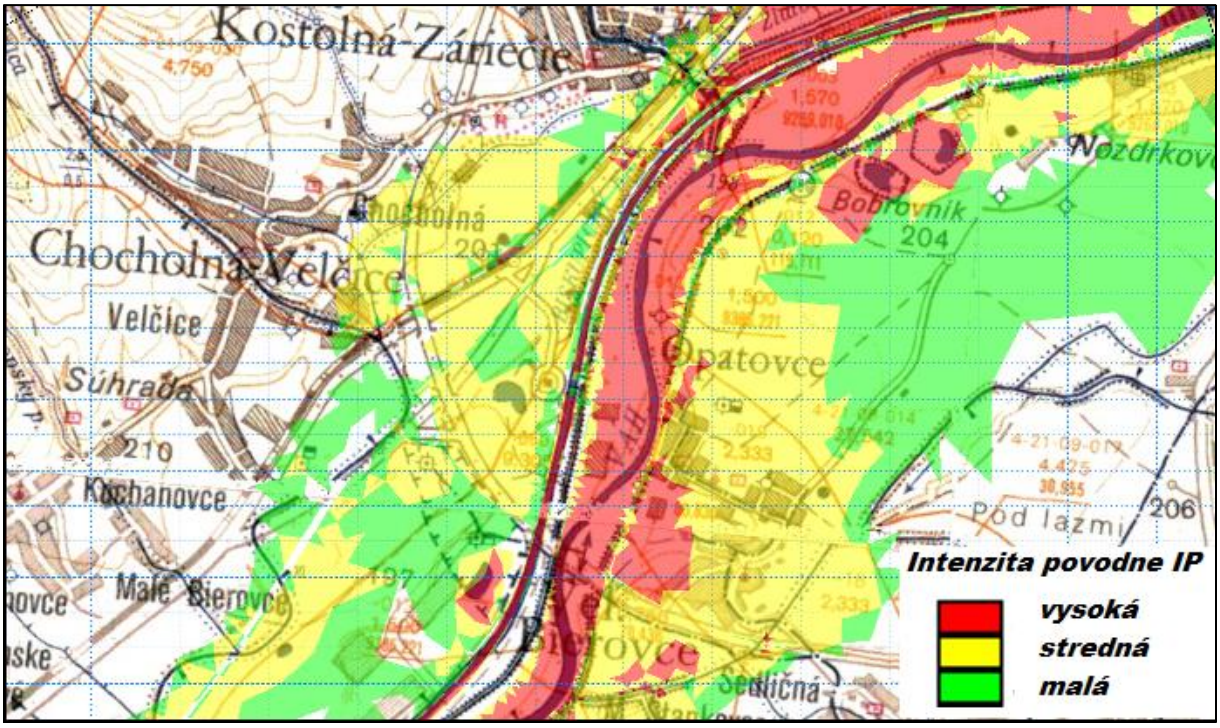
Následne môžeme rozdeliť oblasť prechodu prielomovej vlny na oblasti s nízkou, strednou a vysokou intenzitou prielomovej vlny. Okrem plošného vyhodnotenia IP (Obr. 4.33) môžeme realizovať aj bodové vyhodnotenie IP (Obr. 4.32).



Obr. 4.31. Stanovenie kategórií intenzity povodne IP (FOWM)



Obr. 4.32. Ukážka vyhodnotenia IP pre bodovo zadanú lokalitu Veľké Bierovce

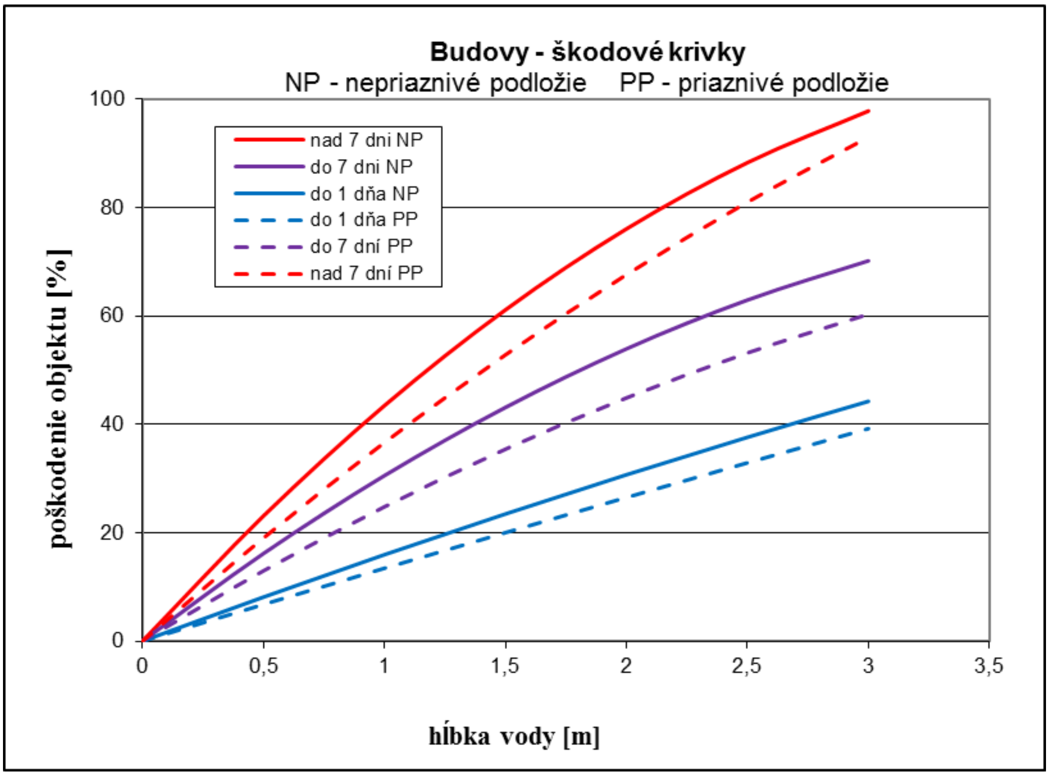


Obr. 4.33. Plošné vyhodnotenie IP pre lokalitu Opatovce a okolie

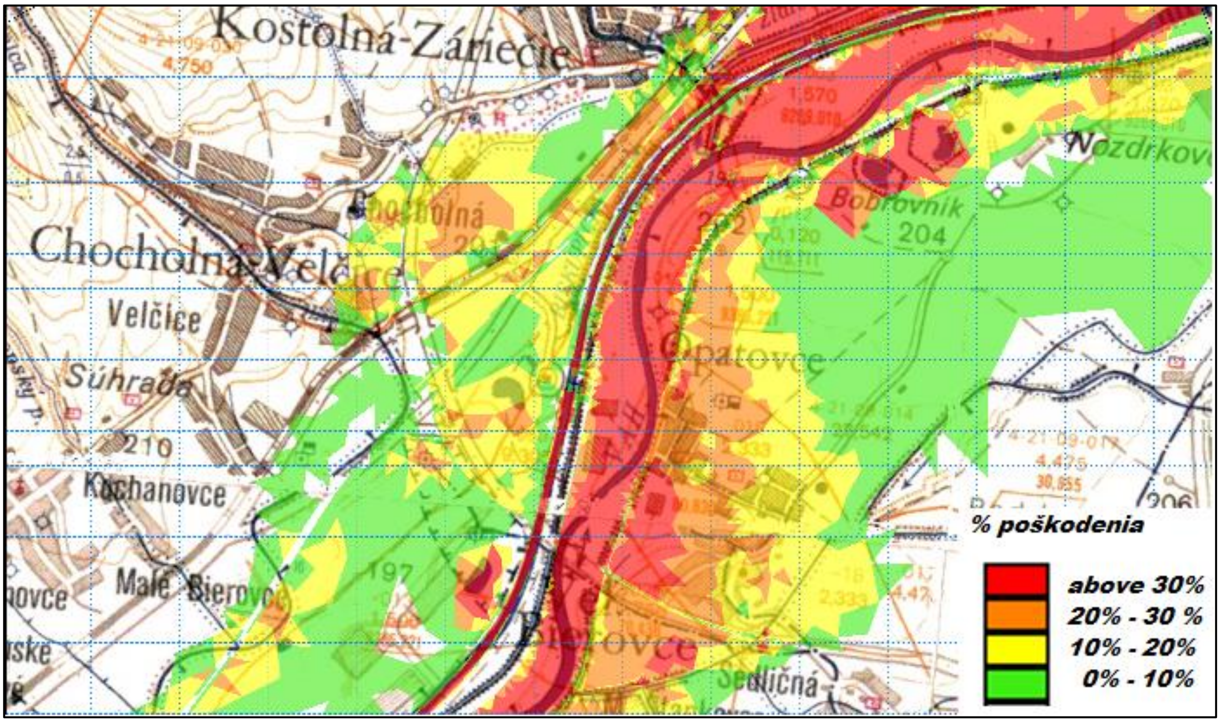
4.5.7 Využitie škodových kriviek

Škody na nehnuteľnom majetku sú stanovené na základe škodových kriviek znázorňujúcich percento poškodenia reprezentantov majetku v závislosti od 4 základných parametrov povodne a ich kombinácií: hĺbka vody, doba trvania (expozícia), vplyv podložia a rýchlosť prúdenia vody. Šlezingr a Uhmannová (v Korytárová a kol. [58]) zostavili škodové krivky pre celú škálu nehnuteľného majetku. Pre zostavovanie grafov nebola zatiaľ využitá informácia o rýchlosti prúdenia vody. Na Obr. 4.34 sú škodové kriky pre budovy v závislosti od expozície a podložia.

Pre oblasti prechodu prielomovej vlny bude typická doba trvania do 1 dňa, pre oblasti ktoré zostanú zaplavené aj po prechode povodňovej vlny (izolované vodné masy) bude doba expozície do 7 dní. Dĺžku expozície, potrebnú na stanovenie škôd zo škodových kriviek, možno vypočítať už z údajov sledovaných v rámci súčasného znenia smernice.



Obr. 4.34. Škodové krivky pre budovy v zaplavenej oblasti podľa charakteru podložia

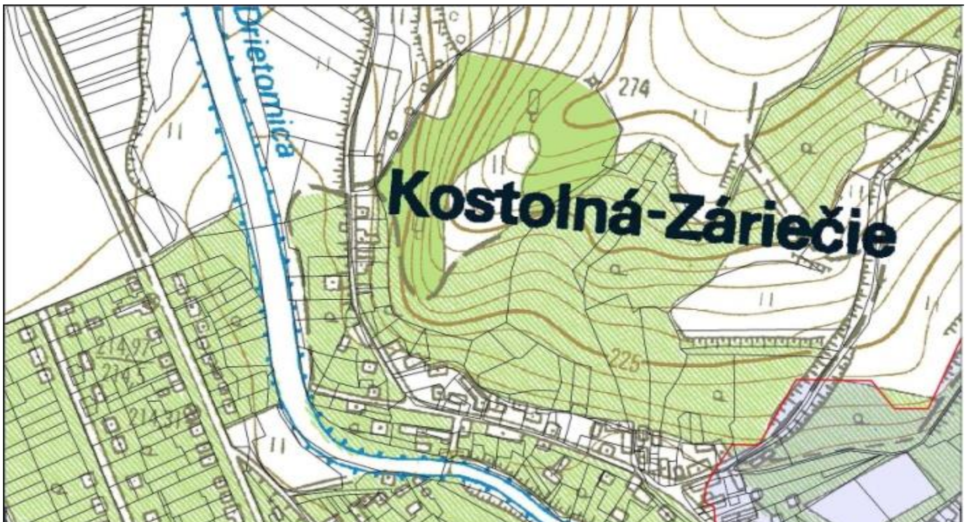


Obr. 4.35 Plošné vyhodnotenie % poškodenia budov pre lokalitu Opatovce a okolie

Na Obr. 4.35 je ukážka plošného zobrazenia percenta poškodenia budov pre lokalitu Opatovce a okolie po prechode povodňovej vlny. K najväčšiemu poškodeniu budov dochádza v priestore medzi protipovodňovými hrádzami a tesne za nimi po ich preliatí.

4.5.8 Zakreslenie záplavových čiar v ohrozenej obci do katastrálnej mapy

Na operatívne použitie počas mimoriadnych situácií budú v rámci dokumentácie prielomovej vlny spracované katastrálne mapy obcí ohrozených prielomovou vlnou s vykreslením záplavových čiar.



Obr. 4.36. Zakreslenie záplavovej čiary v ohrozenej obci Kostolná – Záriečie do katastrálnej mapy

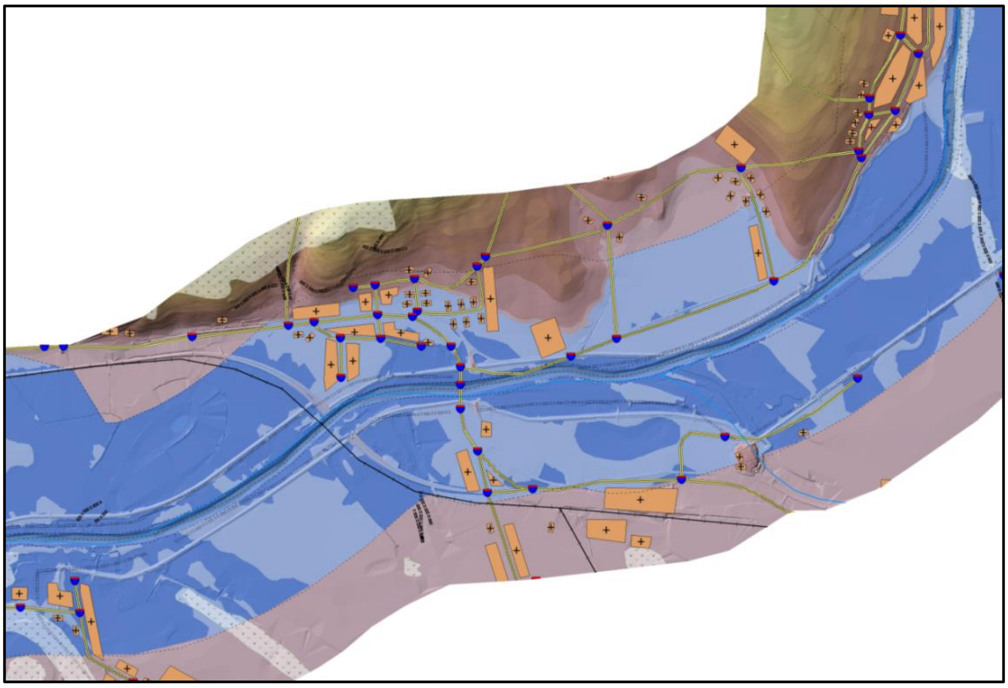
Pre všetky alternatívy výpočtov budú do situačných podkladov v existujúcich mierkach zakreslené záplavové čiary dosiahnutých maxím hladiny v ohrozenej obci, **staničenie vetvy a profily s označením vetvy, tabuľka profilov s Q_{max}, v_{max}** a časom príchodu vlny v ohrozenej obci. Je potrebné doriešiť autorské práva na využitie katastrálnych máp zadávateľa pre potreby spracovania v riešiteľskej organizácii. Táto časť povinnej dokumentácie prielomovej vlny podľa smernice pribudla v porovnaní s dočasnou smernicou a jej popis ukazuje jednoznačne na použitie prostriedkov 1D modelovania (modrý text).

Uvedená kapitola skrípt dostatočne demonštruje potrebu úpravy smernice pre výpočet prielomovej vlny z vodnej stavby na základe uvedených údajov a námetov tak, aby sa mohli využívať moderné prostriedky matematického modelovania a tým dosiahnuť aj presnejšie výsledky s vyššou výpovednou hodnotou (Květon).

4.6 VIZUALIZÁCIA VÝSLEDKOV Z 2D MODELOVANIA

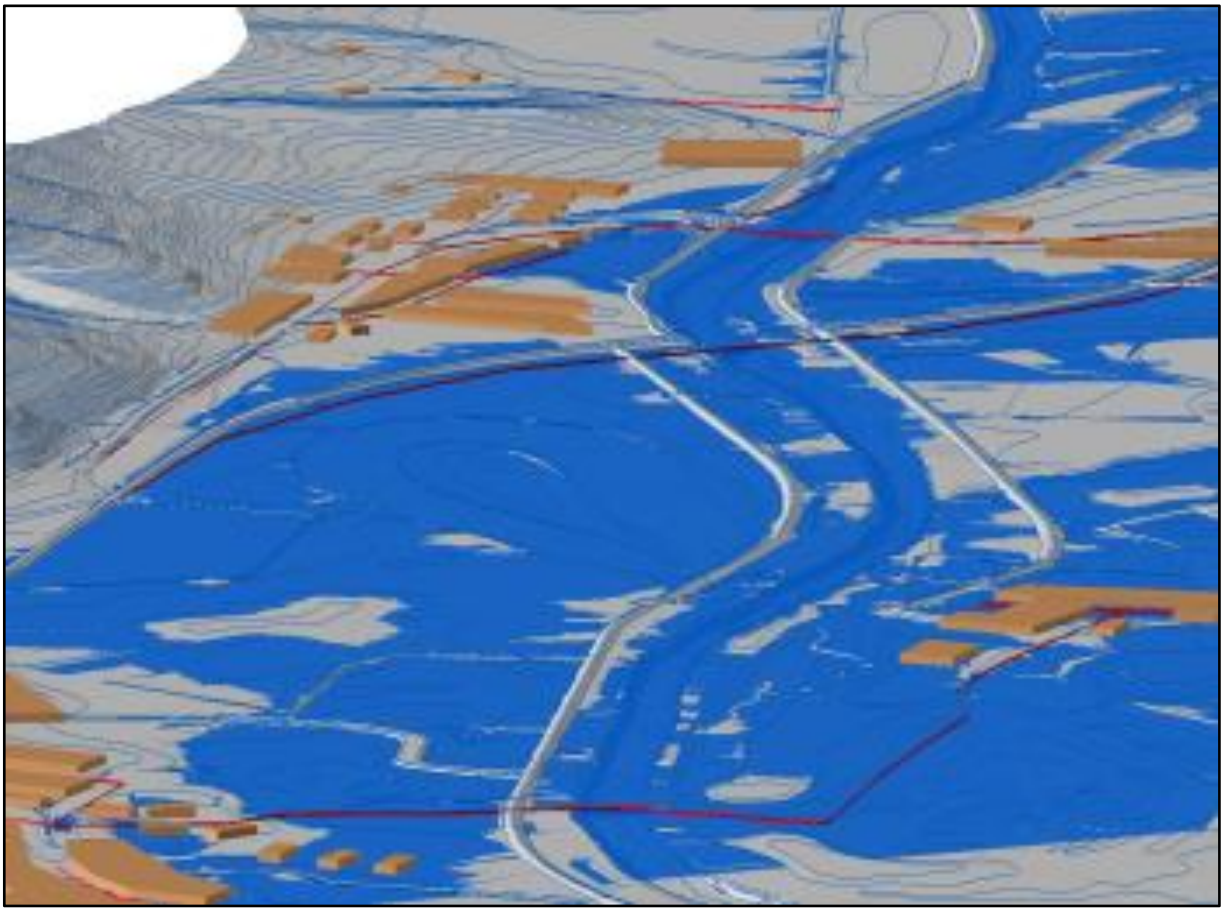
4.6.1 Statická vizualizácia výsledkov modelovania

Vizualizácia záplavy, reprezentujúca 2D hydrodynamický výpočet v prostredí GIS, znázorňuje dôležité objekty, komunikácie a cestné uzly na podklade digitálneho modelu terénu v blízkom okolí obce Streda nad Bodrogom.



Obr. 4.37. Povodňový stav na Bodrogu v prostredí GIS – scéna 2D

Záplavová mapa je výsledkom modelovania ustáleného prúdenia 2D hydrodynamickým výpočtom metódou konečných prvkov. Digitálny model hladiny prekrýva záujmové územie.



Obr. 4.38. Povodňový stav na Bodrogu v prostredí GIS – scéna 3D

5 TROJROZMERNÝ MODEL OBTEKANIA OBJEKTOV

5.1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY 3D MODELOVANIA

Táto časť práce je venovaná problematike interakcie vodného toku s vodohospodárskymi objektmi. Charakter prúdenia vody pri objektoch je trojrozmerný a jeho opis si vyžaduje použitie 3D modelov.

Problematika 3-rozmerného modelovania hydraulických procesov s voľnou hladinou úplne prirodzene vedie k otázke ako sa vysporiadať s potrebnými zmenami v modelovej sieti pri zmene výšky hladiny, ku ktorej nutne vedú modely nestlačiteľnej tekutiny. Prechod na formuláciu úlohy pomocou teórie umelo stlačiteľnej tekutiny predstavuje jeden z možných prístupov, ktorý je použitý aj v tejto práci a bol inšpirovaný prácou Verstteegha [42]. Daň za odstránenie problémov s modifikáciou výpočtovej siete je obmedzenie modelovania iba na možnosť modelovania zmien v rýchlostnom poli. Tento postup je vhodný hlavne v prípade, keď môžeme zanedbať zmeny vo výške hladiny v blízkosti modelovaných objektov (tzv. *near - field* modely).

Pri výbere numerickej metódy bola zvolená metóda konečných diferencií. Táto bola na riešiteľskom pracovisku vo VÚVH Bratislava prakticky rozpracovaná v oblasti 2D modelovania metódou plytkej vody [14]. Takto zvolený spôsob riešenia úloh hydrauliky pri objektoch je úspešne rozvinutý holandskou školou modelovania [42].

Ďalší, nie menší problém bola potrebná verifikácia modelu. V čase tvorby modelu bol nedostatok experimentálnych údajov z meraní 3D rozdelení rýchlostí prúdenia vody v otvorených korytách. Preto bolo potrebné pristúpiť iba k čiastočnému overeniu 3D modelu pomocou už verifikovaného 2D modelu plytkej vody [15].

