

# PROGRAM NA KONTRÓLNE VÝPOČTY ŽELEZOBETÓNOVÝCH STĚPŮV

## Abstract:

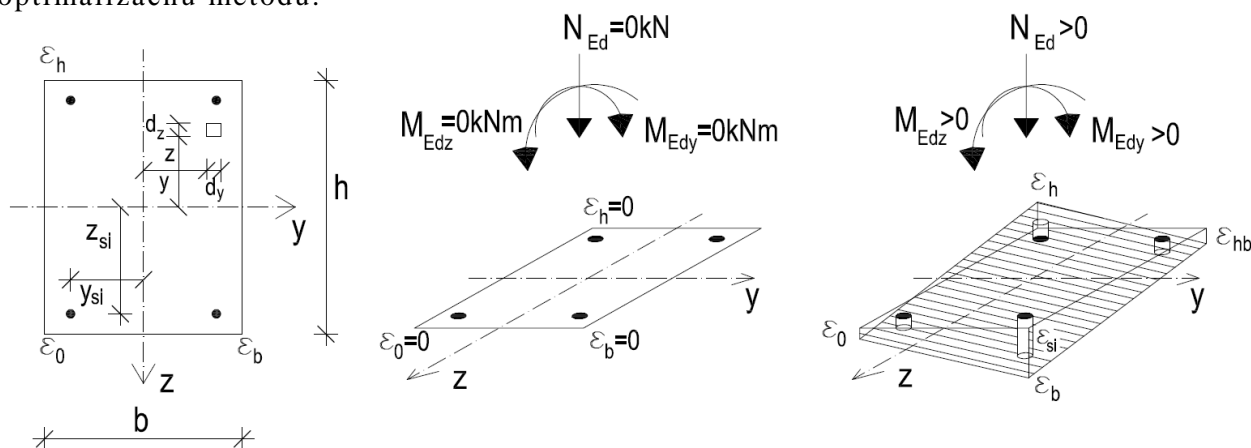
Príspevok sa zaoberá jednoduchým programom na výpočet železobetónových stěpov. Program používa na výpočet stěpa namáhaného dvojsovým ohybom s osovou silou všeobecnú nelineárnu metódu. K dispozícii sú dva základné prierezy stěpa - obdĺžnik a kruh.

## 1. ÚVOD

Cieľom príspevku je ponúknuť inžinierom v praxi program, voľne stiahnuteľný na [www.svf.stuba.sk/kbkm/programy](http://www.svf.stuba.sk/kbkm/programy), na výpočet odolnosti stěpov. Norma STN EN 1992-1-1 ponúka tri rôzne postupy na výpočet excentricity druhého rádu - metódu krivosti, metódu tuhosti a všeobecnú metódu. Pri použití prvých dvoch metód môže projektant dôjsť k rozdielným výsledkom a je otázka, ktorá metóda dáva presnejšie výsledky. Prostredníctvom programu, ktorý používa všeobecnú metódu, si užívateľ jednoducho skontroluje výsledné hodnoty.

## 2. ALGORITMUS VÝPOČTU

Prvým krokom k riešeniu všeobecnej nelineárnej analýzy stěpa bolo potrebné vyriešiť železobetónový prierez namáhaný vonkajším zaťažením ( $N_{Ed}$ ,  $M_{Edy}$ ,  $M_{Edz}$ ). Vychádzame z troch rovníc ( $\sum N = 0$ ,  $\sum M_z = 0$ ,  $\sum M_y = 0$ ) o troch neznámych ( $\epsilon_0$ ,  $\epsilon_h$ ,  $\epsilon_b$ ). Kde ( $\epsilon_0$ ,  $\epsilon_h$ ,  $\epsilon_b$ ) sú pomerné pretvorenia prierezu a definujú nám sklon roviny, ktorá je reakciou prierezu s výstužou na vonkajšie zaťaženie obr.1. Vzhľadom na nelineárny charakter pracovných diagramov betónu a výstuže riešenie si vyžaduje použiť Newtonovú optimalizačnú metódu.