5.1.1 Rovnice pre umelo stlačiteľnú tekutinu

Metóda umelej stlačiteľnosti tekutiny je založená na riešení sústavy parciálnych diferenciálnych rovníc:

$$\partial V/\partial t + g \,.\, grad\ h + (V \,.\, grad)\ V - \nu \,.\, div(grad\ V) = 0 \qquad (5.1)$$

$$\partial h/\partial t + 1/\alpha\ div\ V = 0 \qquad (5.2)$$

kde: V - $(u,v,w)^T$ je vektor rýchlosti prúdenia vody

α - koeficient stlačiteľnosti tekutiny

h - tzv. piezometrická hladina zodpovedajúca tlaku vo vnútri kvapaliny

Rovnice (5.1) a (5.2) sa môžu prepísať do jednotného operátorového tvaru

$$\partial\Phi/\partial t + D_a\Phi = 0 \tag{5.3}$$

kde: $\Phi = (u,v,w.h)^T$

D_a - operátor tvaru

$$\begin{bmatrix} CD & 0 & 0 & g\,\partial/\partial x \\ 0 & CD & 0 & g\,\partial/\partial y \\ 0 & 0 & CD & g\,\partial/\partial z \\ 1/\alpha\ \partial/\partial x & 1/\alpha\ \partial/\partial y & 1/\alpha\ \partial/\partial z & 0 \end{bmatrix} \tag{5.4}$$

a člen CD predstavuje konvektívno difúzne členy

$$CD = u_c\,\partial/\partial x + u_c\,\partial/\partial y + u_c\,\partial/\partial z + v(\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2)$$

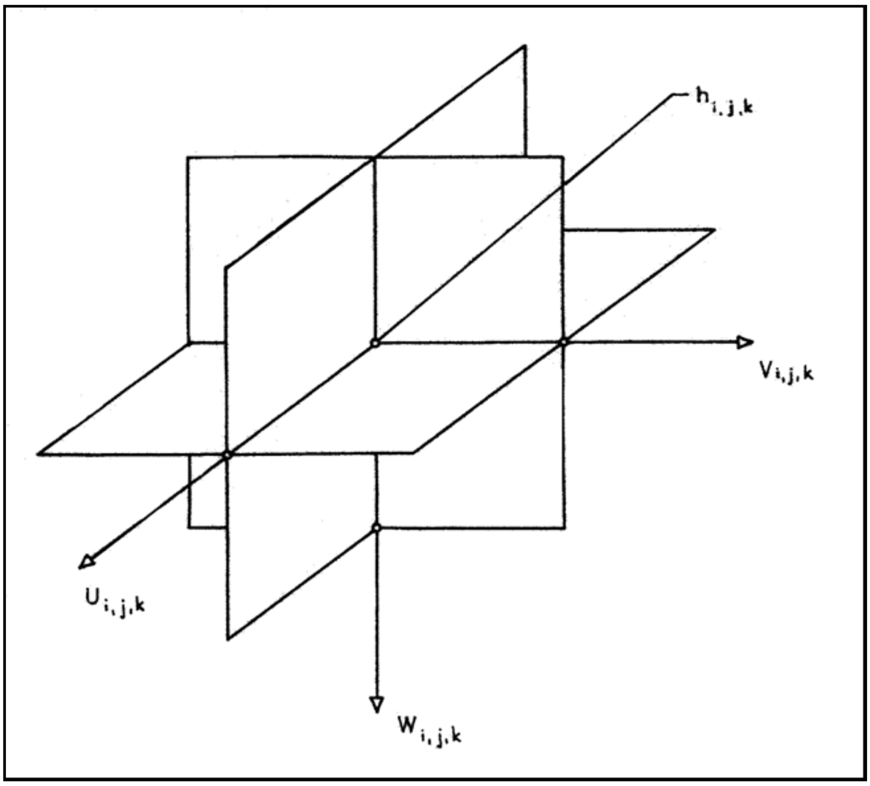
Indexy $_c$ označujú hodnoty rýchlostí v centrálnej diferenčnej schéme.

5.1.2 Aproximácia konečnými diferenciami

Aproximácia časovo-priestorových parciálnych diferenciálnych rovníc (5.1) a (5.2) konečnými diferenciami sa rozdeľuje na úlohy:

a) Vytvorenie vhodnej výpočtovej siete pri priestorovej diskretizácii. Výpočtové siete, v ktorých počítame všetky premenné v danom elemente siete v jednom bode, sú pri niektorých metódach výpočtu nestabilné a vedú až k rozpadu celej riešenej sústavy. Východisko predstavujú hybridné siete, v ktorých sú všetky počítané premenné vzájomne priestorovo posunuté. Používaný priestorový element je zobrazený na Obr. 5.1.

b) Zvolenie vhodnej metódy na časovú diskretizáciu. Obyčajne ide o vhodnú kombináciu implicitnej a explicitnej metódy tak, aby sme dosiahli požadovanú stabilitu modelu s ešte únosnou výpočtovou zložitosťou a s ňou spojenou ekonomickou náročnosťou riešenia.



Obr. 5.1. Hybridná výpočtová 3D sieť

5.1.3 ADI schéma výpočtu pre Navier-Stokesove rovnice

Pri riešení mnohorozmerných problémov vedie použitie implicitnej schémy k riešeniu rozsiahleho systému rovníc. Redukciu množstva vykonávaných výpočtov a pamäťových nárokov na riešenie predstavujú ADI metódy (*Alternating Direction Implicit*), založené na postupnom riešení subsystémov v ktorých sa striedajú explicitné členy (výsledky riešenia v čase t_n) s vypočítavanými implicitnými členmi (hľadané riešenie v čase t_{n+1}).

Predkladané riešenie prebieha v dvoch hlavných krokoch:

a) explicitný výpočet konvektívno difúznych členov,
b) implicitný výpočet tlakových členov pomocou schémy Douglasa a Gunna pre váhový koeficient $\beta = 1$ (implicitné členy vstupujú do výpočtu s plnou váhou).

Na ďalší opis použitých algoritmov sa zavádza označenie pre centrálne diferenčné operátory

$$CD_x = \Delta t\ .\ (U\ .\ \partial/\partial x - v\ .\ \partial^2/\partial x^2) \qquad G_x = g\ .\ \Delta t\ .\ (\partial/\partial x)$$
$$D_x = \Delta t\ .\ (\partial/\partial x)$$

$$CD_y = \Delta t\ .\ (V\ .\ \partial/\partial y - v\ .\ \partial^2/\partial y^2) \qquad G_y = g\ .\ \Delta t\ .\ (\partial/\partial y) \tag{5.5}$$
$$D_y = \Delta t\ .\ (\partial/\partial y)$$

$$CD_z = \Delta t\ .\ (W\ .\ \partial/\partial z - v\ .\ \partial^2/\partial z^2) \qquad G_z = g\ .\ \Delta t\ .\ (\partial/\partial z)$$
$$D_z = \Delta t\ .\ (\partial/\partial z)$$

Označenie centrálno-diferenčné je spojené so zavedením pojmu hybridnej siete, z ktorého vyplýva, že nemáme vždy k dispozícii požadovanú hodnotu veličiny presne v mieste výpočtu a musíme ju určiť výpočtom zo susedných hodnôt.

V prvom kroku výpočtu sa určí korekcia rýchlostí zo známeho času t_n explicitne vzhľadom na vplyv CD zložiek (5.5)

$$u' = u^n - CD_x u^n - CD_y u^n - CD_z u^n$$

$$v' = v^n - CD_x v^n - CD_y v^n - CD_z v^n \tag{5.6}$$

$$w' = w^n - CD_x w^n - CD_y w^n - CD_z w^n$$

Druhý hlavný krok sa štiepi na tri vedľajšie podľa smerov riešenia, pričom v každom nasledujúcom kroku vstupujú do výpočtu hodnoty už modifikované v predchádzajúcom výpočte

x-smer $\qquad u^{n+1} = u' - G_x h^*$

$$h^* = h^n - 1/\alpha\ .\ (D_x u^{n+1} + D_y v' + D_z w')$$

y-smer $\qquad v^{n+1} = v' - G_y h^{**} \qquad (5.7)$

$$h^{**} = h^n - 1/\alpha\ .\ (D_x u^{n+1} + D_y v^{n+1} + D_z w')$$

z-smer $w^{n+1} = w' - G_z h^{n+1}$

$$h^{n+1} = h^n - 1/\alpha\,.\,(D_x u^{n+1} + D_y v^{n+1} + D_z w^{n+1})$$

Hodnoty h^* a h^{**} majú význam iba ako pomocné pri výpočte pre *x* a *y smer*.

Realizáciu tejto schémy v hybridnej sieti je uvedená iba pre *u zložku* rýchlosti. Označenie indexov *i,j* a *k* je v súlade s Obr. 5.1 a zápis je v zmysle konvencií jazyka Pascal

CD-krok:

(5.8)

*uc[i,j,k]: = u[i, j, k] - a1*u[i, j, k]*(u[i+l, j, k] - u[i-1, j, k])*

*- a3 *(v[i, j-1, k] + v[i, j, k] + v[i+1, j-1, k] + v[i+1, j, k]) / 4*

**(u[i, j+1, k] - u[i, j-1, k])*

*- a5 *(w[i, j, k] + w[i, j, k-1] + w[i+1, j, k] + w[i+1, j, k-1]) / 4*

**(u[i, j, k+1] - u[i, j, k-1]);*

*- a2 *(u[i+1, j, k] + u[i-1, j, k] - 2*u[i, j, k])*

*- a4 *(u[i, j+1, k] + u[i, j-1, k] - 2*u[i, j, k])*

*- a6 *(u[i, j, k+1] + u[i, j, k-1] - 2*u[i, j, k]);*

ADI-krok:

(5.9)

ht [i, j, k] : = h[i, j, k] - c1(u[i, j, k] - u[i-1, j, k])*

- c2(vc[i, j, k] - vc[i, j-1, k])*

- c3(wc[i, j, k] - wc[i, j, k-1]);*

u[i, j, k] : = uc[i, j, k] - b1(ht[i+1, j, k] - ht[i, j, k]);*

kde $uc = u'$, $vc = v'$, $wc = w'$, $ht = h^*$ a *a1, a2, a3, a4, a5, a6, b1, c1, c2 a c3* sú vhodne zvolené výpočtové konštanty.

Dve zvyšné realizácie sa ľahko získajú formálnou zámenu premenných. Na riešenie sústavy rovníc v ADI kroku bola použitá iteračná *Gauss-Seidelova metóda*. Počet iterácií bol zvolený ako maximálny rozmer výpočtovej siete, čo je nutná podmienka na zabezpečenie prenosu vplyvu okrajových podmienok cez celú sústavu.

5.1.4 Okrajové podmienky riešenia

Okrajové hranice modelov sa môžu vzhľadom na modelovanú oblasť hydraulických objektov rozdeliť na:

a) *pevné hranice* − steny modelovaných objektov (normálová zložka rýchlosti na hranici je nulová a tangenciálna sa uplatní iba v CD členoch),

b) *otvorené hranice* − prítoky a odtoky z objektov,
   - na vtoku do modelovanej oblasti sa obyčajne zadáva rozdelenie rýchlosti
   - na odtoku sa predpokladá rovnomerné rozloženie tlaku a nulová hodnota druhých derivácií zložky rýchlosti v smere výtoku z objektu.

Prechod od reálneho objektu k jeho modelu na báze konečných diferencií má za následok jeho schématizáciu a zjednodušenie dejov prebiehajúcich na hraniciach modelu. Najjednoduchší prípad predstavuje obtekanie steny rovnobežnej s niektorou rovinou modelu. Tangenciálna zložka rýchlosti neklesá pri stene na nulu a má hodnotu, ktorá sa môže stanoviť ako rýchlosť šmyku (*slip*) tekutiny popri stene

$$u_{slip} = \left(1 - a_{s1} \,.\, u_1\right) . \, u_1, \qquad a_{s1} = \frac{k^2 \,.\, \Delta y}{v_t^2 \,.\, 1n\left(y_1 / y_0\right)} \tag{5.10}$$

kde:

kde:	u_1	- rýchlosť v prvom bode od steny
	y_1	- vzdialenosť prvého bodu od steny
	y_0	- koeficient trenia okolo steny
	k	- Kármánova konštanta
	v_t	- koeficient turbulentnej viskozity

Podstatne zložitejšia situácia vzniká pri šikmých stenách, kde náhradná schéma modelu má schodovitý priebeh. V tomto prípade sa vychádza z požiadavky zachovania približne konečného objemu vody, ktorú môže okrajový element kumulovať (*PM − porosity method*).

Samostatnú oblasť tvorí problematika voľnej hladiny. Pokiaľ zmeny výšky hladiny sú minimálne, môže sa použiť jednoduchý model simulácie voľnej hladiny s nulovou normálovou zložkou rýchlosti a s $a_{sl} = 0$ pre ostatné zložky rýchlosti. V opačnom prípade je potrebné zaviesť priestorový varovný systém napr. MAC (*Marker And Cell*) s nasledujúcou modifikáciou výpočtovej siete.

5.1.5 Určenie parametrov výpočtu

Parametre výpočtu sa môžu formálne rozdeliť na fyzikálne (rozmery modelovanej štruktúry, rýchlosť a turbulentná viskozita) a numerické parametre (rozmery prvkov siete, časový krok, rýchlosť rozvoja umelej tlakovej vlny). Kombináciou týchto parametrov môžeme získať parametre opisujúce správanie numerického riešenia:

a) turbulentné Reynoldsovo číslo

$Re_t = V \,.\, L/v_t$ L – charakteristická dĺžka

b) Courantove čísla

$u \,.\, \Delta t/\Delta x, \quad v \,.\Delta t/\Delta y, \quad w \,.\Delta t/\Delta z$ (vyberá sa maximum)

c) Courantovo číslo – spojené s vyvolanou umelou tlakovou vlnou

$\sqrt{g/\alpha}\,.\,\Delta t/\Delta s$ Δs – najmenší rozmer siete

d) Difúzny limit

$2v_t \,.\, (1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2 + 1/\Delta z^2) \,.\, \Delta t$

e) Vodivostný parameter

$u^2.\Delta t/2v_t\,,\ v^2.\Delta t/2v_t,\ w^2.\Delta t/2v_t$ – vyberá sa maximum

f) elementové Reynoldsovo číslo

$Re = V.\, \Delta s\, /\, v_t$ V – rýchlosť v smere Δs

V dôsledku výpočtu *CD* členov explicitným spôsobom musia byť parametre b) a d) menšie ako jedna. Na základe experimentov bolo zistené, že *Courantovo číslo* by malo mať hodnotu dokonca 0,3 alebo menšiu. Courantovo číslo založené na rýchlosti rozvoja tlakovej vlny môže dosahovať hodnotu väčšiu ako jedna (v publikovaných experimentoch dosahuje hodnotu až 4,5) ale nie príliš veľkú. Vyplýva to priamo z implicitného spôsobu realizácie tejto časti výpočtu. Vodivostný parameter by mal byť menší ako jedna, ale ako ukazujú experimenty, výpočet je stabilný ešte pre hodnoty parametra medzi 2 a 3. Elementové Reynoldsovo číslo je spojené so vznikom nestabilít výpočtu v rámci jedného elementu siete (obyčajne v blízkosti výtoku z modelu) a malo by byť menšie ako 2. V praktických prípadoch obyčajne začíname s určením veľkosti siete, pričom je snaha dosiahnuť tvar modelu čo najbližší k reálnemu tvaru modelovaného objektu. Limitujúci faktor je veľkosť operačnej pamäti použitého počítača ako aj nasledujúca výpočtová náročnosť. Časový krok výpočtu Δt sa potom určí z podmienok stability výpočtu uvedených vyššie.

5.2 APLIKÁCIA MODELU NA PRÚDENIE V HYPOTETICKOM OBJEKTE

Na overenie funkčnosti modelu bol zvolený hypotetický objekt znázornený v pôdoryse na Obr. 5.3 (hĺbka je zvolená ako konštantná 4 m). Na výpočet bola použitá priestorová sieť *21 x 21 x 6* uzlov s rozmermi

$$\Delta x = 2m \quad \Delta y = 2m \quad \Delta z = 1m$$

ďalšie parametre modelu boli zvolené takto:

koeficient stlačiteľnosti	$\alpha = 0.2$	m^{-1}
turbulentná viskozita	$\nu_t = 0.025$	m^2s^{-1}
faktor šmyku pri dne	$a_{sl} = 0.2$	$m^{-1}s$
faktor šmyku pri stene	$a_{sl} = 0.15$	$m^{-1}s$
časový krok výpočtu	$\Delta t = 0.0625$	s
rýchlosť na vtoku do modelu	$V_m = 1\ ms^{-1}$	

V prípade modelu s konštantnou hĺbkou a kolmými stenami stačí na opis tvaru modelu tzv. matica tvaru, opisujúca základné charakteristiky modelu. V ostatných prípadoch je potrebné poznať maticu hĺbok v jednotlivých bodoch pôdorysu modelu.

Číselné označenie jednotlivých uzlov v matici tvaru má nasledujúci význam:

0 - neprietočná oblasť

1 - voľne prietočná oblasť

2 - hranica vtoku do modelu

3 - hranica odtoku z modelu

0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3

0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3

0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3

0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3

0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3

0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3

0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3

0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 3

0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Obr. 5.2. Matica tvaru modelovanej oblasti

V uvedenom modeli bola použitá matica podľa Obr. 5.2. Výsledky modelovania sú graficky zobrazené v šípkovej prezentácii v troch časových krokoch výpočtu na Obr. 5.3 až 5.5.

Ustálený stav modelu sa kontroluje na zmenu výšky piezometrickej hladiny. V hornej časti obrázkov je znázornené rozloženie rýchlosti v príslušnej horizontálnej vrstve. V dolnej časti je zobrazené rozloženie rýchlosti vo zvolenom vertikálnom reze modelu. Rýchlosti prevyšujúce hodnotu $0.2\ ms^{-1}$ sú zobrazované šípkami.

Ďalšiu možnosť vizualizácie výsledkov predstavujú farebné grafické výstupy rozloženia absolútnych hodnôt rýchlostí v sledovaných rovinách v modeli (Obr. 5.6). Farebná stupnica bola odstupňovaná po $0.2\ ms^{-1}$ z dôvodu rozlišovacích možností farebnej tlačiarne.

Uvedené grafické výstupy potvrdzujú logickú správnosť priebehu dejov v modelovanom hypotetickom objekte:

a) vtok do modelu sa rozdeľuje medzi oblasti 1 a 5,

b) odtok je realizovaný cez oblasť 4,

c) oblasť 3 je najskôr zaplavovaná cez oblasť 4, lebo prítok cez oblasť 1 sa oneskorí v oblasti 2,

d) oblasť 3 sa dostane pod vplyv prúdenia z oblasti 2 a prítok z oblasti 4 sa odkloní do odtoku z modelu,

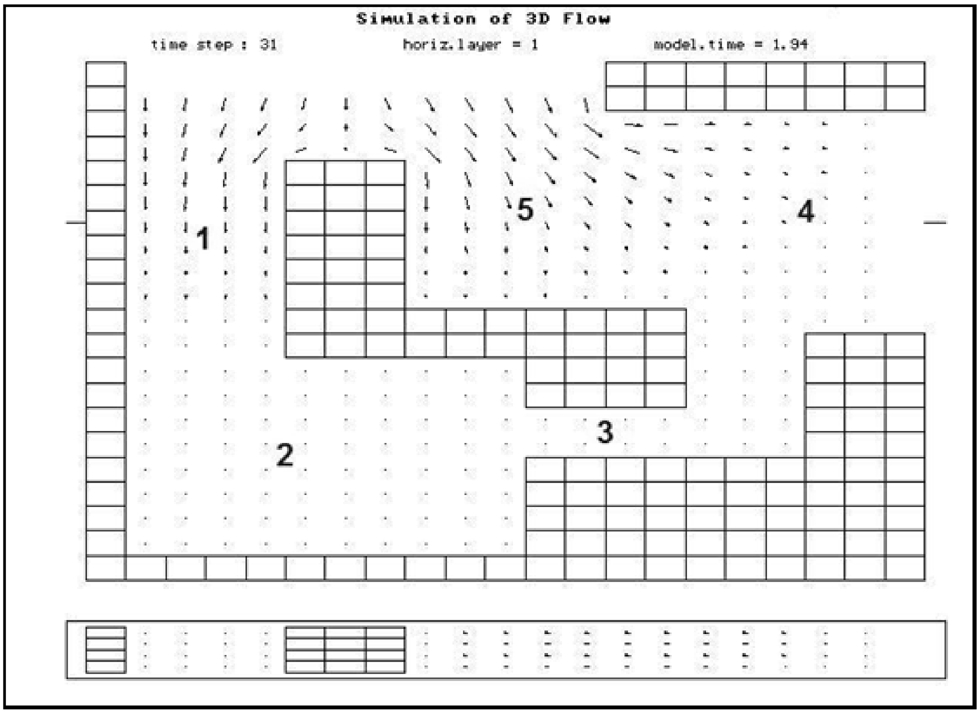
e) v oblasti 5 vznikne oblasť s poklesom rýchlosti a príznakmi vírivého prúdenia v nižších vrstvách modelu.

Realizáciou matematického modelu je program S3DF.PAS (*Simulation of 3D Flow*) v jazyku *Turbo Pascal ver.6*. Uvedené programovacie prostredie bolo zvolené z dôvodu vysokej efektívnosti ladenia programových modulov a grafickej podpory riešenia. Do prostredia Windows bol program preprogramovaný v *Delphi 6*.