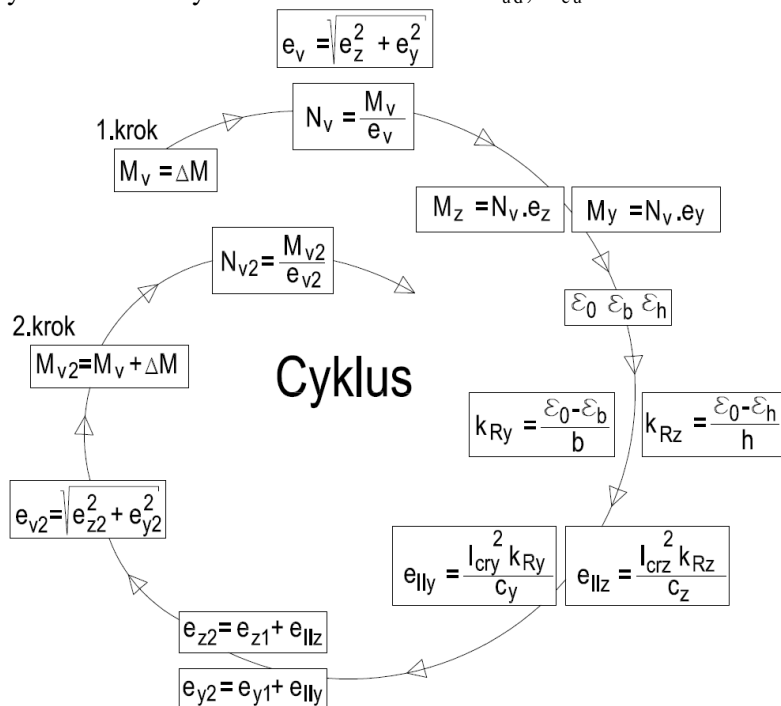


Obr 1. Súradný systém prierezu a deformácia prierezu pri pôsobení sily a dvojice momentov

## 3. VŠEOBECNÁ METÓDA - DVOJISOVÝ OHYB S OSOVOU SILOU

Program vychádza z počiatočného rovnovážneho stavu ( $\epsilon_0=0$ ,  $\epsilon_h=0$ ,  $\epsilon_b=0$ ) a zvolených začiatočných excentricít prvého rádu  $e_z$  a  $e_y$ . V každom kroku výpočtu sa pridá postupne momentový prírastok  $\Delta M$  (od jeho veľkosti závisí presnosť a rýchlosť výpočtu, jeho použitie bude vysvetlené neskôr) k výslednému momentu  $M_v$  (Obr. 2). Keďže poznám výsledný moment a výslednú excentricitu v príslušnom kroku, dopočítam zodpovedajúcu normálovú silu  $N_{Ed}$ . Z nej sa získajú momenty  $M_z=N_{Ed} \cdot e_z$  a  $M_y=N_{Ed} \cdot e_y$ . Výsledný moment pre nastavujúci krok sa vypočíta ako vektorový súčet momentov  $M_z$  a  $M_y$ . Tieto vonkajšie sily ( $N_{Ed}$ ,  $M_z$ ,  $M_y$ ) vstupujú do rovníc na výpočet ( $\epsilon_0$ ,  $\epsilon_h$ ,  $\epsilon_b$ ) deformácií plochy prierezu. Výsledkom každého kroku je natočenie roviny prierezu ( $\epsilon_0$ ,  $\epsilon_h$ ,  $\epsilon_b$ ). Z pomerných pretvorení cez rovnicu na určenie krivosti v oboch

smeroch dopočítame excentricity II. rádu ( $e_{IIz}$ ,  $e_{IIy}$ ). Následne sa prirátajú k začiatočným excentricitám prvého rádu  $e_{z2}=e_{z1}+e_{IIz}$ ,  $e_{y2}=e_{y1}+e_{IIy}$  ( $e_{z2}$ -excentricita vstupujúca do nastavujúceho kroku vo výpočte,  $e_{z1}$ -excentricita v aktuálnom kroku vo výpočte). Výslednú excentricitu  $e_v$  získame ako vektorový súčet excentricít  $e_z$  a  $e_y$ . So zvýšenou excentricitou  $e_v$  vstupujem do ďalšieho kroku v cykle. Cyklus sa preruší po dosiahnutí medzných hodnôt výstuže alebo betónu  $\varepsilon_{ud}$ ,  $\varepsilon_{cu}$ .