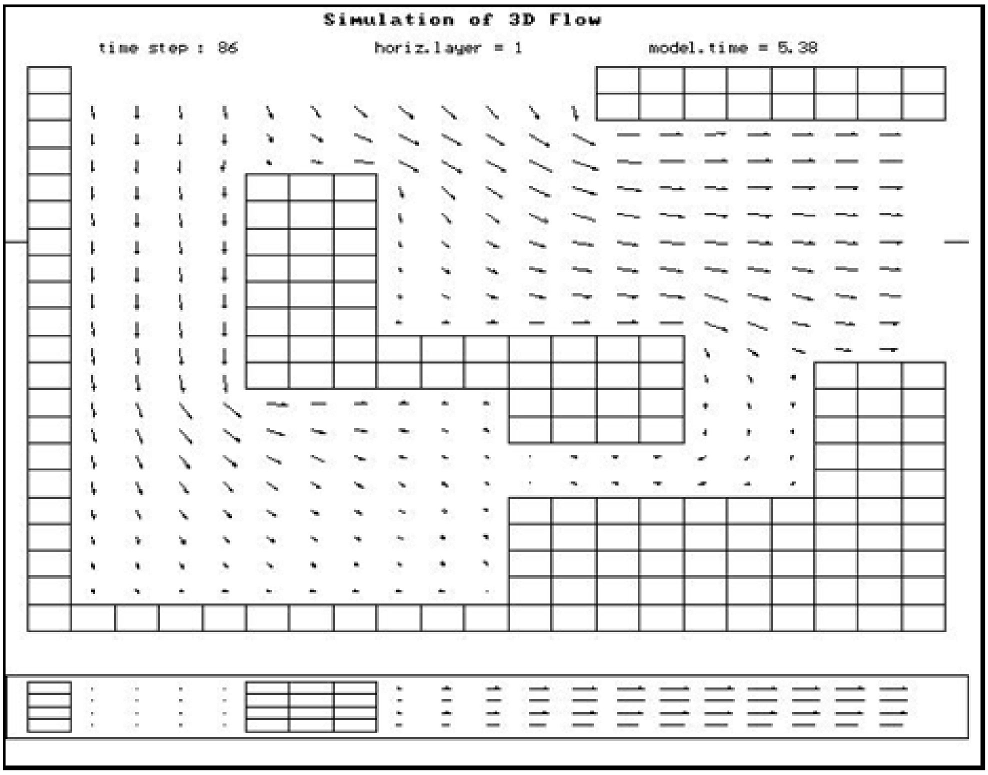
Ďalšie modelové aplikácia predstavujú:

a) model obtekania prístavu s rovnakými parametrami ako testovací príklad v zdrojovej literatúre [42], výsledky modelovania sú zobrazené na Obr. 5.7 a 5.8,

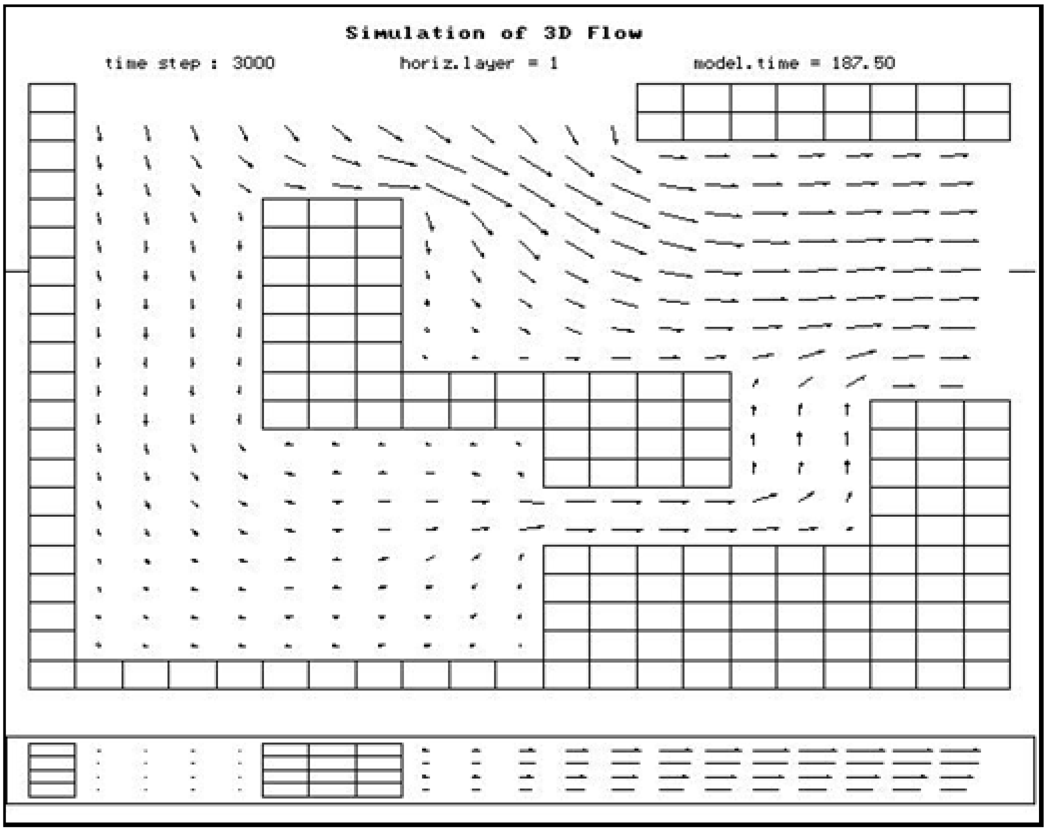
b) model hornej zdrže VE Gabčíkovo s mriežkou *41 x 36 x 3* elementov, element s rozmerom 13 m x 20 m x 5 m a rýchlosťou na vstupe 0,7 ms^{-1}, výsledky modelovania sú zobrazené na Obr. 5.9 a 5.10 (vstup do hornej plavebnej komory je oddelený stenou s oknami na minimalizovanie prúdenia vody v tejto oblasti pri zmenách prietoku cez VE).



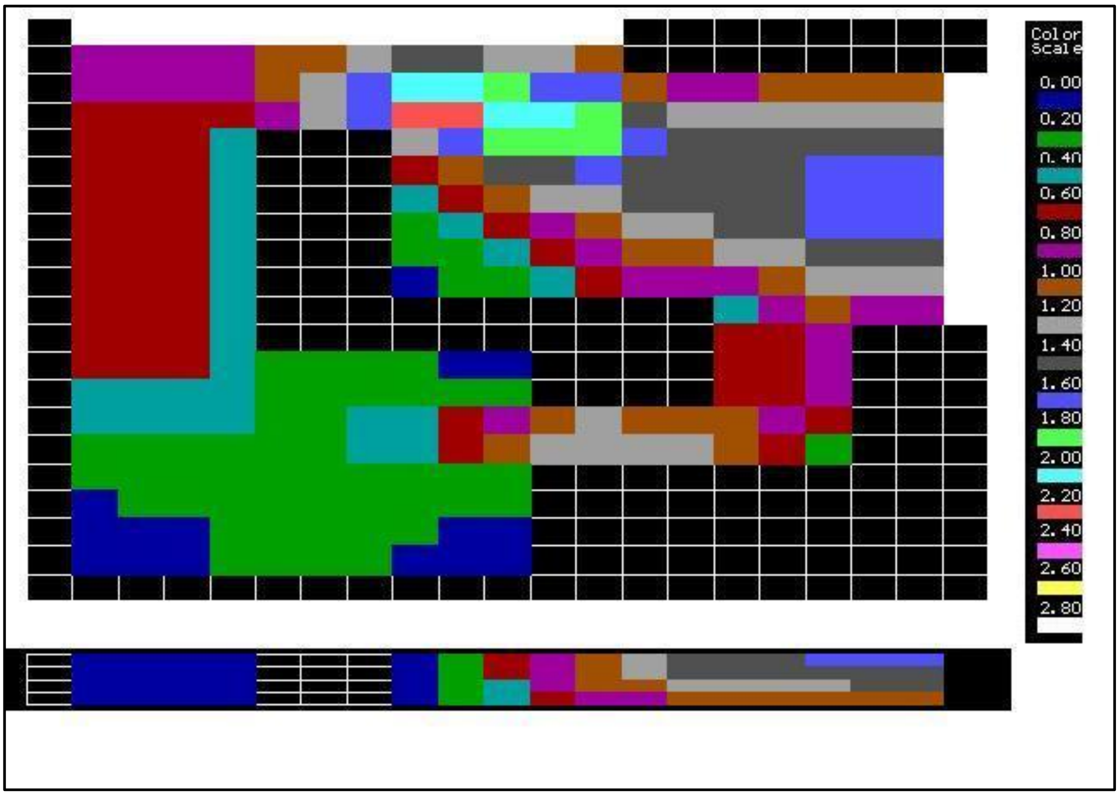
Obr. 5.3. Testovací príklad – 1. fáza – symetrické rozdelenie vtoku



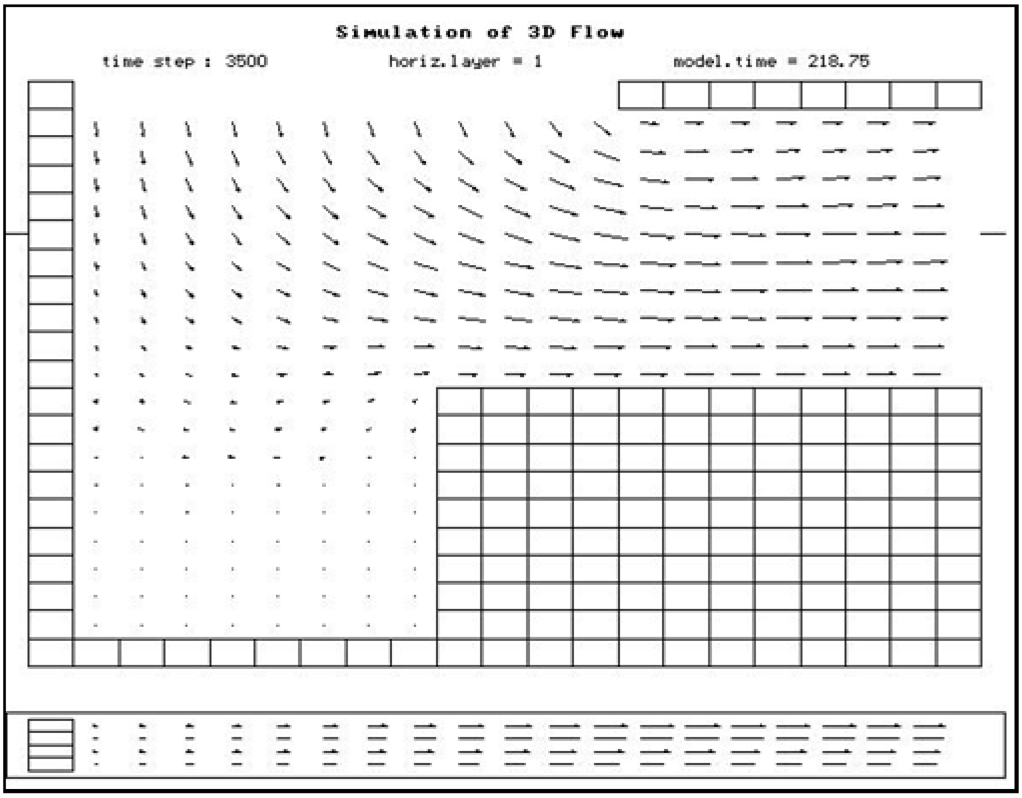
Obr. 5.4. Testovací príklad – 2. fáza – začiatok prerozdeľovania vtoku



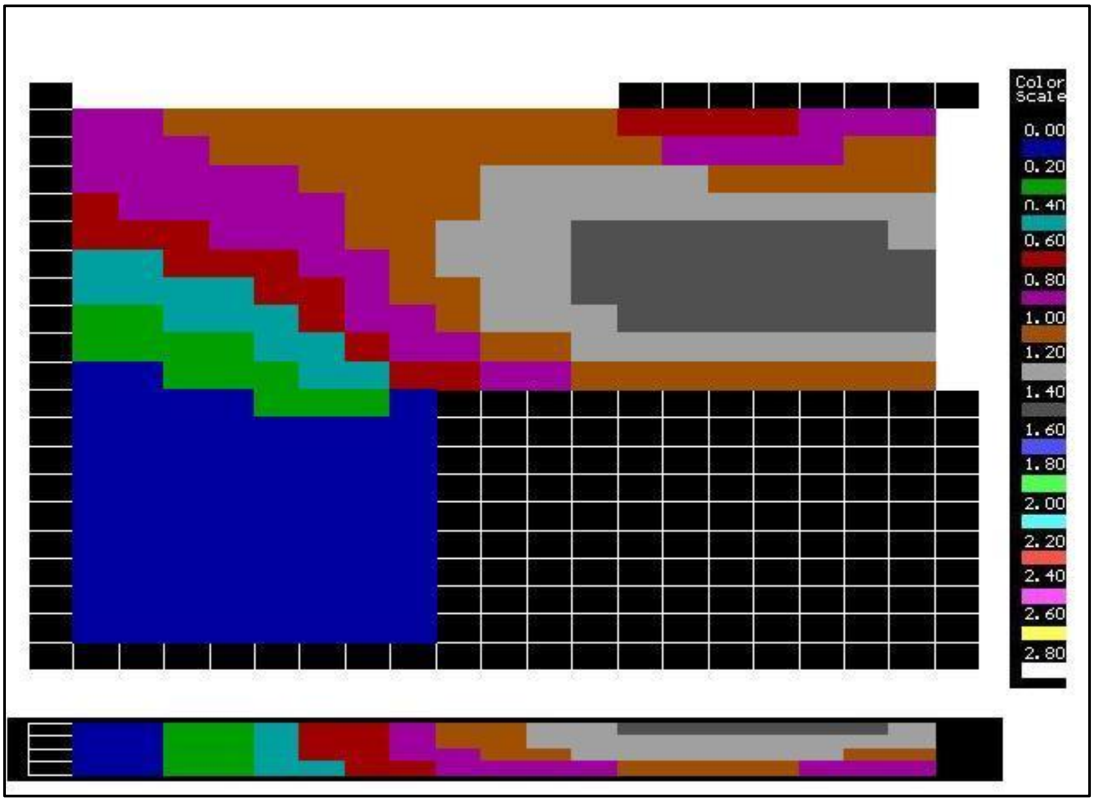
Obr. 5.5. Testovací príklad – 3. fáza – ustálený stav



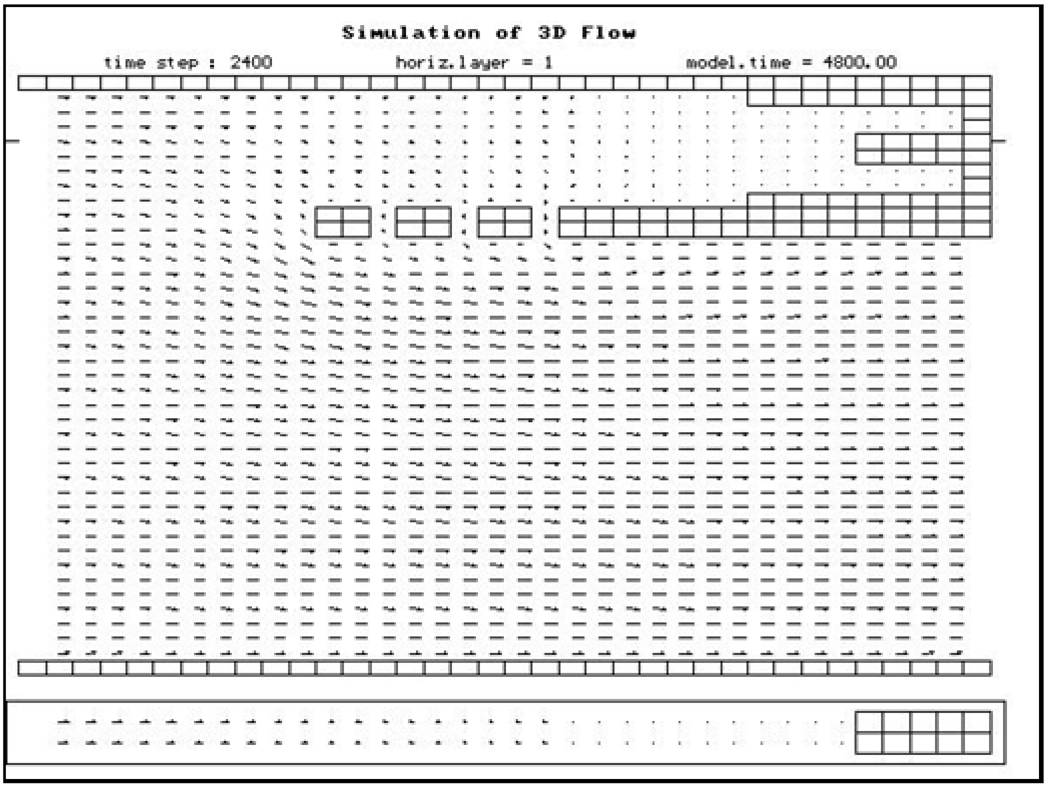
Obr. 5.6. Testovací príklad – ustálený stav, farebná prezentácia



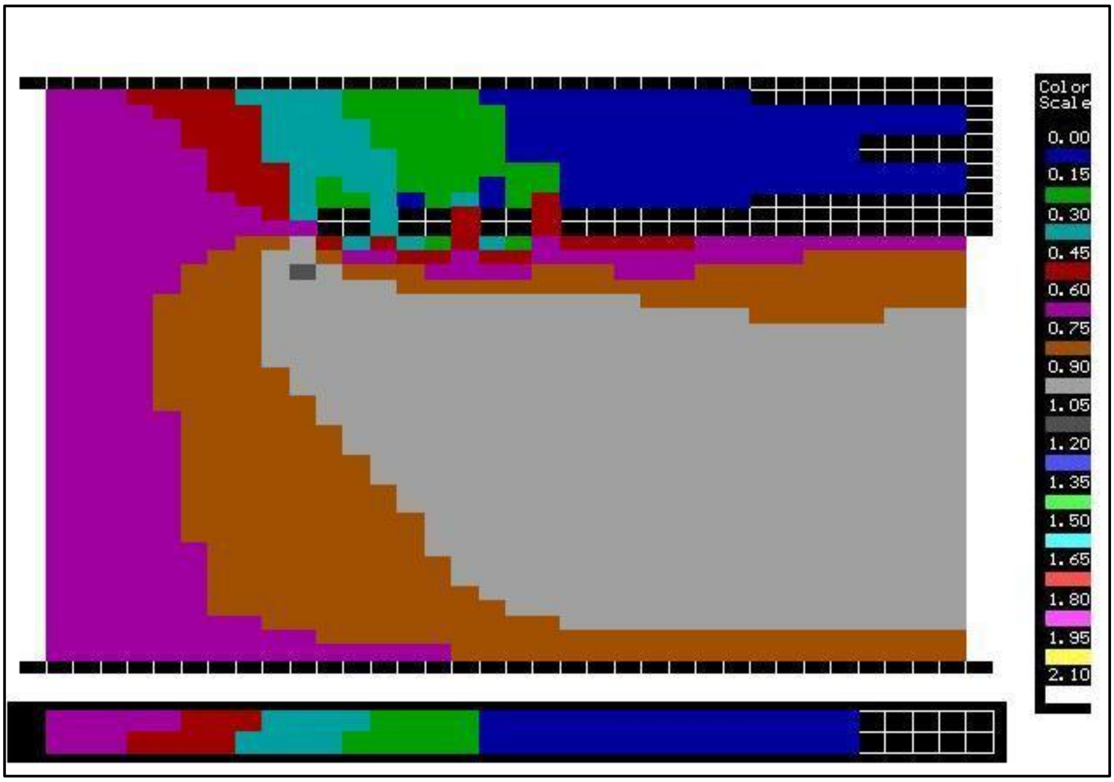
Obr. 5.7. Obtekanie malého prístavu – šípková prezentácia



Obr. 5.8. Obtekanie malého prístavu – farebná prezentácia



Obr. 5.9. Horná zdrž VE Gabčíkovo – šípková prezentácia



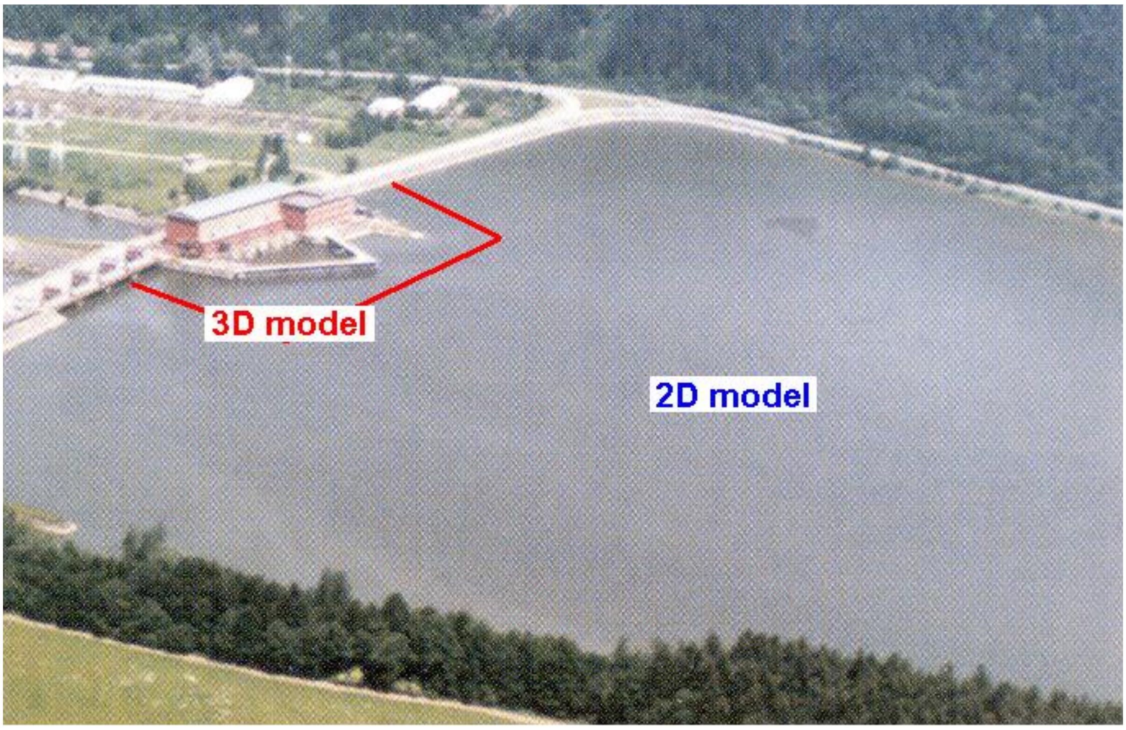
Obr. 5.10. Horná zdrž VE Gabčíkovo – farebná prezentácia

5.3 ĎALŠIE MOŽNOSTI ROZVOJA MODELU S3DF

Na základe výsledkov matematického modelovania prúdenia vody v hypotetickom modeli sa ukázala dobrá zhoda výsledkov s očakávaným charakterom prúdenia. Na konkrétnu verifikáciu modelu je však potrebné porovnanie s náročnými meraniami priestorových zložiek rýchlosti na fyzikálnom modeli alebo v teréne.

Ďalšie možnosti rozvoja modelu S3DF predstavuje dopracovanie o obdobu varovného systému MAC a spracovanie okrajových podmienok na základe metódy poréznosti okrajového elementu. Program bol vytvorený už v roku 1991 a predstavoval prvú možnosť aplikácie 3D modelovania. V žiadnom prípade nechce konkurovať 3D modelom vyvinutým koncom 20. storočia v rámci prudko sa rozvíjajúcej oblasti modelovania *Computational Flow Dynamics (CFD)*.

Model čaká na konkrétnu aplikáciu v praxi a zatiaľ sa využíva na pedagogické ciele [24]. Možnou budúcou aplikáciou je výskum zmeny rýchlostného poľa na vtoku do VE Hričov v dôsledku uvažovaného zvýšenia maximálnej prevádzkovej hladiny na Hričovskej zdrži [26].



Obr. 5.11. Rozdelenie Hričovskej zdrže podľa zložitosti modelovania

Na Obr. 5.11 je znázornené potrebné prepojenie 2D a 3D modelov, pričom výstup 2D rozdelenia rýchlostí bude slúžiť ako okrajová podmienka pre 3D model.

5.4 NÁVRH A OPTIMALIZÁCIU PREVÁDZKY HYDROTECHNICKÝCH OBJEKTOV

Nasledujúca časť skrípt sa zaoberá možnosťami aplikácie trojrozmerného matematického modelu CFD (*Computational Fluid Dynamics*) na riešenie problémov hydrauliky objektov ([52]). Analýze bol podrobený v rámci operačného programu výskum a vývoj EU (*Európsky fond regionálneho rozvoja*) „Tvorba a vývoj environmentálnych technológií pri protipovodňovej ochrane sídiel Malokarpatskej oblasti – prípadová štúdia Modra“ (*ITMS kód projektu 26240220019*) funkčný objekt poldra Holobek 1 [51], ktorý je situovaný v Malokarpatskej oblasti nad intravilánom mesta Modra. Popísaný je proces *preprocessingu*, simulácie a *postprocessingu* simulácie softvérom *CFD*.

Prúdenie vody cez niektoré hydrotechnické objekty je charakteristické svojou priestorovou zložitosťou. Výpočet parametrov tohto prúdenia vzhľadom k obmedzeným možnostiam výpočtového aparátu bolo v nedávnej minulosti možné len pomocou zavedenia značných zjednodušení, ktoré znižovali presnosť výpočtov. Najmä dôležité objekty bolo preto nevyhnutné navrhnúť a ich prevádzku overiť v laboratórnych podmienkach na hydraulických fyzikálnych modeloch, zostrojených vo vhodnej mierke modelovej podobnosti.

V období posledných 20 rokov umožnil vývoj v oblasti výpočtovej techniky (VT) použiť pre simulácie zložitých procesov prúdenia vody aj viacrozmerné matematické modely prúdenia. VT v súčasnosti zvláda aj náročné úlohy, spojené s extrémnym množstvom výpočtov, potrebných pre moderné numerické metódy.

Cieľ tohto článku je popísať príklad použitia softvéru CFD, simulujúcom 3D prúdenie, na funkčnom objekte poldra Holombek 1, ktoré sa nachádza v Malokarpatskej oblasti nad mestom Modra a bolo spracované v rámci operačného programu výskum a vývoj EU (Európsky fond regionálneho rozvoja) „Tvorba a vývoj environmentálnych technológií pri protipovodňovej ochrane sídiel Malokarpatskej oblasti – prípadová štúdia Modra“ (*ITMS kód projektu 26240220019*).

5.4.1 Teoretický rozbor

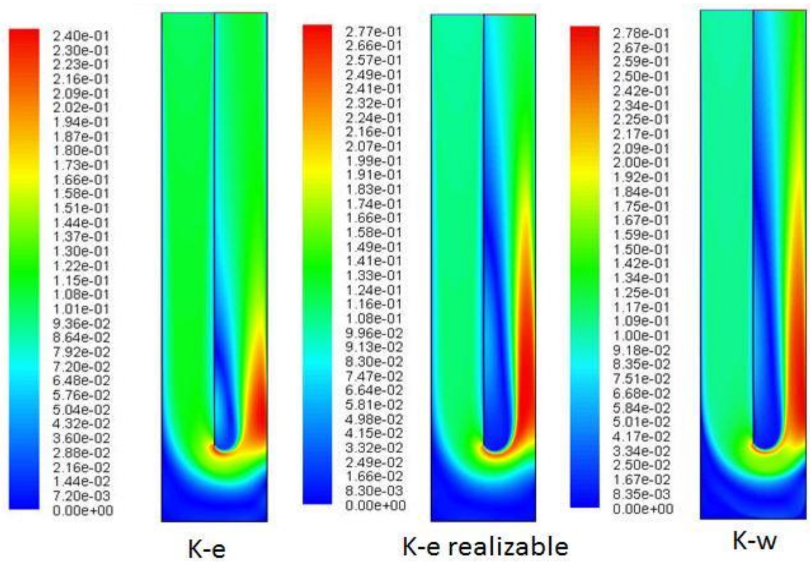
Trojrozmerný modelovací program CFD je moderný nástroj zo skupiny počítačových simulačných programov známych ako *Computer-aided engineering* (*CAE*). Počítačová dynamika tekutín vychádza z teoretickej mechaniky tekutín založenej na zákonoch zachovania hybnosti, hmotnosti a energie. Sformulované sú ako rovnice kontinua, rovnice energie a pohybových rovníc známych ako systém Navier-Stokesových parciálnych diferenciálnych rovníc. Zjednodušením týchto rovníc na tzv. *Eulerove rovnice* CFD pre neviskózne prúdenie a diskretizáciou modelovaného priestoru možno prúdenie tekutín riešiť na poli výpočtovej techniky iteračnou metódou. Schéma riešenia pre model Holombek 1 bola zvolená ako explicitná s metódou konečných prvkov.

5.4.2 Princípy simulácie modelom CFD

CFD je trojrozmerný model s explicitnou schémou riešenia metódou konečných prvkov. Model zahŕňa aj parameter vplyvu hydrostatického tlaku vo vertikálnom smere s referenčným tlakom rovnajúcim sa atmosférickému.

V princípe môžeme konštatovať, že v inžinierskej praxi je prúdenie vždy turbulentné. Keďže turbulencia je v zásade náhodný proces, jeho presný matematický popis nie je možný a preto sa pre tieto účely využívajú turbulentné modely. V praxi neexistuje žiadny tzv. *„one size fits all"* model, t.j. neexistuje turbulentný model, ktorý je vhodný pre všetky typy úloh, ale pre typické úlohy boli špeciálne navrhnuté typické turbulentné modely.

Turbulentný model bol pre simuláciu poldrom Holombek 1 zvolený ako model dvoch rovníc k-ω. Tento turbulentný model bol vyvinutý spoločnosťou *Ansys Inc.* [107] zo staršieho a známejšieho modelu k–ε. Model patrí do skupiny nazývanej RSM (*Reynolds Stress Model*) a vo všeobecnosti je podobne ako k–ε (Obr. 5.12) vhodný pre simulácie prúdenia s voľnou hladinou. Nevýhodou je, že pre požadovanú konvergenciu je nutné počítať s väčším počtom iterácií a s tým súvisiacou záťažou CPU v porovnaní s inými modelmi.



Obr. 5.12. Porovnanie kontúr rýchlosti pre rôzne typy turbulentných modelov

Nutnosť takéhoto typu úlohy, ktorá je podľa niektorých zdrojov až o 40% náročnejšia na výpočtový čas, je uvažovať s vplyvom voľnej hladiny. Ide o tzv. voľnú okrajovú podmienku určujúcu polohu hranice medzi dvoma tekutinami, v tomto prípade ide o vodu a vzduch v jednotlivých hraničných bunkách výpočtovej siete. Na stanovenie takejto podmienky je využívaná pomerne často metóda *Volume of fluid* (*VOF*), vyvinutá v sedemdesiatych až osemdesiatych rokoch minulého storočia, ktorá využíva tri základné princípy:

- schému na približnú lokalizáciu voľnej hladiny,
- „stopovací“ algoritmus ostrého rozhrania tekutín voda - vzduch prechádzajúcich výpočtovou doménou
- matematické prostriedky na aplikáciu okrajovej podmienky pre hladinu

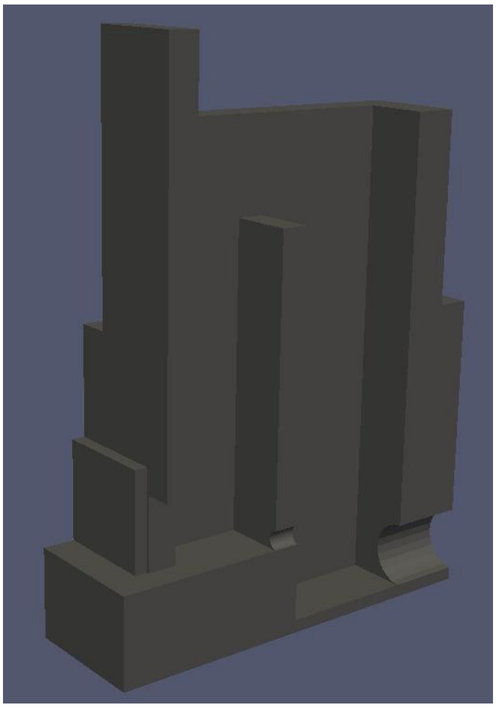
Horná okrajová podmienka bola stanovená ako rýchlostná (*velocity inlet*) – kde rýchlosť bola určená ako vektor kolmý na okrajovú podmienku s veľkosťou 5 $m.s^{-1}$ čo zodpovedá hladine v retenčnom priestore na úrovni maximálnej prevádzkovej hladiny. Typ dolnej okrajovej podmienky bol voľný tlakový výtok *pressure outlet*.

5.4.3 Geometria modelu a výpočtová sieť

Polder Holombek 1 je navrhnutý ako údolný polder v Malokarpatskej oblasti nad mestom Modra slúžiaci na transformáciu extrémnych prietokov na prietoky bezprostredne neohrozujúce intravilán obce Modra (Obr. 5.13). Svojou atypickou konštrukciou sťažuje empirické stanovenie potrebných podkladov pre prípadnú manipuláciu napríklad konzumčnej krivky funkčného objektu a pod.

Tvorba geometrie v trojrozmernom priestore prebiehala v aplikácii *Computer aided design* (CAD) v ortogonálnej súradnicovej sústave. Bol vytvorený trojrozmerný objekt *„solid“*, podľa zamerania (Obr. 5.14). Jednou z výhod počítačovej dynamiky tekutín je, že modelový priestor nie je obmedzený a teda mierková podobnosť, na rozdiel od fyzikálnych modelov, nie je potrebná. Celý model bol riešený v mierke 1:1. Výsledkom takto vytvorenej geometrie bol ACIS (*.sat) súbor poldra, ktorý slúžil ako vstup na tvorbu výpočtovej siete.

Obr. 5.13. Polder Holombek 1



Obr. 5.14. Pozdĺžny rez geometrickým modelom funkčného objektu poldra Holombek1

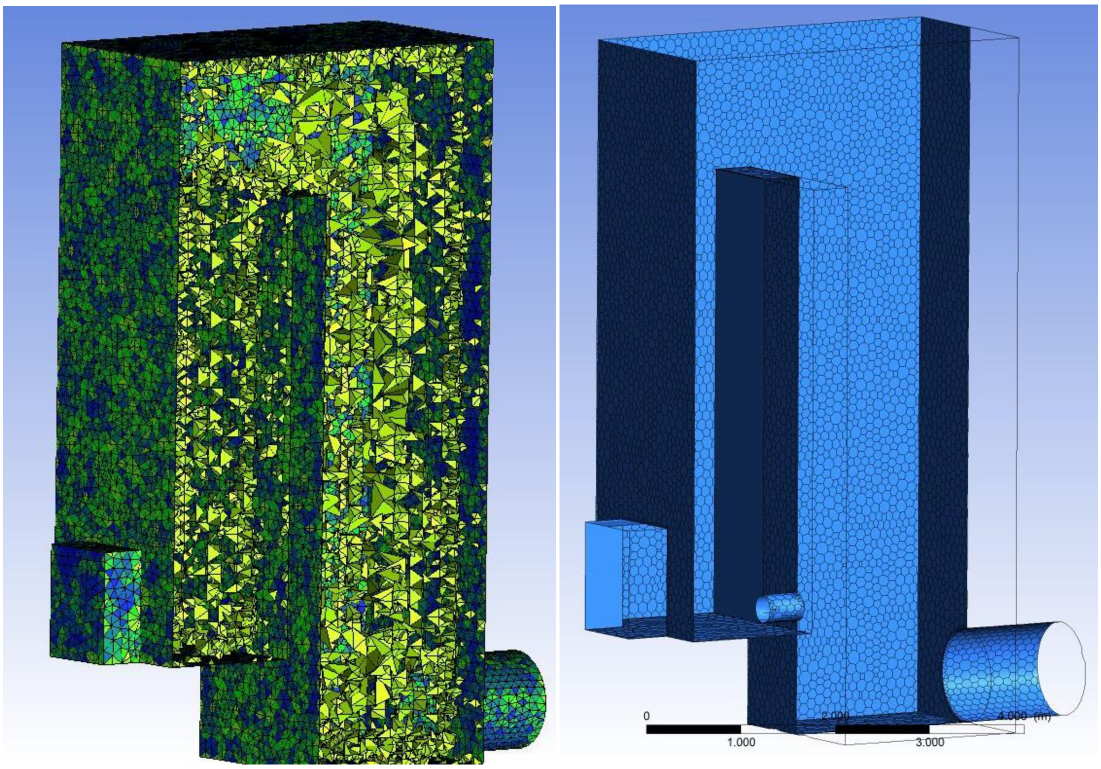
Diskretizáciou modelového priestoru vzniknú uzly, ktorých spájaním vznikajú jednoduchšie geometrické objekty – výpočtové bunky, združené do jednotnej výpočtovej domény, tzv. výpočtovej siete. Známych je niekoľko druhov výpočtových sietí pre dvojrozmerné aj trojrozmerné prúdenie.

Vo všeobecnosti ich však delíme na:

- štruktúrované,

- neštruktúrované a
- hybridné.

Pre tento model zvolená neštruktúrovaná tetrahedrálna výpočtová sieť s rozlíšením približne 0,15 m a celkovým počtom elementov 272 337 s následným prevedením na polyhedrálnu sieť (Obr. 5.15).



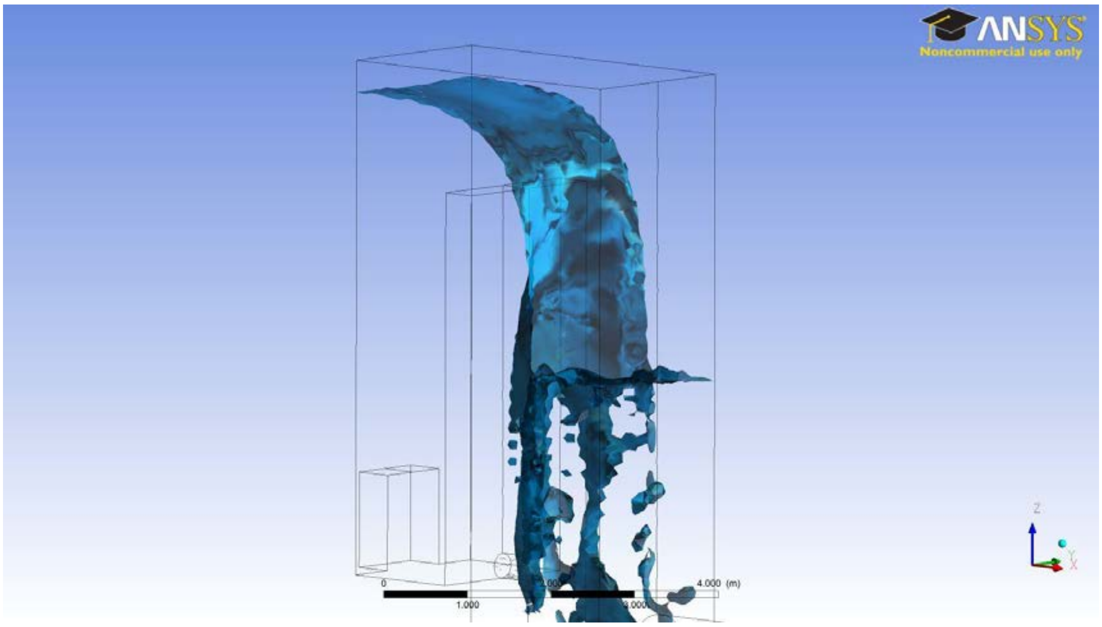
Obr. 5.15. Tetrahedrálna výpočtová sieť so sfarbením elementov podľa kvality výpočtovej siete (vľavo) a polyhedrálna výpočtová sieť (vpravo)

5.4.4 Simulácia a výsledky

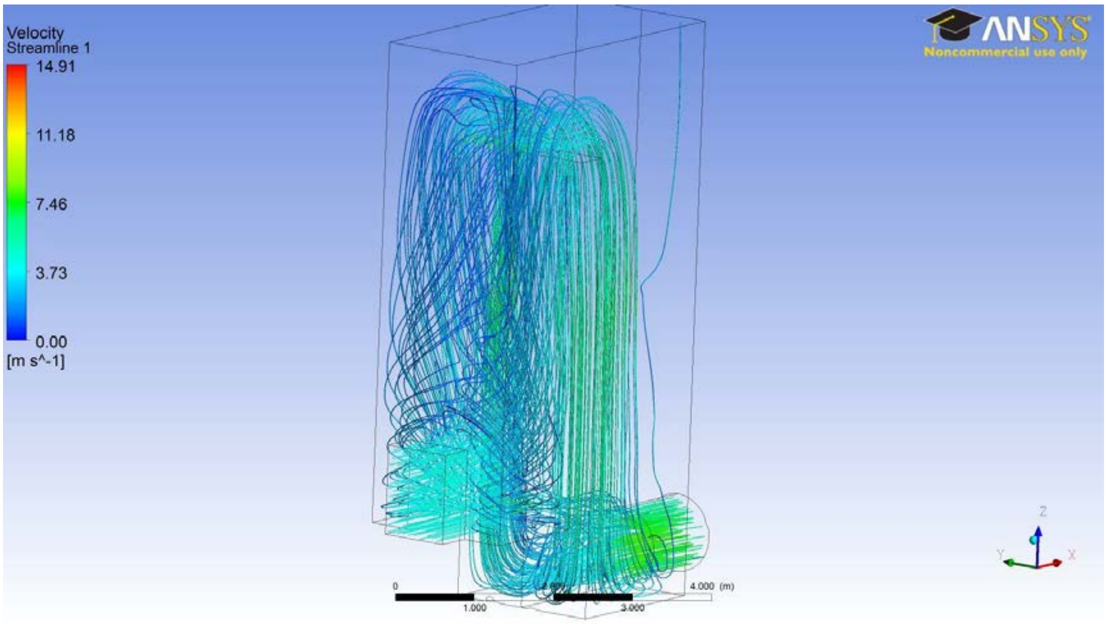
Model CFD poskytuje detailný pohľad na dynamiku vody pretekajúcej cez funkčný objekt poldra a naznačuje nežiaduce efekty spôsobené dynamikou vody v mieste funkčného objektu. Možnosti využitia sú rozsiahle a umožňujú detailnú analýzu či už v podobe vizualizácií alebo v textovej podobe.

Pre funkčný objekt poldra Holombek 1môžeme konštatovať veľké zavírenie v oblasti tesne za vtokom do poldra (Obr. 5.17 – 5.19) rovnako sme boli schopní lokalizovať ustálenie hladín v celom objekte, miesta, intenzitu a charakter zavírenia, rýchlostné polia s informáciou o všetkých troch zložkách rýchlosti prakticky v ktoromkoľvek mieste.

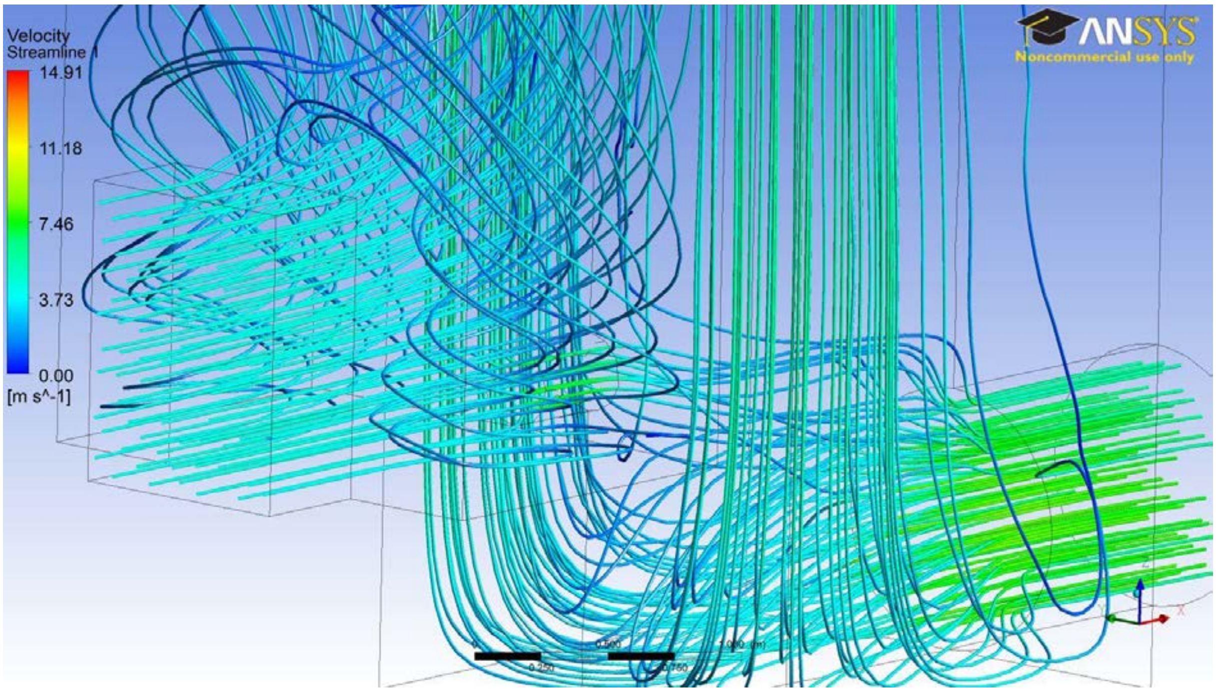
CFD software [56] poskytuje možnosti zahrnúť do výpočtu veľké množstvo „doplnkovej fyziky“ resp. doplňujúcich výpočtov akými môžu byť napr.: kavitácia, sediment transport, unášanie častíc („*particle tracking*“) atď.