Obr. 2 Schéma výpočtu

#### 4. PROGRAM NA VÝPOČET ŽELEZOBETÓNOVÝCH STĹPOV

Pred tým ako sa spustí program je potrebné, aby sa zachoval symbol bodka "." v základnom nastavení počítača a nebol zmenený na symbol čiarka ",",.

Po spustení aplikácie Beton stĺp sa otvorí program obr.3.

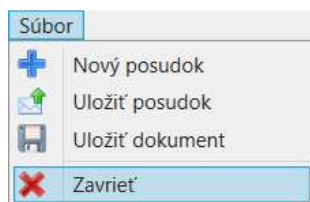
Obr. 3 Program na výpočet železobetónových stĺpov

V ľavom hornom rohu cez tlačítko "Súbor" obr.4 sú na výber štyri možnosti obr.4.

"Nový posudok" - po stlačení sa nastaví výpočtový program do východzieho štádia tzn. vynuluje všetky vyplnené políčka a užívateľ môže zadávať nové vstupné hodnoty na výpočet stĺpa.

"Uložiť posudok" - po ukončenom výpočte zapíše do dokumentu aktuálne výsledky vo vybranom kroku. Rovnakú funkciu má tlačítko "Uložiť údaje".

"Uložiť dokument" - slúži na zosumarizovanie všetkých posudkov, ktoré boli uložené prostredníctvom "Uložiť údaje resp. Uložiť posudok" a ich uloženie do výsledného dokumentu. Výsledný dokument je vytvorený vo wordovskom formáte.



Obr.4 Súbor

## 5. POSTUP VÝPOČTU

Ako prvé sa vyplní textbox "Označenie prierezu" napr. S1. Informácia slúži na identifikovanie vypočítaného stĺpa vo výslednom dokumente. Ďalej užívateľ požadáva vstupné hodnoty pre betón a oceľ.

"Prac. diagram betónu" - na výber sú tri pracovné diagramy betónu.

"Pre analýzu" - pracovný diagram betónu podľa vzorca ((3.14) 3.1.5 STN EN 1992-1-1), v ktorom je dosiahnutá maximálna stredná hodnota pevnosti betónu v tlaku  $f_{cm}$ .

"Para-obdĺžnik" - parabolicko-obdĺžnikový ((3.17) 3.1.7 STN EN 1992-1-1) idealizovaný pracovný diagram betónu pre navrhovanie s maximálnou návrhovou pevnosťou betónu v tlaku  $f_{cd}$ .

"Lin-obdĺžnik" - bilineárny idealizovaný (podľa obr.3.4 3.1.7 STN EN 1992-1-1) pracovný diagram betónu pre navrhovanie s maximálnou návrhovou pevnosťou betónu v tlaku  $f_{cd}$ .

"Návrh-analýza" - pracovný diagram betónu podľa vzorca ((3.14) 3.1.5 STN EN 1992-1-1), v ktorom sú hodnoty  $k$  a  $f_{cm}$  nahradené návrhovou pevnosťou v tlaku  $f_{cd}$  a  $E_{cm}$  je nahradené hodnotou  $E_{cd}=E_{cm}/\gamma_{cE}$ . Kde  $\gamma_{cE}=1,2$ . Podľa (5.8.6 Všeobecné metóda) je dovolené používať takýto pracovný diagram betónu na nelineárnu analýzu.