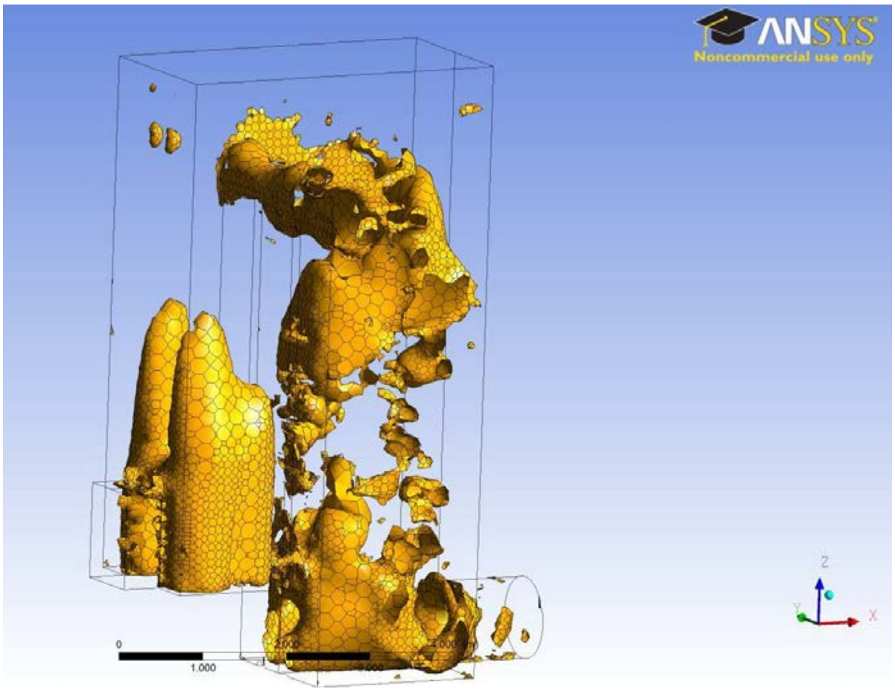
Obr. 5.16. Vizualizácia vodnej hladiny v objekte



Obr. 5.17. Vizualizácia prúdnic v objekte



Obr. 5.18. Vizualizácia prúdnic v objekte. Detailný pohľad na vtokovú časť a vývar



Obr. 5.19. Vizualizácia oblastí najväčšieho zavírenia v objekte

Pre takto modelovaný objekt sme schopní v etape príprav odhaliť možné problémy a navrhnúť opatrenia, ktoré by efektívnym spôsobom odstránili prípadné nežiaduce následky. Rovnako sme schopní optimalizovať geometriu takéhoto objektu na požadované kritériá.

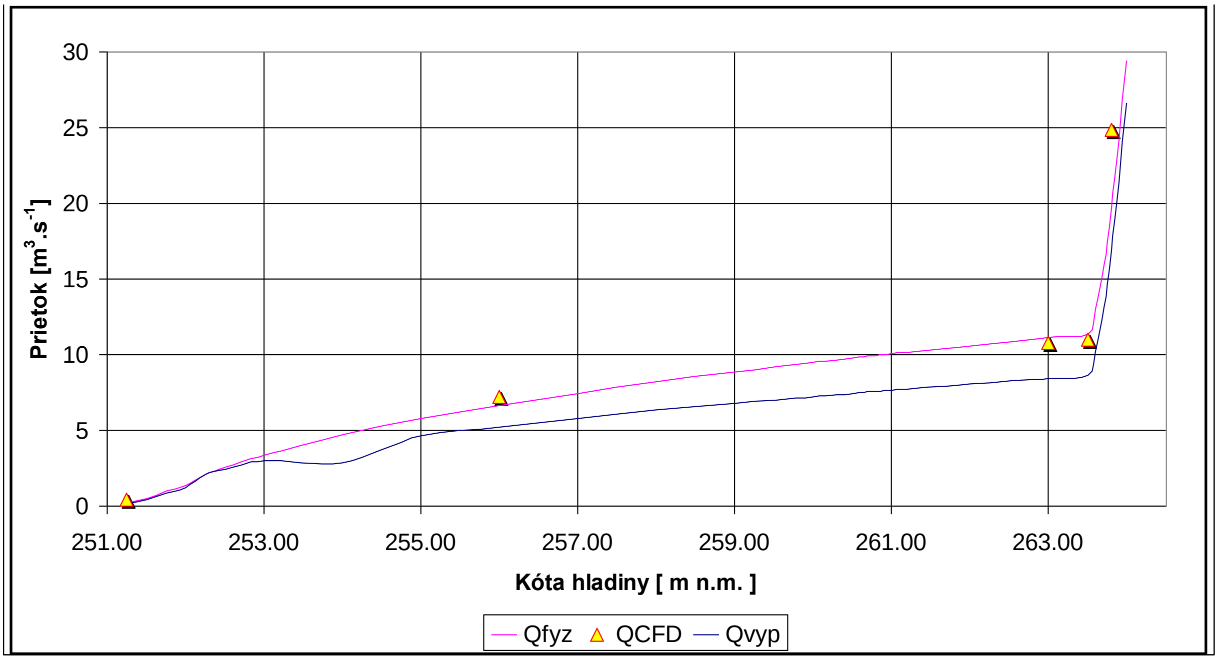
5.4.5 Overenie výsledkov

Keďže pre tento objekt sme nemali k dispozícii merania, s ktorými by sme mohli správnosť výpočtu overiť, presnosť simulácie CFD pre takýto typ úlohy môžeme analogicky odvodiť z výskumu funkčného objektu poldra Oreské, ktorý bol predmetom výskumu pred niekoľkými rokmi v hydrotechnickom laboratóriu Katedry hydrotechniky SvF STU a takisto bol podrobený CFD analýze.

Z tabuľky (Tab. 5.1) možno vidieť, že výsledky matematického modelu poldra Oreské sú vo vzťahu k meraným údajom v priemere o 11% v prospech bezpečnosti a naopak v porovnaní s empirickou metódou priemerne o 9 %.

Tabuľka 5.1. Prehľad empiricky vypočítaných, na fyzikálnom modeli nameraných a simulovaných prietokov poldra Oreské.

Kóta hladiny v poldri [m n.m.]	**Q_{vyp} [m^3s^{-1}]**	**Q_{fyz} [m^3s^{-1}]**	**Q_{CFD} [m^3s^{-1}]**
251.25	0.16	0.187	
251.50	0.46	0.527	0.430
251.75	0.84	0.973	
252.00	1.19	1.390	
252.25	2.07	2.054	
252.50	2.43	2.553	
253.00	2.98	3.390	
254.00	2.89	4.707	
255.00	4.63	5.761	
256.00	5.25	6.662	
257.00	5.81	7.460	7.231
258.00	6.33	8.184	
259.00	6.80	8.851	
260.00	7.24	9.471	
260.50	7.46	9.767	
260.75	7.56	9.912	
261.00	7.67	10.054	
262.00	8.07	10.606	
263.00	8.45	11.130	
263.50	8.64	11.384	10.772
263.60	10.23	12.992	10.986
263.70	13.13	15.915	
263.80	16.93	19.719	
264.00	26.61	29.442	24.882



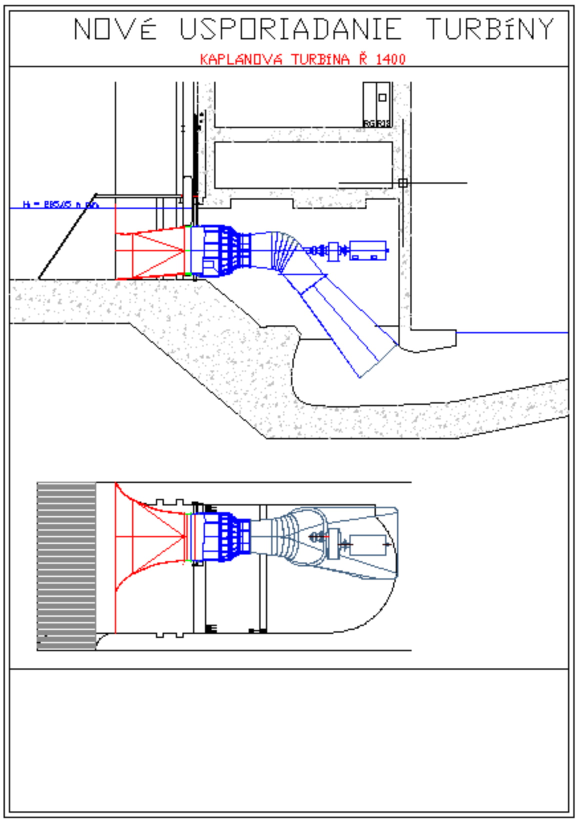
Obr. 5.20. Konzumpčná krivka funkčného objektu poldra Oreské vypočítaná, nameraná a simulovaná

Na základe výsledkov modelovania a ich verifikácie možno konštatovať, že trojrozmerný matematický model CFD je vhodným nástrojom na analýzu dynamiky vody nielen na funkčnom objekte poldra Holombek 1, ale aj na riešenie problémov hydrauliky iných objektov.

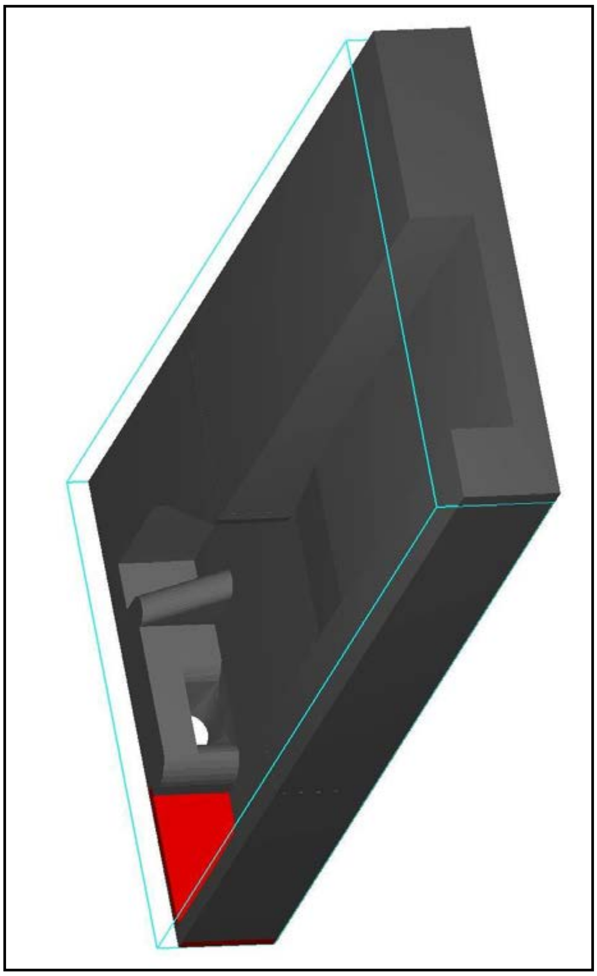
5.5 Posúdenie vtoku na MVE

5.5.1 Geometria (projektovaný stav)

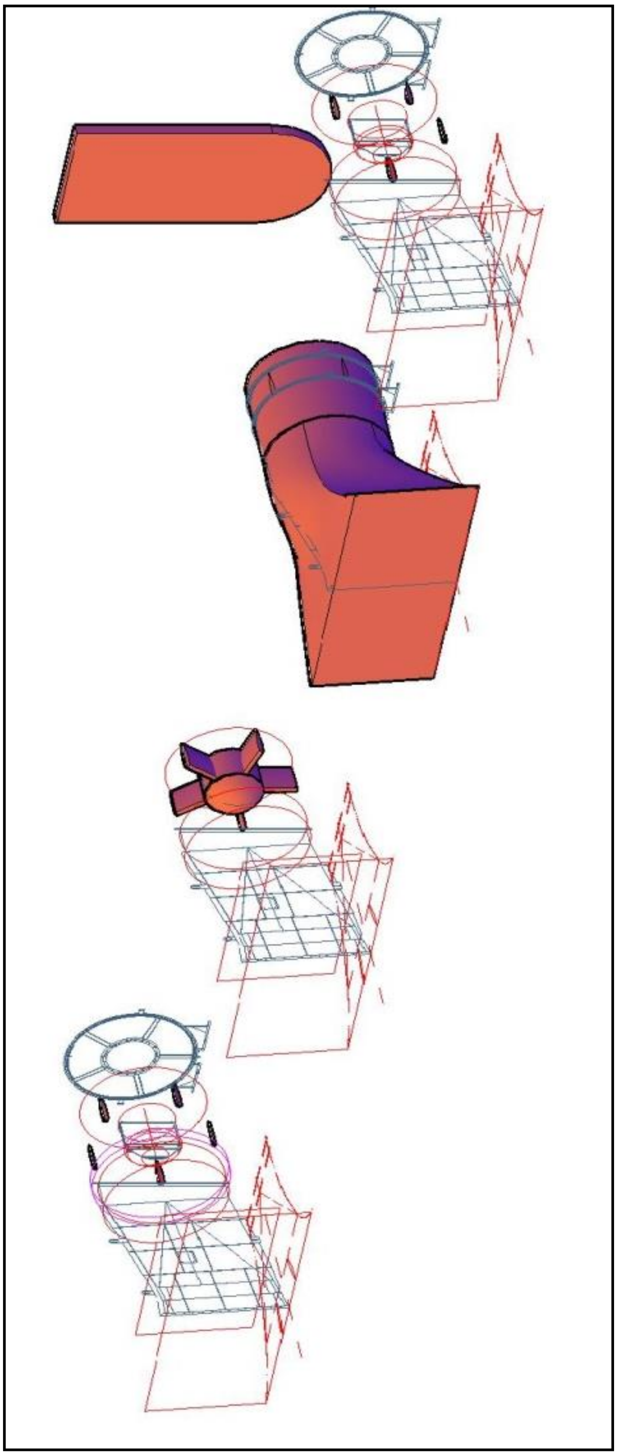
Geometria hydrodynamického výpočtového modelu vtoku na MVE [55] bola kompletne prebraná od objednávateľa v digitálnom CAD formáte s doplnením detailu navrhovaného vtoku (Obr. 5.21) a spracovaná do potrebnej trojrozmernej kompozície pre potreby modelu.



Obr. 5.21. Nové usporiadanie turbíny



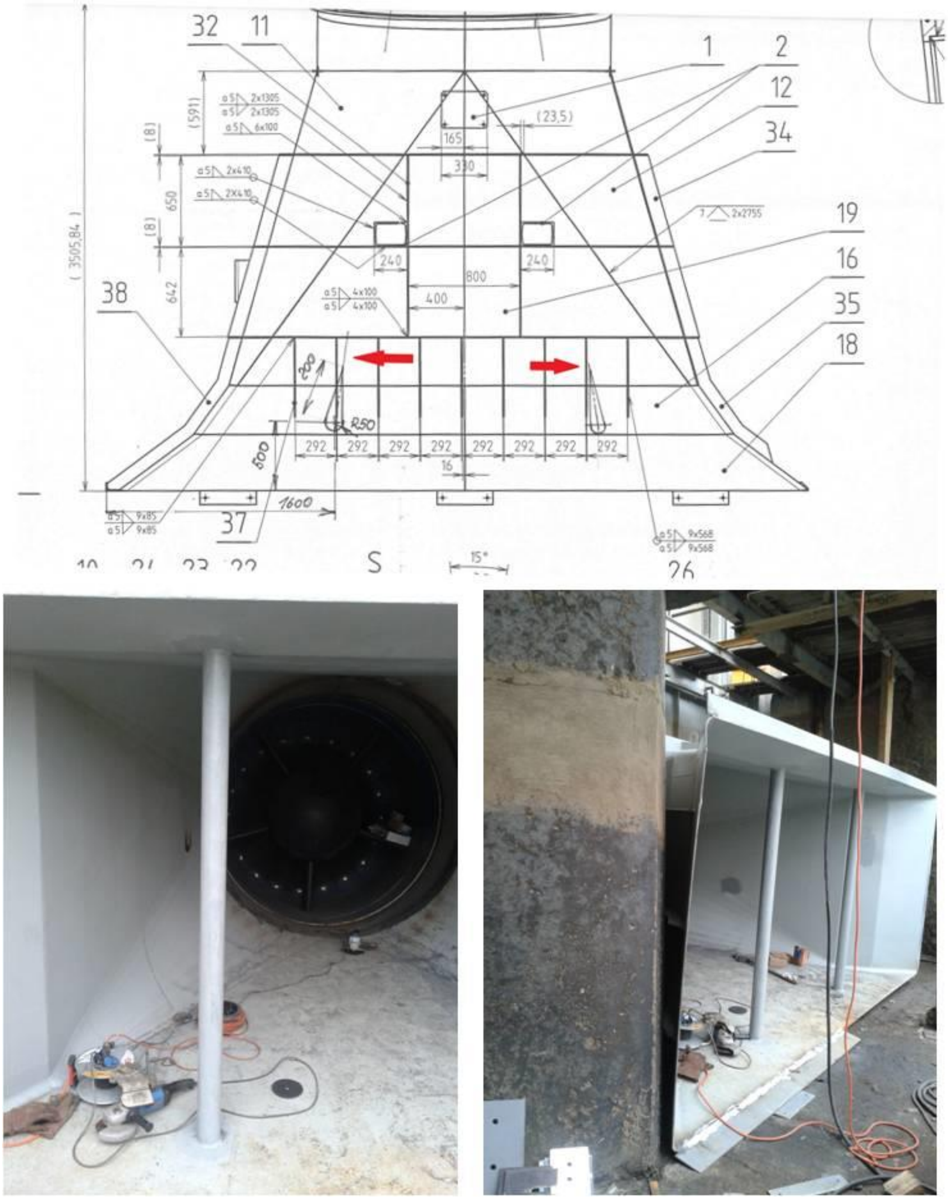
Obr. 5.22. 3D model vtoku



Obr. 5.23. Rozložený geometrický model vtoku na TG-1

5.5.2 Geometria (jestvujúci stav)

Keďže v priebehu výstavby vtok na MVE bola vykonaná zmena, a to pridanie vystužujúcich prvkov na vtoku (Obr. 5.*24.*), bola dodatočne simulovaná aj táto skutočnosť.



Obr. 5.24. Vystužujúce prvky na vtoku

5.5.3 Okrajové podmienky

Okrajové podmienky pre hydrodynamický výpočtový model vtoku na MVE boli ako definovaný prietok Q [$m^3.s^{-1}$] so všeobecnou podmienkou zachovania bilancie prietokov na vstupe a výstupe.

Formulácia okrajových podmienok hydrodynamického výpočtového modelu:

- horná okrajová podmienka,
- výpočet prebiehal pre dva prevádzkové stavy,
- dolná okrajová podmienka.

Tabuľka 5.2. Prevádzkové stavy

Stav	Prietok [$m^3.s^{-1}$]	Hladina [m]
1	6.25	284.45
2	12.5	284.45

Dolnou okrajovou podmienkou bola hltnosť turbíny zodpovedajúca prietoku na hornom okraji modelu (Tab. 5.2).

5.5.4 Hydrodynamický výpočet

Výpočet prebiehal na 32 procesoroch s celkovým výpočtovým časom 6 hod. Model bol koncipovaný ako dvojúrovňová schéma:

1. Výpočet prúdenia s typickým rozmerom elementu 0,2 m a celkovým počtom buniek 330 503. Začiatok modelovej domény 20 m na vtokom. Model mal za úlohu priblíženie reálnych podmienok prúdenia k oblasti nátoku na turbínu.

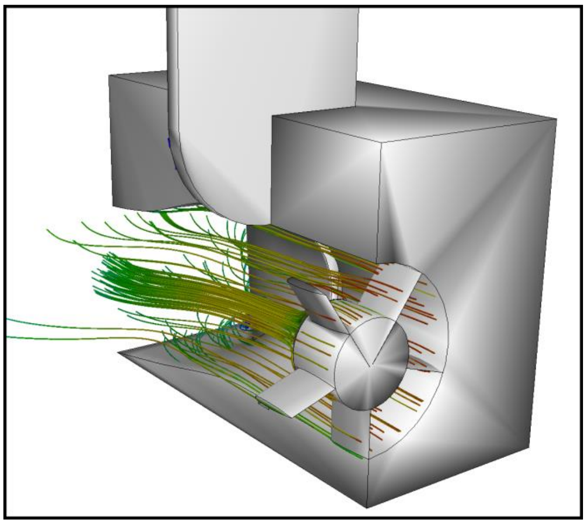
2. Výsekový model so začiatkom na úrovni deliaceho piliera s funkciou preberania okrových podmienok so simulácie 1. Typický rozmer elementu 0,05 m a s celkovým počtom buniek 1 163 991. Výsledky simulácie 1 slúžili aj ako počiatočné podmienky pre simuláciu 2.

Výsledky modelovania boli vyhodnocované takto:

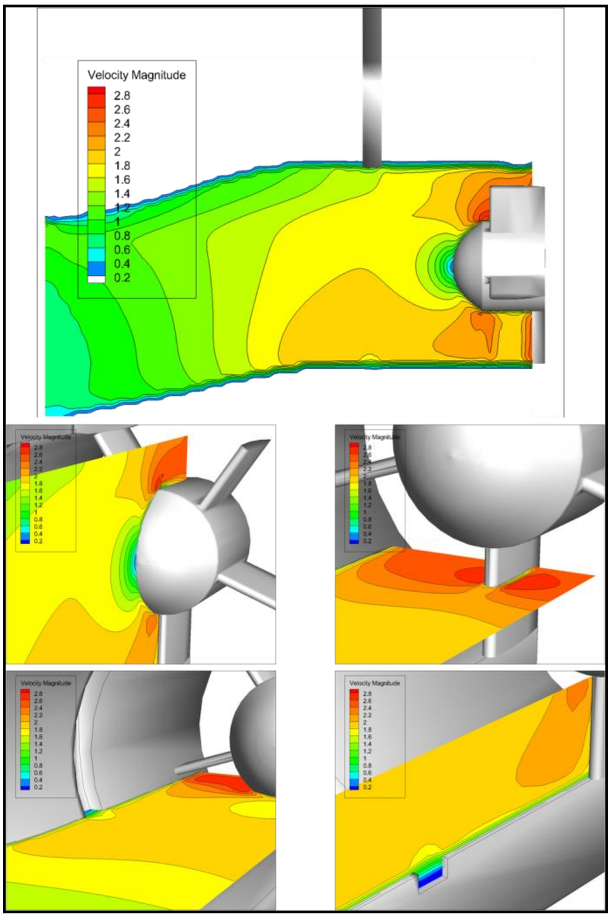
- priečne rezy,
- pozdĺžny rez,
- vodorovný rez,
- axonometria.

5.5.5 Výpočet pre 1. prevádzkový stav (projektovaný stav)

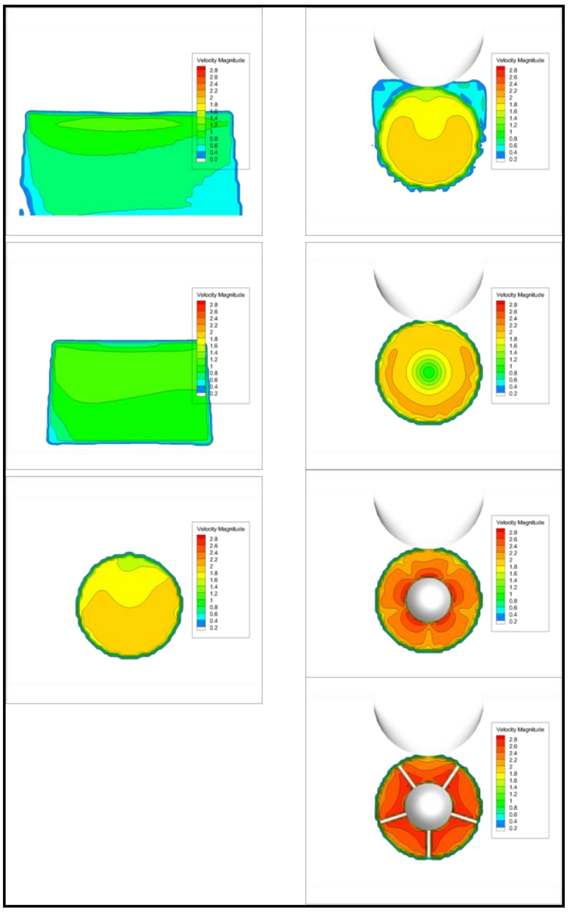
Návrhový stav vychádza z predpokladu hladinovej regulácie agregátu na konštantnej hladine 284,45 m n. m. a s konštantným prítokom do modelu 6.25 $m^3.s^{-1}$ s predpokladom bilancie prietokov na vstupe a výstupe do modelu rovnej nule. Vyhodnotenie prúdových pomerov v modeli bolo vykonané na základe schémy.



Obr. 5.25. Axonometrický pohľad – rez stavebnou časťou objektu v osi turbíny – zobrazenie prúdnic



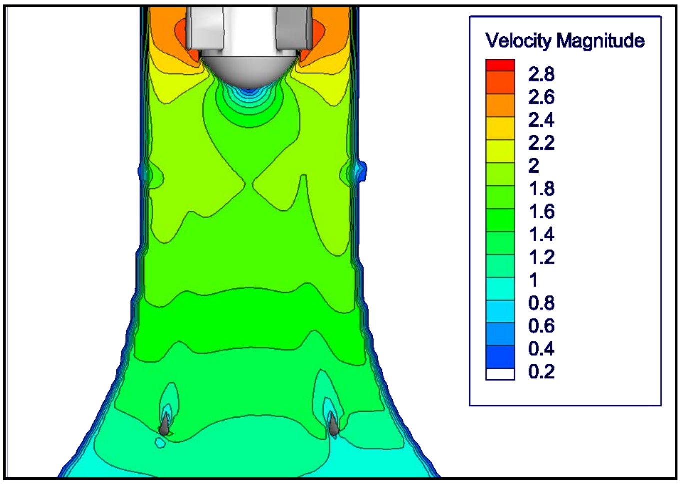
Obr. 5.26. Rýchlostné polia na vtoku – pozdĺžny rez (hore), axonometrický detail na bulvu (v strede), axonometrický detail drážky rýchlouzáveru (dole)



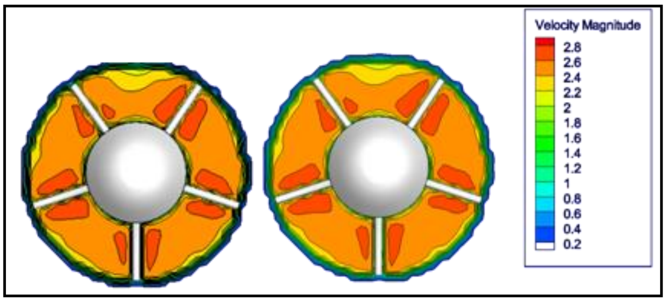
Obr. 5.27 Priečne rezy vtokovým objektom – rýchlostné polia v smere „po prúde“ (vľavo hore)

5.5.6 Výpočet pre 1. prevádzkový stav (jestvujúci stav)

Simulácia jestvujúceho stavu zohľadňuje vplyv podpier umiestnených na začiatku vtoku.



Obr. 5.28. Vodorovný rez rýchlostným poľom v osi turbíny



Obr. 5.29 Porovnanie rýchlostí v oblasti buľvy pre projektovaný stav (vľavo) a jestvujúci stav (vpravo)

Hydraulická štúdia MVE **Posúdenie vtoku na agregát TG-1** mala za úlohu preveriť vhodnosť návrhu nátoku na turbínu TG1 a vplyv drážky rýchlouzáveru a buľvy na celkové rozloženie a homogenitu rýchlostného poľa pred vtokom na rozvádzacie lopatky turbíny. Zo simulácií možno vyvodiť nasledovné závery:

- Deformácia rýchlostného poľa drážkou rýchlouzáveru má iba lokálny charakter, nepropaguje sa ďalej ako 0.5 m od konca drážky v smere prúdenia a prejavuje sa iba v tesnej blízkosti steny (výrazne neovplyvňuje sústredný charakter prúdenia). Výraznejšie dehomogenizácie rýchlostného poľa sa prejavujú pri prietokoch 6,25 $m^3.s^{-1}$ a to predovšetkým v mieste rýchlouzáveru. Napriek tomu je rýchlostné pole pred buľvou blízke optimálnemu.

- V kontexte dehomogenizácie rýchlostného poľa na vtoku má väčší vplyv, ako samotná drážka rýchlouzáveru, zmena výškového vedenia nátoku, ktoré sa však v rovine praktickej aplikácie javí zanedbateľné a zasahuje iba po buľvu turbíny.
- Buľva turbíny spolu s rozpernými krídlami ma výrazne pozitívny vplyv na homogenizáciu rýchlostného poľa. Pôsobí ako homogenizačný prvok v celom systéme.
- Deformácie rýchlostného poľa vplyvom vystužujúcich prvkov sa výraznejšie prejavuje približne do vzdialenosti 0,4 m za výstuhou. V oblasti buľvy je tento vplyv zanedbateľný.
- Žiadna zo simulácií nenaznačuje možnosť výraznejšej tvorby sacieho víru pri nastavení zadaných okrajových podmienkach (prietok/horná hladina). Vertikálne zložky rýchlostí aj vírivosti síce zasahujú takmer na hladinu v blízkosti vtoku, ale majú tak malú hodnotu, že ich vplyv sa pravdepodobne neprejaví efektom tvorby víru.

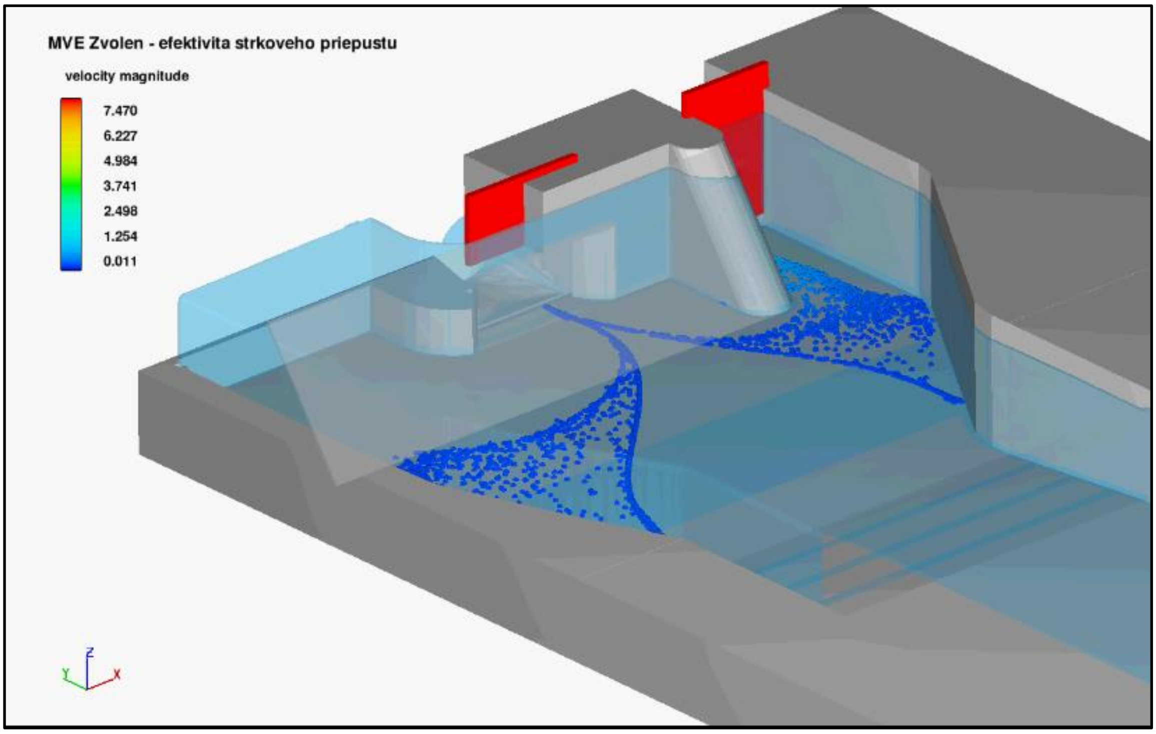
5.6 DYNAMICKÁ VIZUALIZÁCIA VÝSLEDKOV 3D MODELOVANIA – ANIMÁCIA

5.6.1 Modelovanie preplachu predhatia vodnej elektrárne

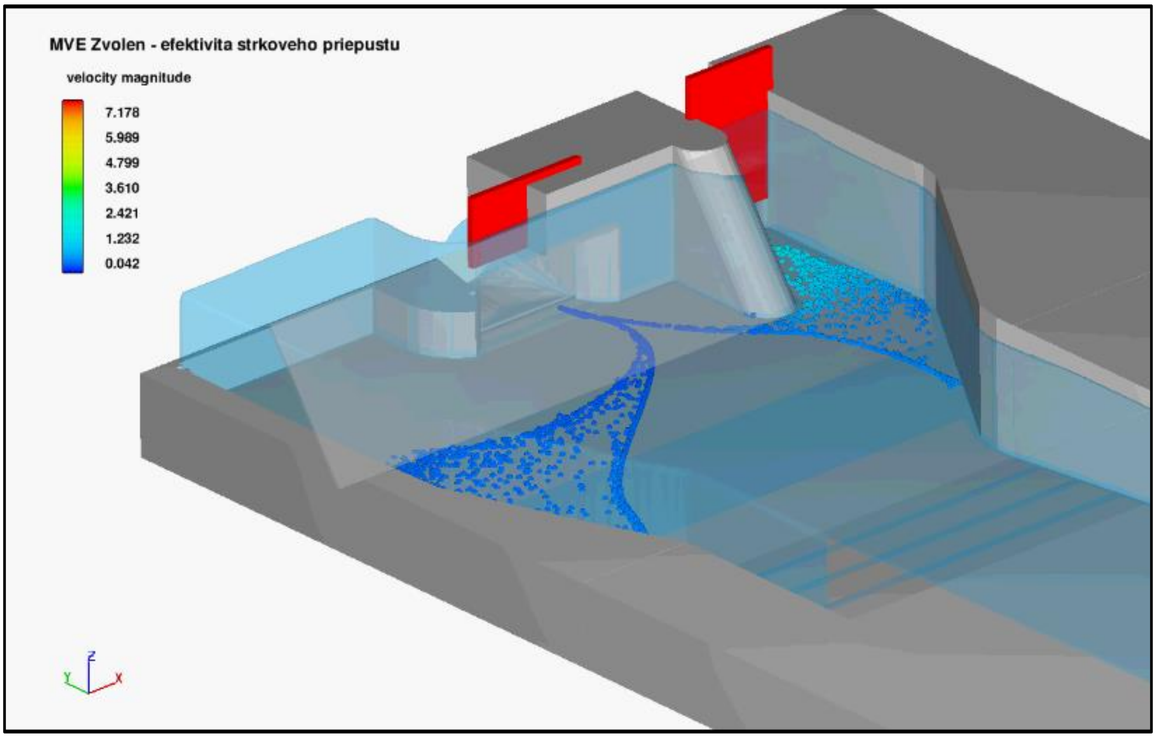
V praxi sa 3D matematický model vo veľkej miere využíva na návrh resp. posúdenie vhodnosti vtoku a výtoku na MVE [59]. Na vizualizácii vidieť chronológiu a dynamický vývoj preplachovania predhatia štrkovým priepustom. Na redukciu výpočtového času bola časť privádzača modelovaná 2D modelom (modelovanie turbulencie prebiehalo prostredníctvom viskozity) s aktívnym prepojením a preberaním podmienok prúdenia do bloku s plným 3D simulovaním prúdenia vrátane turbulentných javov. V prípade preplachu sa jednalo o model s pohyblivým uzáverom štrkového priepustu. Dôležitý faktor v prípade modelovania prúdenia sú aj počiatočné podmienky. V tomto prípade bola počiatočná podmienka predchádzajúca simulácia, ktorá modeluje zanášanie predhatia.

Štruktúra modelu preplachu:

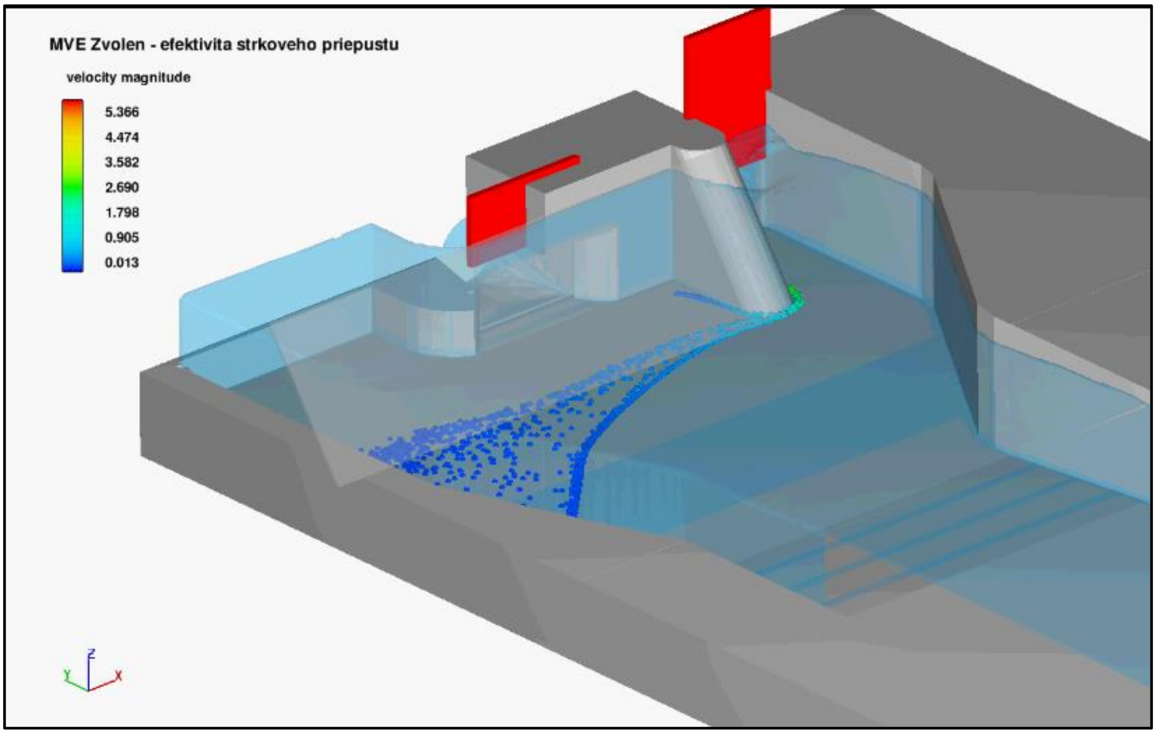
- hybridný model 2D /3D s aktívnym prepojením do jedného modelu + model častíc „*particles*“ s definovanými vlastnosťami (priemer, hustota, počet, ...),
- pohyblivý uzáver štrkového priepustu,
- efektivita preplachovania štrkovým priepustom na MVE pri plnej prevádzke.



Obr. 5.30. Počiatočný stav – predhatie zanesené sedimentmi, uzavretý štrkový priepust



Obr. 5.31. Čiastočné otvorenie štrkového priepustu – sedimenty uložené v predhatí sa dávajú do pohybu – zmena tmavomodrej farby na svetlomodrú



Obr. 5.32. Úplné otvorenie štrkového priepustu – sedimenty, ktoré boli uložené v predhatí, sú už úplne odstránené

Na Obr. 5.30 – 5.32 sú znázornené tri charakteristické snímky z animácie zachytávajúce dôležité etapy preplachu predhatia na základe otvorenia štrkového priepustu.

6 ZÁVER

Predložené skriptá pozostávajú z teoretickej a aplikačnej časti v členení podľa použitého rozmeru matematického modelovania.

V teoretickej časti je prínosom doplnenie základných rovníc na opis mechaniky tekutín o rovnice o zmene entrópie, ktoré určujú kritériá pre smer vývoja systémov v čase. Je poukazované na nelinearitu hydraulických dejov. Zavádza sa synergetický pohľad na rôzne stavy prúdenia kvapaliny (laminárne a turbulentné prúdenie) ako na dva kvalitatívne rozdielne stavy toho istého systému. Z tohto pohľadu je analyzované Reynoldsovo kritérium, ktoré zrejme zohráva dôležitú úlohu pri zmene kvality prúdenia tekutín. Pojem fluktuácie sa rozširuje o jej termodynamický rozmer.

V klasickej časti hydrauliky otvorených korýt je podrobne analyzovaná problematika prechodu od jednoduchých k zloženým korytám. Je zavedený nový pojem náhradného koryta a navrhnutý vzorec na výpočet drsnosti dna náhradného koryta. Modul prietoku zohráva podstatne dôležitejšiu úlohu ako hydraulický polomer, preto väčšina vzťahov je vyjadrovaná pomocou modulu prietoku. Vzorce platné pre zložené koryto by mali prirodzene prejsť na vzorce pre jednoduché koryto znížením počtu úsekov zloženého koryta na jeden.

Aplikačná časť je vo všeobecnosti orientovaná na úlohy vodohospodárskej praxe. Súbor aplikácií 1D matematického modelovania rieši problematiku hydraulického využitia Vážskej energetickej sústavy. Nejde iba o problematiku vlnového režimu v energetických umelých kanáloch ale aj o efektívne využitie hydropotenciálu Slovenska ako národného bohatstva. Vyvinuté matematické modely sa stali súčasťou dispečerskej prevádzky Vážskej hydroenergetickej sústavy. Ukážka modelovania protipovodňovej ochrany na Ondave demonštruje postačujúce schopnosti 1D modelov na verifikáciu existujúcej protipovodňovej ochrany ako aj pre analýzu nových projektov jej prestavby.

Aplikácia 2D matematického modelovania rýchlostných polí na VE Gabčíkovo dala cenné informácie pre plavebnú prevádzku v oblasti SVD Gabčíkovo. Hoci pôvodné zadanie bolo orientované na výskum dopadov havarijného výpadku prietoku cez VE Gabčíkovo, vyvinuté modely boli aplikované neskôr aj na preverenie možností pološpičkovej prevádzky VE Gabčíkovo. Dôležitá aplikácia metódy konečných prvkov je model vývoja korýt MOVYKO. V tomto prípade sa využíva hydrodynamická časť modelu na výpočet zložiek priemerných zvislicových rýchlostí, z ktorých sú neskôr odvodené dnové rýchlosti, na základe ktorých je skúmaná stabilita dna koryta. 2D modelovanie prielomovej vlny s využitím metód povodňového mapovanie ukazuje modernú cestu hydroinformatiky na modelovanie katastrofických udalostí ako je v tomto prípade pretrhnutie hrádze na akumulačnej nádrži Liptovská Mara. Záverom kapitoly je demonštrované prepojenie výsledkov z matematického modelovania s prostriedkami GIS s cieľom dosiahnuť maximálnu vizualizáciu výsledkov matematického modelovania.

3D model prúdenia vody na báze umelej stlačiteľnosti tekutín sa zatiaľ využíva iba v pedagogickom procese. Jednoduché zadávanie tvaru skúmaného objektu ako aj priebežné zobrazovanie prúdenia vody cez a v okolí hydraulického objektu (ako výsledku matematického modelovania) sú veľký prínos pre vlastnú pedagogickú prax. Získanie tzv. hydraulického citu pri absencii praktických cvičení v hydraulických laboratóriách je takmer nemožné. Tento nedostatok môže aspoň čiastočne odstrániť využívanie uvedeného modelu. Moderné metódy 3D modelovania založené na modeloch CFD boli použité pri návrhu a optimalizácii prevádzky hydrotechnických objektov. V našom prípade išlo o modelovanie výpustného objektu z poldra Holombek, vtoku na agregát TG-1 malej vodnej elektrárne a preplachu predhatia vodnej elektrárne..

Nepriamy ale veľmi dôležitý prínos prezentovaných aplikácií matematických modelov je množstvo skúseností z oblasti praktického programového riešenia matematických modelov a to hlavne v oblasti riešenia sústav nelineárnych rovníc.

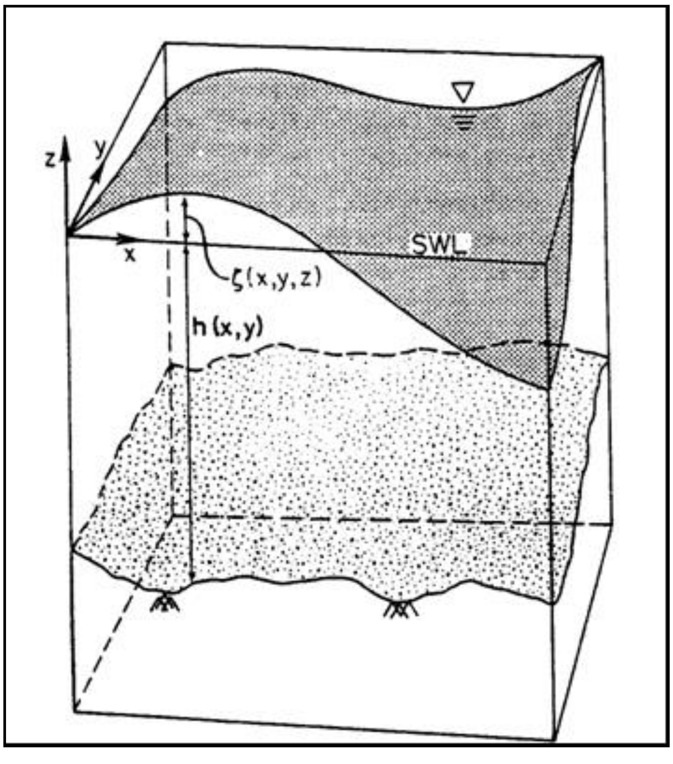
PRÍLOHY

P1 ODVODENIE ZÁKLADNÝCH ROVNÍC PRE 2D MODELY PLYTKEJ VODY

V tejto časti sú odvodené rovnice, ktoré sú základ na dvojrozmerné modelovanie prúdenia vody v nádržiach, a to bez ohľadu na ďalej použitú metódu numerickej aproximácie [34,14]. Na Obr. P1.1 je znázornený karteziánsky súradnicový systém umiestnený v nádrži.

Vzdialenosť medzi porovnávacou rovinou a dnom h je funkciou x a y a v čase sa nemení. Výška hladiny vody nad porovnávacou rovinou z je vzhľadom na uvažovaný neustálený charakter prúdenia nielen funkciou x a y ale tiež funkciou času. Celková vzdialenosť dna nádrže od hladiny bude označená ako H a je rovná $z+h$. Hladinová rovnica nádrže sa môže písať ako $F(x,y,z,t) = 0$.

Dvojrozmerné rovnice, používané na modelovanie prúdenia v nádržiach boli odvodené v prácach mnohých autorov. Odvodenie, ktoré je tu uvedené, bude sledovať líniu, naznačenú v práci Pindera a Graya [34]. V ďalšom bude používané toto značenie: ρ pre hustotu, u, v, w pre zložky rýchlostí v smeroch x, y a z, pričom x je kladné smerom na východ, y je kladné smerom na sever a z rastie smerom od porovnávacej roviny k hladine.



Obr. P1.1. Súradnicový systém umiestnený v nádrži

Aby bolo možné integrovať rovnice trojrozmerného prúdenia cez hĺbku, je potrebné poznať podmienky na hladine vody a na dne nádrže. Ak platí pre okraje rovnica

$$F(x,y,z,t)=0 \tag{P1.1}$$

potom pre každý okrajový bod musí platiť

$$\frac{DF}{Dt}=\frac{\partial F}{\partial t}+u\frac{\partial F}{\partial x}+v\frac{\partial F}{\partial y}+w\frac{\partial F}{\partial z}=0 \tag{P1.2}$$

Na hladine nádrže platí

$$F_s\left(x,y,z,t\right)=z-\zeta\left(x,y,t\right) \tag{P1.3}$$

takže dosadením do rovnice (P1.2) sa dostane vzťah

$$w_s-\frac{\partial \zeta}{\partial t}-u_s\frac{\partial \zeta}{\partial x}-v_s\frac{\partial \zeta}{\partial y}=0 \tag{P1.4}$$

V uvedenom vzťahu index *s* (surface) znamená odkaz na rýchlosť na hladine. Na dne nádrže platí

$$F_B\left(x,y,z\right)=z+h\left(x,y\right) \tag{P1.5}$$

Po substitúcii v (P1.2) sa dostane vzťah na dne

$$w_B+u_B\frac{\partial h}{\partial x}+v_B\frac{\partial h}{\partial y}=0 \tag{P1.6}$$

Index *B* (*bottom*) tu znamená odkaz na rýchlosti na dne nádrže.

Rovnice (P1.4) a (P1.6) predstavujú okrajové podmienky potrebné na integráciu trojrozmerných rovníc prúdenia cez vertikálu. Vlastná integrácia je uvedená pre jednotlivé rovnice zvlášť.

P1.1 ROVNICA KONTINUITY

Všeobecne sa rovnica zachovania hmoty môže písať ako

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}=0 \qquad \text{(P1.7)}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla.\left(\rho \vec{v}\right)=0 \qquad \text{(P1.8)}$$

kde $\vec{v}=(u,v,w)$ je vektor rýchlosti,

$\nabla=\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial y}\right)$ - Hamiltonov operátor (nabla).

Pre nestlačiteľnú kvapalinu platí $D\rho/Dt = 0$ a rovnica (P1.7-8) sa zredukuje na

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad \text{(P1.9)}$$

Táto rovnica sa integrujeme po hĺbke takto

$$\int_{-h}^{\zeta}\frac{\partial u}{\partial x}\,dz+\int_{-h}^{\zeta}\frac{\partial v}{\partial y}\,dz+\int_{-h}^{\zeta}\frac{\partial w}{\partial z}\,dz=0 \qquad \text{(P1.10)}$$

Aplikáciou Leibnitzovho pravidla na zmenu poradia diferencovania a integrovania

$$\int_a^b\frac{\partial}{\partial x}f(x,z)\,dz=\frac{\partial}{\partial x}\int_a^b f(x,z)\,dz-\left[f(x,z)\frac{\partial z}{\partial x}\right]_a^b$$

na prvé dva integrály a priamym vyčíslením tretieho integrálu sa získa vzťah

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_{-h}^{\zeta} u\,dz + \frac{\partial}{\partial y}\int_{-h}^{\zeta} v\,dz + \left(w_s - u_s\frac{\partial \zeta}{\partial x} - v_s\frac{\partial \zeta}{\partial y}\right) - \left(w_B + u_B\frac{\partial h}{\partial x} + v_B\frac{\partial h}{\partial y}\right) = 0 \qquad \text{(P1.11)}$$

S využitím okrajových podmienok (P1.4) a (P1.6) sa môže uvedený vzťah upraviť na

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\int_{-h}^{\zeta} u\,dz + \frac{\partial}{\partial y}\int_{-h}^{\zeta} v\,dz = 0 \qquad \text{(P1.12)}$$

Priemerné hodnoty zložiek rýchlosti *u* a *v* sú definované ako

$$U = (\zeta + h)^{-1}\int_{-h}^{\zeta} u\,dz \qquad \text{(P1.13)}$$

$$V = (\zeta + h)^{-1}\int_{-h}^{\zeta} v\,dz \qquad \text{(P1.14)}$$

Potom rovnicu (P1.12) sa môže písať v tvare

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial (HU)}{\partial x} + \frac{\partial (HV)}{\partial y} = 0 \qquad \text{(P1.15)}$$

pričom sa použil vzťah $H = z + h$. Nakoľko h je nezávislé od času, možno túto rovnicu alternatívne písať v tvare

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial (HU)}{\partial x} + \frac{\partial (HV)}{\partial y} = 0 \qquad \text{(P1.16)}$$

Ľubovoľný zo zápisov rovnice kontinuity v tvare (P1.15) a (P1.16) je vhodný na využitie v dvojrozmerných modeloch prúdenia vody v nádrži.

P1.2 DYNAMICKÉ ROVNICE

Pre tekutiny konštantnej hustoty sa môžu pohybové rovnice pre smery *x, y* a *z* písať takto

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial(uu)}{\partial x}+\frac{\partial(uv)}{\partial y}+\frac{\partial(uw)}{\partial z}-fv+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\right)=0 \qquad \text{(P1.17)}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial(uv)}{\partial x}+\frac{\partial(vv)}{\partial y}+\frac{\partial(vw)}{\partial z}+fu+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}\right)=0 \qquad \text{(P1.18)}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial(uw)}{\partial x}+\frac{\partial(vw)}{\partial y}+\frac{\partial(ww)}{\partial z}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+g-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right)=0 \qquad \text{(P1.19)}$$

kde p je tlak, f je Coriolisov parameter, g je konštanta gravitačného zrýchlenia a τ_{xx}, τ_{xy} atď., sú tangenciálne napätia.

Dynamické rovnice v operátorovom zápise majú tvar

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}+\nabla.(\bar{v}\bar{v})+F_c+\frac{1}{\rho}\nabla(p.I-\tau)+g=0 \qquad \text{(P1.20)}$$

kde: $F_c = (-fv, fu, 0)$

$g = (0, 0, g)$

I - tenzor identity

τ - tenzor tangenciálneho napätia

Dynamické rovnice (P1.18) až (P1.19) sa môžu redukovať zanedbaním vertikálneho zrýchlenia častíc, ktoré je veľmi malé vzhľadom ku zrýchleniu gravitačného poľa. V rovnici (P1.18) sa môžu ďalej považovať tangenciálne napätia za zanedbateľné v porovnaní s tiažovým zrýchlením a gradientom tlaku vo vertikálnom smere. Tieto predpoklady sú ekvivalentné tvrdeniu, že rozdelenie tlaku je hydrostatické vo vertikále a rovnica (P1.18) získa tvar

$$\frac{1}{\rho}\ \frac{\partial p}{\partial z}+g=0 \qquad \text{(P1.21)}$$

Ak sa na hladine nádrže predpokladá atmosférický tlak, dostane sa vzťah v tvare

$$\int_z^{\zeta}\frac{1}{\rho}\ \frac{\partial p}{\partial z}dz+\int_z^{\zeta} g\ \ dz=0 \qquad \text{(P1.22)}$$

a vzťah pre závislosť tlaku od hĺbky v tvare

$$p-p_A=\rho g(\zeta-z) \qquad \text{(P1.23)}$$

Derivácia tlaku v horizontálnych smeroch x a y v rovniciach (P1.18) a (P1.19) sa potom môže vyjadriť ako

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\rho g\frac{\partial \zeta}{\partial x}+\frac{\partial p_A}{\partial x} \qquad \text{(P1.24)}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}=\rho g\frac{\partial \zeta}{\partial y}+\frac{\partial p_A}{\partial y} \qquad \text{(P1.25)}$$

Substitúcia uvedených vzťahov do (P1.18) a (P1.19) pri predpoklade konštantného atmosférického tlaku p_A vedie k rovniciam

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial (uu)}{\partial x}+\frac{\partial (uv)}{\partial y}+\frac{\partial (uw)}{\partial z}-fv+g\frac{\partial \zeta}{\partial x}-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\right)=0 \qquad \text{(P1.26)}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial (uv)}{\partial x}+\frac{\partial (vv)}{\partial y}+\frac{\partial (vw)}{\partial z}+fu+g\frac{\partial \zeta}{\partial y}-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}\right)=0 \qquad \text{(P1.27)}$$

Vertikálne integrované tvary týchto rovníc sa získajú postupnosťou identických krokov. Ďalej bude upravovaná iba rovnica (P1.26), pričom postup pre (P1.27) je analogický.

Integrácia (P1.26) cez z sa môže zapísať ako

$$\int_{-h}^{\zeta}\frac{\partial u}{\partial t}\,dz+\int_{-h}^{\zeta}\frac{\partial(uu)}{\partial x}\,dz+\int_{-h}^{\zeta}\frac{\partial(uv)}{\partial y}\,dz+\int_{-h}^{\zeta}\frac{\partial(uw)}{\partial z}\,dz-\int_{-h}^{\zeta}fv\,\,dz+g\int_{-h}^{\zeta}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\,dz$$
$$-\int_{-h}^{\zeta}\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x}\,dz-\int_{-h}^{\zeta}\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}\,dz-\int_{-h}^{\zeta}\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}\,dz=0 \qquad \text{(P1.28)}$$

Pri predpoklade konštantnej hustoty vody sa získa po aplikácii Leibnitzovho pravidla na prvé tri, siedmy a ôsmy integrál a priamou integráciou vzhľadom na z vzťah

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{-h}^{\zeta}u\,dz+\frac{\partial}{\partial x}\int_{-h}^{\zeta}uu\,dz+\frac{\partial}{\partial y}\int_{-h}^{\zeta}uv\,dz-\int_{-h}^{\zeta}fv\,dz+gH\frac{\partial\zeta}{\partial x}-\frac{1}{\rho}\,\tau_{xz}\Big|_{\zeta}+\frac{1}{\rho}\,\tau_{xz}\Big|_{-h}$$
$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\int_{-h}^{\zeta}\tau_{xx}\,dz-\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial}{\partial y}\int_{-h}^{\zeta}\tau_{xy}\,dz+u_s\left(-\frac{\partial\zeta}{\partial t}-u_s\,\frac{\partial\zeta}{\partial x}-v_s\,\frac{\partial\zeta}{\partial y}+w_s\right)$$
$$-u_B\left(u_B\,\frac{\partial h}{\partial x}+v_B\,\frac{\partial h}{\partial y}+w_B\right)+\frac{1}{\rho}\tau_{xx}\,\Big|_{\zeta}\,\frac{\partial\zeta}{\partial x}+\frac{1}{\rho}\tau_{xx}\Big|_{-h}\,\frac{\partial h}{\partial x} \qquad \text{(P1.29)}$$
$$+\frac{1}{\rho}\tau_{xy}\,\Big|_{\zeta}\,\frac{\partial\zeta}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\tau_{xy}\Big|_{-h}\,\frac{\partial h}{\partial y}=0$$

Člen tejto rovnice násobený u_s sa rovná nule vzhľadom na podmienku (P1.4) a člen násobený u_B sa rovná nule podľa rovnice (P1.6). Posledné štyri členy tejto rovnice sa vzťahujú na prenos hybnosti hladinou vody alebo dnom nádrže a v ďalšom sú zanedbané.

Ak sa vyjadrí u a v pomocou ich priemerných hodnôt definovaných v (P1.11) ako

$$u=U\,\{1+f_u(z,t)\} \qquad\qquad v=V\,\{1+f_v(z,t)\} \qquad \text{(P1.30)}$$

kde f_u a f_v sú distribučné funkcie po vertikále, ktoré majú tú vlastnosť, že

$$\int_{-h}^{\zeta}f_u\,(z,t)\,dz=\int_{-h}^{\zeta}f_v\,(z,t)dz=0 \qquad \text{(P1.31)}$$

Integrály funkcií f_u^2 , f_v^2, a $f_u\,.\,f_v$ nemusia byť nulové, preto sa použijú tieto definície korelačných funkcií

$$\alpha_{uu}(t) = (1/H)\int_{-h}^{\zeta}[1+f_u(z,t)]\ [1+f_u(z,t)]\,dz \tag{P1.32a}$$

$$\alpha_{uv}(t) = (1/H)\int_{-h}^{\zeta}[1+f_u(z,t)]\ [1+f_v(z,t)]\,dz \tag{P1.32b}$$

$$\alpha_{vv}(t) = (1/H)\int_{-h}^{\zeta}[1+f_v(z,t)]\ [1+f_v(z,t)]\,dz \tag{P1.32c}$$

Substitúciou týchto vzťahov do (P1.29) sa dostane

$$\begin{aligned}&\frac{\partial(HU)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\alpha_{uu}\ HUU)+\frac{\partial}{\partial y}(\alpha_{uv}\ HUV)-fHV+gH\,\frac{\partial\zeta}{\partial x}-\frac{1}{\rho}\tau_{xz}\bigg|_{\zeta}+\frac{1}{\rho}\tau_{xz}\bigg|_{-h}\\&-\frac{1}{\rho}\ \frac{\partial}{\partial x}\int_{-h}^{\zeta}\tau_{xx}\ dz-\frac{1}{\rho}\ \frac{\partial}{\partial y}\int_{-h}^{\zeta}\tau_{xy}\ dz=0\end{aligned} \tag{P1.33}$$

Posledné štyri členy tejto rovnice sa vzťahujú na straty trením a obvykle sa modelujú empirickými vzťahmi. Napätie na hladine vplyvom vetra je dané v tvare

$$\frac{\tau_{xz}}{\rho}\bigg|_{\zeta} = KW^2\cos\psi \tag{P1.34}$$

kde K je bezrozmerný koeficient, ktorý je funkciou postupivosti vetra, W je rýchlosť vetra a Ψ je uhol, ktorý zviera vektor rýchlosti vetra s osou x. Napätie na dne je možné všeobecne vyjadriť ako

$$\frac{\tau_{xz}}{\rho}\bigg|_{-h} = \frac{gU\left(U^2+V^2\right)^{1/2}}{C^2} \tag{P1.35}$$

kde C je *Chézzyho súčiniteľ*. Posledné dva členy rovnice (P1.33) sa viažu k horizontálnemu prenosu hybnosti a sú modelované v súlade so vzťahmi

$$\frac{1}{H}\int_{-h}^{\zeta} \tau_{xx}\, dz = \varepsilon_x \frac{\partial U}{\partial x} \tag{P1.36a}$$

$$\frac{1}{H}\int_{-h}^{\zeta} \tau_{xy}\, dz = \varepsilon_y \frac{\partial U}{\partial y} \tag{P1.36b}$$

kde ε_x a ε_y je koeficient turbulentnej väzkosti v príslušných smeroch. Zavedením týchto štyroch vzťahov do (P1.33) sa dostane

$$\begin{aligned} &\frac{\partial (HU)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_{uu}\, HUU) + \frac{\partial}{\partial y}(\alpha_{uv}\, HUV) - fHV + gH\frac{\partial \zeta}{\partial x} - KW^2 \cos\psi \\ &+ \frac{gU\left(U^2+V^2\right)^{1/2}}{C^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x}\left(\varepsilon_x H \frac{\partial U}{\partial x}\right) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left(\varepsilon_y H \frac{\partial U}{\partial y}\right) = 0 \end{aligned} \tag{P1.37}$$

Podľa skúseností mnohých autorov sa hodnota korelačných funkcií α_{uu}, α_{uv}, α_{vv} pohybuje v rozmedzí 0,5 až 1,5. Čím homogénnejšia je nádrž čo do rozdelenia rýchlostí vo vertikále, tým bližšie je hodnota týchto funkcií k jednej. V ďalšom sa bude uvažovať práve takýto prípad. Szymkiewicz v [39] dokonca ukazuje, že aj pri relatívne veľkých odchýlkach vo vertikálnom rozdelení zložiek rýchlosti (odchýlka -20 až +20 % od priemerných hodnôt) sa hodnota korelačných funkcií rovná 1,04.

Posledné členy rovnice (P1.33) sú vo všeobecnosti malé, ale majú želateľný vplyv na stabilitu výpočtu. V ďalšom tieto členy budú zanedbané. Tento postup je vhodný na ďalšie numerické riešenie na báze konečných prvkov, kde sa stabilizácia výpočtu dosahuje zavedením umelej disipácie. Na numerické riešenie na základe konečných diferencií sa využívajú rovnice vychádzajúce zo vzťahu (P1.37).

Potom dvojrozmerný tvar rovnice zachovania hybnosti bude

$$\begin{aligned} &\frac{\partial (HU)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\, HUU) + \frac{\partial}{\partial y}(\, HUV) - fHV + gH\frac{\partial \zeta}{\partial x} - KW^2 \cos\psi \\ &+ \frac{gU\left(U^2+V^2\right)^{1/2}}{C^2} = 0 \end{aligned} \tag{P1.38}$$

Niektoré modely pracujú s výrazmi *HU* a *HV* ako s premennými q_x a q_y (merné prietoky), pričom dynamické rovnice a rovnicu kontinuity riešia pre H, q_x , q_y .

Ak budú konvektívne členy a časová derivácia rozložené podľa príslušných pravidiel, a bude zavedená substitúciu podľa rovnice kontinuity (P1.16) a výsledok bude delený celkovou hĺbkou *H*, výsledkom bude zjednodušený vzťah

$$\frac{\partial U}{\partial t}+U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}-fV+g\frac{\partial \zeta}{\partial x}-\frac{KW^2}{H}\cos\psi+\frac{gU\left(U^2+V^2\right)^{1/2}}{HC^2}=0 \qquad \text{(P1.39)}$$

Analogickým odvodením sa dospeje k dynamickej rovnici pre smer *y*

$$\frac{\partial V}{\partial t}+U\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}+fU+g\frac{\partial \zeta}{\partial y}-\frac{KW^2}{H}\sin\psi+\frac{gV\left(U^2+V^2\right)^{1/2}}{HC^2}=0 \qquad \text{(P1.40)}$$

Rovnice (P1.39) a (P1.40) predstavujú základné rovnice zachovania hybnosti v tvare, v akom sú využívané v mnohých dvojrozmerných matematických modeloch prúdenia vody.

Sústavu diferenciálnych rovníc plytkej vody (napr. v tvare (P1.16), (P1.39), (P1.40)) nie je možné riešiť analyticky, preto je potrebné používať približné riešenia, založené na numerických metódach. Cieľom týchto riešení je transformovať príslušnú sústavu parciálnych diferenciálnych rovníc a zodpovedajúce okrajové podmienky na sústavu algebraických rovníc.

Najrozšírenejšie metódy toho to typu sú metódy konečných diferencií (MIKE 21 [104]) a konečných prvkov. V ďalšom budú podané charakteristiky týchto prístupov.

ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

[1] AGROSKIN, I. I. - DIMITRIJEV, G. T. a i.: *Hydraulika I.* 1. vyd. Praha: SNTL, 1955. Preklad z ruského originálu.

[2] BRDIČKA, M. - SAMEK, L. a i.: *Mechanika kontinua*. 1. vyd. Praha: ACADEMIA, 2000. ISBN 80-200-0772-5

[3] DUŠIČKA, P. - KVĚTON, R. a i.: *Application of 1-D Modeling in the Process Operating the Channel Power Plants of the Vah Cascade*. In: Proceedings of the VII International Symposium of Water Management and Hydraulic Engineering, Medzybrodzie Zywiecke, Poland, 2001, s. 71 – 78.

[4] DUŠIČKA, P. - KVĚTON, R.: *1-D Modeling in the Process Operating the Channel Power Plants - Theory, Application and Results*. In: Advances in Hydro - Science and - Engineering, CD ROM, Warsaw, Poland, 2002.

[5] DVOŘÁK, I. - MARŠÍK, F. a i.: *Biotermodynamika.* 1. vyd. Praha: ACADEMIA, 1982.

[6] FERREIRA DA SILVA, A. M. - YALIN, M. S.: *Stream Morphology in the Light of the Second Law and Turbulence*, In: Advances in Hydro - Science and - Engineering, CD ROM, Warsaw, Poland, 2002.

[7] GABRIEL, P.- HARTOŇ, W.: *Výskum hydraulického režimu derivačných kanálov Vážskej kaskády pri špičkovaní.* Záverečná správa B-PÚ-104, VÚVH Bratislava, 1971.

[8] HAKEN, H.: *Synergetics - An Introduction.* 2. vydanie, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1978. Ruský preklad. Moskva: Mir, 1980.

[9] KAMENSKÝ, J. - KVĚTON, R. a i.: *Nepermanentný režim prúdenia v derivačnom kanáli VD Gabčíkovo a jeho vplyv na energetickú prevádzku a plavbu*. Záverečná správa, katedra HTE SvF STU, Bratislava, 1998.

[10] KAMENSKÝ, J. - KVĚTON, R. a i.: *Movyko – model vývoja korýt riek – hydrodynamická časť*. In: International Water-management Colloquy, Brno, 2001, s. 127 – 132.

[11] KAMENSKÝ, J. - KVĚTON, R. a i.: *Non-permanent flowing regime in derivation channel of Gabcikovo water work.* In: VI. International Symposium on Water management and hydraulic engineering, Dubrovnik, Croatia, 1998.

[12] KAMENSKÝ, J. – KVĚTON, R. a i.: *Moderné metódy v hydrodynamike otvorených korýt a podzemných vôd.* CD skriptá kurzu č. 22 ESF Celoživotné vzdelávania v stavebníctve a geodézii, SvF STU v Bratislave, 2006.

[13] KAMENSKÝ, J. - KVĚTON, R.: *Matematické modelovanie erózno-sedimentačných procesov vo vodných tokoch.* Podkladový materiál pre záverečnú správu etapy 03.03 VTP - Výskum upraviteľnosti zdrojov pitnej vody a environmentálne aspekty vodných tokov, katedra HTE SvF STU, Bratislava, 1999.

[14] KĽÚČOVSKÁ, J. - KVĚTON, R.: *Dvojrozmerné matematické modelovanie prúdenia v nádržiach.* Práce a štúdie č. 121, VÚVH Bratislava, 1992.

[15] KĽÚČOVSKÁ, J. - KVĚTON, R. : *Zostavenie 2D matematického modelu prúdenia pri objektoch.* Záverečná správa etapovej úlohy B-PU-DOD-A57.01.02, VÚVH Bratislava, 1991.

[16] KREMPASKÝ, J. a i.: *Synergetika*. 1. vyd. Bratislava: VEDA - vydavateľstvo SAV, 1988.

[17] KREMPASKÝ, J. - KVĚTON, R.: *Development of Structures in the States Far from Equilibrium at External Regulations.* In: *Acta Physica Slovaca, vol. 33,* VEDA – vydavateľstvo SAV, 1983, č. 2, s. 115 – 128.

[18] KREMPASKÝ, J. - KVĚTON, R.: *Dynamics of Two-Component Coupled Systems*. In: *Systems Analysis Modelling Simulation, vol. 7*, *č. 2*. Akademie-Verlag Berlin, 1990, s. 145 – 153.

[19] KREMPASKÝ, J. - KVĚTON, R.: *Selection in Regulated Auto catalytic Systems.* In: *General Physiology and Biophysics, vol. 05.* VEDA – vydavateľstvo SAV, 1986, s. 517 – 528.

[20] KREMPASKÝ, J.: *Synergetika.* 2. vyd. Bratislava: Vydavateľstvo STU v Bratislave, 2001.

[21] KVĚTON R.: *Matematické modelovanie prúdenia vody v otvorených korytách*, vydavateľstvo STU v Bratislave, 2012, 145 strán, ISBN 978-80-227-3810-1

[22] KVĚTON, R. - DUŠIČKA, P.: *Mathematical Model of Water Work Drahovce – Madunice*. In: VIII. International Symposium on Water management and hydraulic engineering, Podbanské, 2003, s. 227 – 234.

[23] KVĚTON, R. - DUŠIČKA, P.: *Terrain Measurements and Calibration of Hydro Dynamical Model of Water Work Drahovce-Madunice*. In: Proc. Ninth International Symposium on Water Management and Hydraulic Engineering, Ottenstein, 2005, s. 229 – 238.

[24] KVĚTON, R. - DUŠIČKA, P.: 3*D model prúdenia vody cez a okolo hydraulických objektov*. In: International Water Management Colloquy, Brno, 2001, s. 316 – 319.

[25] KVĚTON, R.: *Matematický model VE Madunice*. In: *Acta Hydrologica Slovaca*, 4, 2003, č. 2, 2003, vydavateľstvo SAV, s. 282 – 287.

[26] KVĚTON, R.: *VD Hričov zvýšenie hladiny – technická štúdia - Hydraulické posúdenie*. ETIRS, Bratislava, 2004.

[27] KVĚTON, R.: *Vznik nových štruktúr v stavoch vzdialených od rovnováhy pri externej regulácii.* Kandidátska dizertačná práca, KF EF SVŠT Bratislava, 1985.

[28] LOPEZ, J. L.: *Mathematical modeling of sediment deposition in reservoirs*. Fort Collins: Hydrology Papers No. 95, Colorado State University, 1978.

[29] MÄSIAR, E. - KAMENSKÝ J.: *Hydraulika II*. 3. vyd. Bratislava: Vydavateľstvo STU v Bratislave, 2001. ISBN 80-227-1487-9

[30] MERAVÁ, H.: *Výskum turbulencie využitím databázy vytvorenej priamou numerickou simuláciou.* Záverečná správa projektu VEGA 1/6304/99, katedra HTE SvF STU, Bratislava, 2001.

[31] MISIK, M.: *Velocity and discharge distribution in natural river with floodplains*. In: Advances in Hydro - Science and - Engineering, CD ROM, Warsaw, Poland, 2002.

[32] MOHAMMADI, B. - PIRONNEAU, O.: *Analysis of the K-Epsilon TURBULENCE MODEL.* Research in Applied Mathematics, JOHN WILEY & SONS, MASSON, 1994. NASSON. ISBN 2-225-84391-0

[33] MOSSELMAN E.: *Modeling of river morphology with non-orthogonal horizontal curvilinear coordinates.* Delft: Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering, Delft University of technology, 1991.

[34] PINDER, G. F.- GRAY, W. G: *Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology*. Academic Press, New York San Francisco London, 1977. ISBN 0-12-556950-5

[35] ŘÍHA, J. a i.: *Matematické modelování hydrodynamických a dispersních jevů.* 1. vyd. Brno: VUT v Brne, 1997. ISBN 80-214-0827-8

[36] ŠOLTÉSZ, A. - KVĚTON, R. a i.: *Hydrologic-Hydraulic Assessment of Internal Water Drainage in Lowland Regions of Slovakia*. In: IX. International Symposium on Water management and hydraulic engineering, Ottenstein, Austria, 2005, s. 229 – 238.

[37] ŠOLTÉSZ, A. - KVĚTON, R. a i.: *Water Management in Drainage Areas of the East Slovakian Lowland.* In: International scientific conference Innovation and Utility in the Visegrad Fours, Nyiregyhaza, Hungaria, 2005, s. 229 – 238.

[38] STELLING, G. S.: *On the Construction of Computational Methods for Shallow Water Flow Problems.* The Hague: Rijskwaterstaat, Communications, No. 35, 1984.

[39] SZYMKIEWICZ, R.: *Numerical Modeling in Open Channel Hydraulics,* Springer Science+ Business Media, 2010, 419 pages, ISBN 978-90-481-3673-5

[40] SZYMKIEWICZ, R.: *Modelowanie matematyczne przeplywow w rzekach i kanalach*. 1. vyd. Warszava: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2000.
ISBN 83-01-13171-3

[41] VALENTA P.: *Dvourozměrné proudění v otevřených korytech – řešení metodou konečných prvků. Podklady na článok*, Praha, 1992.

[42] VERSTEEGH, J.: *The Numerical Simulation of 3-D Flow through or around Hydraulic Structures*. Delft: Communications on Hydraulic and Geotechnical Engineering, Delft University of Technology, 1989. ISSN 0169-6548

[43] ZIENKIEWICZ, O.C.: *The Finite Element Method.* 3. vyd. London: Mc GRAW-HILL Book Company (UK) Limited, 1977. ISBN 0-07-084072-5

[44] HYDROPROJSTAV: *Ondava - prestavba pravobrežnej hrádze 7,070 – 14,200,* Hydroprojstav s. r. o., Košice, dokumentácia pre územné rozhodnutie, marec 2005

[45] HYDROPROJEKT: *Markovce – sanácia ľavobrežnej hrádze Ondavy*, Hydroprojekt Košice s. r. o., projekt stavby, september 2004

[46] MIŠÍK, M. a i.: *Hydrodynamické modelovanie transformačného účinku prietrže hrádze na Ondave v lete 2004*, zdroj : www.google.com

[47] *SMERNICA EURÓPSKEHO PARLAMENTU A RADY 2007/60/ES* z 23.októbra 2007 o hodnotení a manažmente povodňových rizík, Zdroj: 6.11.2007 SK Úradný vestník Európskej únie L 288/27

[48] ŠOLTÉSZ, A. – KVĚTON, R. - BAROKOVÁ D.: *Possibilities of Flood Protection on the Ondava River in Influence of Anthropogenic Activities on Water Regime of Lowland Territory*, Physics of Soil Water, Vinianske jazero Lake, 2011, Slovak Republic

[49] STU v Bratislave, Stavebná fakulta: *VD Liptovská Mara - Kompletná dokumentácia výpočtu prielomovej vlny - Dopočet od hate Trenčianske Biskupice*, *Technická* správa, 477/2009-Z, Bratislava 08/2010

[50] EUROSENSE: *Digitálny model terénu © EUROSENSE, s.r.o.*, www.eurosense.sk

[51] ORFÁNUS, M.: *3D modelovanie prúdenia pre návrh a optimalizáciu prevádzky hydrotechnických objektov protipovodňovej ochrany.* STUBA. Bratislava. 2011

[52] ORFÁNUS, M a i.: Simulácia prúdenia vody cez funkčný objekt poldra Oreské 3D matematickým modelom. Acta Hydrologica Slovaca 2011. Bratislava, 2011.

[53] KVĚTON, R. - ORFÁNUS, M. a i.: The Directive of Dam break modelling from the hydraulic structure and two dimensional numerical models. WHME 2011. Gdaňsk. ISBN 978-83-7348-374-3.

[54] MŽP SR: *Smernica Ministerstva Životného prostredia Slovenskej republiky* z 30.apríla 2007 č.1/2007 – 1.5. pre výpočet prielomovej vlny z vodnej stavby.

[55] ORFÁNUS, M. - DUŠIČKA, P.: *Posúdenie vtoku na agregát TG-1*, Hydraulická štúdia MVE, Bratislava, Júl 2014

[56] HUBER, B. – KORGER, H. – FUCHS, K.: *Hydraulic optimization of a T-junction* - hydraulic model tests and CFD simulation. 31st IAHR Congress. Korea. 2005. ISBN 978-8987898247

[57] KAY, M.: *Practical Hydraulics*, second edition. New York : Taylor & Francis, 2008. ISBN 9780415351157.

[58] KORYTÁROVÁ, J. a i.: Povodně a nemovitý majetek v území, Práce a studie Ústavu stavební ekonomiky a řízení FAST VUT v Brně, Sešit 7, Brno: Akademické nakladatelství CERM, s. r. o., Brno. 2007. ISBN 978-80-7204-573-0.

[59] ORFÁNUS, M.: Modelovanie preplachu predhatia vodnej elektrárne, interný katedrový výskum, Bratislava, 2011.

Programová dokumentácia

[100] HAESTED METHODS - Computer Applications in Hydraulics Engineering. Haested Press, 1997. ISBN 0-9657580-1-X

[101] HDM 2000 - verzia 3.0, užívateľská príručka. ETIRS, Bratislava, 2001.

[102] HEC-RAS - River Analysis System, Hydraulic Reference Manual, version 3.1, US Army Corps of Engineers, 2002.

[103] MIKE 11 version 3.01 - General reference manual. DHI, 1992.

[104] MIKE 21 Sand Transport Processes Manual - User Guide. DHI, 1994.

[105] MOVYKO - Model vývoja riečnych korýt, užívateľská príručka. ETIRS, Bratislava, verzia 1.1, 1999.

[106] SOBEK River/Estuary - User Manual, WL / Delft Hydraulics, 2000.

[107] ANSYS INC.: ANSYS FLUENT 12.0 User's Guide. April 2009.

SÚHRN

HYDROINFORMATIKA

SIMULÁCIA PROCESOV PRÚDENIA POVRCHOVEJ VODY V OTVORENÝCH KORYTÁCH A CEZ VODOHOSPODÁRSKE OBJEKTY

Hydroinformatika (Hydroinformatics) je odvetvie informatiky, ktorá sa zameriava na používanie informačných a komunikačných technológií v riešení stále vážnejších problémov ako je efektívne a súčasne aj bezpečné využívanie vody na rôzne účely. Protipovodňová ochrana, ako aj spravodlivé prerozdeľovanie vody sú stále dôležitejšie v období prebiehajúcej klimatickej zmeny. Prudký rozvoj hydroinformatiky si vyžiadal od roku 2011 vydávanie samostatného časopisu Journal of Hydroinformatics a organizovanie vlastných odborných konferencií s dvojročným cyklom, ktoré sú zastrešované IAHR, IWA a IAHS.

Hydroinformatika čerpá a integruje poznatky z hydrauliky, hydrológie, inžinierstva životného prostredia a mnoho ďalších odborov. Poskytuje podporu na rozhodovanie na všetkých úrovniach, od samosprávy a politického vedenia jednotlivých štátov, cez vedenie konkrétnych operácií.

Skriptá sú venované problematike simulácie procesov prúdenia povrchovej vody v otvorených korytách a cez vodohospodárske objekty. Teoretická časť je zameraná na vysvetlenie základných fyzikálnych rovníc pre prúdenie vody v 3D, 2D a 1D aproximácii. Sú tu popísané diskretizačné postupy umožňujúce matematické modelovanie skúmaných fyzikálnych dejov s poukázaním na presnosť takto získaných výsledkov a stabilitu modelovacích procesov.

Teoretická časť je previazaná na konkrétne aplikácie modelovania prúdenia vody pre vodohospodárske potreby a priemyselné účely. Matematické modelovanie poskytuje cenné podklady tak v etape projekčnej prípravy nových vodohospodárskych objektov, pri optimalizácii ich prevádzky, ako aj pri návrhu ich rekonštrukcie. Veľký dôraz je venovaný aj možnostiam modelovania povodňových javov a návrhu protipovodňových opatrení.

Nenahraditeľné sú matematické modely prúdenia vody hlavne v oblasti modelovania hypotetických udalostí ako sú povodne s nízkou pravdepodobnosťou opakovania (napr. 1000 ročné povodne) alebo simulácie dopadov katastrofických povodní v dôsledku poruchy vodného diela (napr. deštrukcia priehradného múru nádrže s veľkým objemom vody).

Modelovať takéto extrémne javy nám priamo ukladá ***Smernica Európskeho Parlamentu a Rady 2007/60/ES*** o hodnotení a manažmente povodňových rizík.

Metodika modelovania je priebežne vysvetľovaná na logickej výstavbe programu HEC-RAS, ktorý sa využíva ako modelovací nástroj v rámci cvičení v predmete hydroinformatika. Využívanie prostriedkov CAD a GIS pri príprave modelov (preprocessing) ako aj pri spracovaní výsledkov modelovania (postprocessing) má priamy vplyv na aktívne pochopenie procesov vznikajúcich pri prúdení vody s voľnou hladinou.

SUMMARY

HYDROINFORMATICS

SIMULATION OF PROCESS OF THE FREE SURFACE FLOW OF WATER IN OPEN CHANNELS AND THROUGH THE HYDRAULIC STRUCTURES

Hydroinformatics is a branch of science, which focuses on the use of information and communication technologies in the addressing the increasingly serious problems as effectively and at the same time the usage of water for various purposes. Flood protection and equitable redistribution of water are becoming increasingly important in the ongoing climate change. Rapid development of hydroinformation requested from 2011 separate issue of the Journal of Hydroinformatics and organizing their own professional conferences with a two-year cycle, which are covered by a IAHR IWA and IAHS.

Hydroinformatics draws on and integrates knowledge of hydraulics, hydrology, environmental engineering and many other fields. Provides support for decision making at all levels of government and political leadership of the countries, through the management of specific operations.

Textbook is dedicated to the simulation of processes of surface water flow in open channels and through hydraulic structures. The theoretical part is focused on explanation of the basic physical equations for water flow in 3D, 2D and 1D approximation. It describes discretization procedures enabling the mathematical modeling of physical phenomena studied, showing the accuracy of the results obtained thus stability and modeling processes.

The theoretical part is tied to specific applications of modeling water flow for water supplies and industrial purposes. Mathematical modeling provides valuable input only at the stage of project preparation of new hydraulic structures, while optimizing their operation, as well as the design of the reconstruction. Great emphasis is devoted to the modeling capabilities of flood phenomena and design of flood control measures.

Indispensable are mathematical models of water flow, especially in the field of modeling of hypothetical events such as floods with a low probability (e.g. 1000 annual floods) or simulate the impact of catastrophic flooding due to failure of the dam (e.g. The destruction of the dam reservoir with a large volume of water). Modelling extreme events are directly

imposed by **Directive of the European Parliament and Council Directive 2007/60 / EC** on the assessment and management of flood risks.

Modeling methodology is continuously explained at a logical construction of the HEC-RAS, which is used as a modeling tool in the exercises in the subject Hydroinformatics. The use of CAD and GIS resources in preparing models (preprocessing) as well as the processing of modeling results (postprocessing) has a direct impact on active understanding of the processes resulting from the flow of water with a free surface.

ŽIVOTOPISY AUTOROV

Doc. Ing. Radomil Květon, PhD. sa narodil 30. septembra 1954 v Krnove (okr. Bruntál, ČR). Študoval na Gymnáziu Jura Hronca v Bratislave (1970 až 1974) v triede so zameraním na programovanie výpočtovej techniky. Štúdium na Elektrotechnickej fakulte Slovenskej vysokej škole technickej v Bratislave absolvoval v odbore Fyzika tuhých látok a ukončil ho štátnymi skúškami v roku 1979. V diplomovej práci sa venoval problematike matematického modelovania nelineárnych nerovnovážnych systémov. Popri štúdiu pracoval na Výskumnom ústave vodného hospodárstva v Bratislave ako programátor analytik (1975 až 1979), kam aj po ukončení štúdia nastúpil do trvalého pracovného pomeru (1979 až 1992). Od roku 1993 pracuje vo firme ETIRS, spol. s r. o., ktorá sa zameriava na matematické modelovanie prúdenia povrchových vôd a tvorbu špecializovaných technicko-ekonomických informačných systémov.

Pôsobenie v pedagogickej oblasti – V období rokov 2001 až 2006 pôsobil ako hosťujúci docent na Katedre hydrotechniky Stavebnej fakulty STU v Bratislave. Tu prednášal predmet *Matematické modelovanie v hydraulike*, ktorý sa neskôr transformoval na predmet *Hydroinformatika*. V roku 2007 obhájil habilitačnú prácu a prednáša predmety *Hydraulika II.*, *Hydraulika povodní a GIS mapovanie* a *Prúdenie tekutín*.

V rámci postgraduálneho štúdia, okrem už uvedených predmetov, viedol prednášky na témy *Výpočtová hydraulika, Využitie výpočtovej techniky vo vodnom hospodárstve, Hodnotenie vplyvu na životné prostredie metodikou EIA* a *Synergetika*. V kurzoch Európskeho sociálneho fondu (ESF) Celoživotného vzdelávania v stavebníctve a geodézii zabezpečoval prednášky *Moderné metódy v hydrodynamike otvorených korýt a podzemných vôd* – časť Hydraulika otvorených korýt, (2006), *Hydroinformatika* – časť Numerické riešenie hydraulických procesov otvorených korytách, (2006), *Hydrologické a hydraulické aspekty protipovodňovej ochrany* (2007).

Pôsobenie v odbornej a vedeckej oblasti – Špecializuje sa na problematiku matematického modelovania prúdenia povrchových vôd, možnosti aplikácie termodynamiky nerovnovážnych procesov pri prúdení tekutín a opis procesov na základe nelineárnych rovníc. Je spoluautorom 2 monografií, 2 skrípt (CD pre ESF), autor alebo spoluautor 64 odborných a vedeckých článkov. Zúčastnil sa na riešení 7 medzinárodných projektov, 4 národných projektov a 43 výskumných úloh a expertíz. Je člen Odborovej komisie VHI (2010-) a Pracovnej skupiny 5 „Povodne" pri Ministerstve životného prostredia SR (2010-).

Ing. Martin Orfánus, PhD. sa narodil 29. augusta 1983 v Bratislave. Študoval na Gymnáziu Alberta Einsteina v Bratislave (1999 až 2003). Štúdium na Stavebnej fakulte STU v Bratislave absolvoval v odbore Vodné stavby a vodné hospodárstvo a ukončil ho štátnymi skúškami v roku 2008. V diplomovej práci sa venoval problematike matematického modelovania riečneho systému na „Bardejovsku". V roku 2012 obhájil dizertačnú prácu na tému „Výskum vplyvu parametrov bočného priepadu na hydraulické charakteristiky prúdenia 3D modelovaním".

Popri štúdiu pracoval v projekčnej spoločnosti Hydroconsulting s. r. o. (2007 – 2008), konzultačnej firme v oblasti prúdenia vody DHI Slovakia s. r. o. (2008 – 2009) a spoločnosti na výrobu oceľových konštrukcii LINECO s. r. o. (2009 – 2011).

Pôsobenie v pedagogickej oblasti – Od roku 2012 pôsobí ako odborný asistent na Katedre hydrotechniky Stavebnej fakulty STU v Bratislave. Tu vedie cvičenia z predmetov *Hydrotechnické stavby, Manažment prevádzky hydrotechnických stavieb, Hydraulika povodní a GIS mapovanie* a *Počítačová podpora projektovania v hydrotechnike.*

V rámci postgraduálneho štúdia, okrem už uvedených predmetov, viedol cvičenia v anglickom jazyku predmetov *Hydraulika, AutoCAD a iné.*

Pôsobenie v odbornej a vedeckej oblasti – Špecializuje sa na problematiku matematické modelovanie, hydraulika objektov, 1D, 2D a 3D modelovanie prúdenia kvapalín a obtekania v okolí hydrotechnických stavieb.