"Účinky" - pre výpočet stĺpov je prednastavená hodnota "dlhodobé" účinky. Pri výpočte sa maximálna pevnosť betónu môže znížiť na 85% z pôvodnej hodnoty. Vo vzťahu  $f_{cd}=\alpha_{cc}\cdot f_{ck}/\gamma_c$  ( $\alpha_{cc}=0,85$ ) ((3.15) 3.1.6 STN EN 1992-1-1). Odporúčaná hodnota ( $\alpha_{cc}=1$ ).

"Situácia" - má vplyv na výpočet návrhovej hodnoty pevnosti betónu v tlaku  $f_{cd}$  a návrhovej pevnosti ocele  $f_{yd}$  prostredníctvom súčiniteľa  $\gamma_c$  resp.  $\gamma_s$ . Pre trvalú a dočasnú situáciu sú hodnoty  $\gamma_c=1,5$  a  $\gamma_s=1,15$ . Pre mimoriadnu situáciu sú hodnoty  $\gamma_c=1,2$  a  $\gamma_s=1,0$ . Vo vzťahu  $f_{yd}=f_{yk}/\gamma_s$ .

"Prac. diagram ocele" - na výber sú dva pracovné diagramy ocele podľa (obr.3.8) 3.2.7 STN EN 1992-1-1.

Bez vodorovnej vetvy - návrhový pracovný diagram ocele so stúpajúcou vetvou. Je vhodnejší pre nelineárne výpočty, pretože má len stúpajúce vetvy, čo je vhodnejšie pri hľadaní riešenia.

S vodorovnou vetvou - návrhový pracovný diagram ocele s vodorovnou vetvou.

Označenie prierezu

Trieda betónu

C20/25  
C25/30  
C30/37

Prac. diagram betónu

Pre analýzu  
Para-obdĺžnik  
Lin-obdĺžnik  
Návrh-analýza

Trieda ocele

B500A  
B500B  
B500C

Prac. diagram ocele

Bez vodorovnej vetvy  
S vodorovnou vetvou

Účinky

krátkodobé  
dlhodobé

Situácia

trvalá  
dočasná  
mimoriadná

Priemer strmeňa [mm]

cnom[mm]

tvar prierezu

obdĺžnik  
kruh

0.3

0.25

výška h [m]

šírka b [m]

Rady	Počet	Priemery	Vzdialenosť
Spodný	3	16	46
Horný	4	16	254
	2	16	100
	2	16	200

Obr.5 Vstupné údaje

"tvar prierezu" - na výber sú dva tvary prierezu stĺpa - obdĺžnik a kruh. Po výbere obdĺžnikového prierezu sa vyplnia textboxy na určenie geometrie prierezu stĺpa "výška h [m]" a "šírka b [m]" (v metroch). Pri vpisovaní hodnôt sa môže použiť buď bodka alebo čiarka.

"Priemer strmeňa [mm]" - zadáva sa priemer strmeňa v milimetroch

"cnom[mm]" - krytie strmeňa v milimetroch

Hodnoty v textboxoch "Priemer strmeňa [mm]" a "cnom[mm]" majú význam pri výpočte súradníc jednotlivých výstuží vid' obr.7. V prípade obdĺžnikového prierezu hodnoty ovplyvňujú výpočet súradníc výstuže po šírke prierezu a v prípade kruhového prierezu vplývajú na výpočet súradníc jednotlivých výstuží v oboch smeroch.

Označenie prierezu

Trieda betónu

C20/25  
C25/30  
C30/37

Prac. diagram betónu

Pre analýzu  
Para-obdĺžnik  
Lin-obdĺžnik  
Návrh-analýza

Trieda ocele

B500A  
B500B  
B500C

Prac. diagram ocele

Bez vodorovnej vetvy  
S vodorovnou vetvou

Účinky

krátkodobé  
dlhodobé

Situácia

trvalá  
dočasná  
mimoriadná

Priemer strmeňa [mm]

cnom[mm]

tvar prierezu

obdĺžnik  
kruh

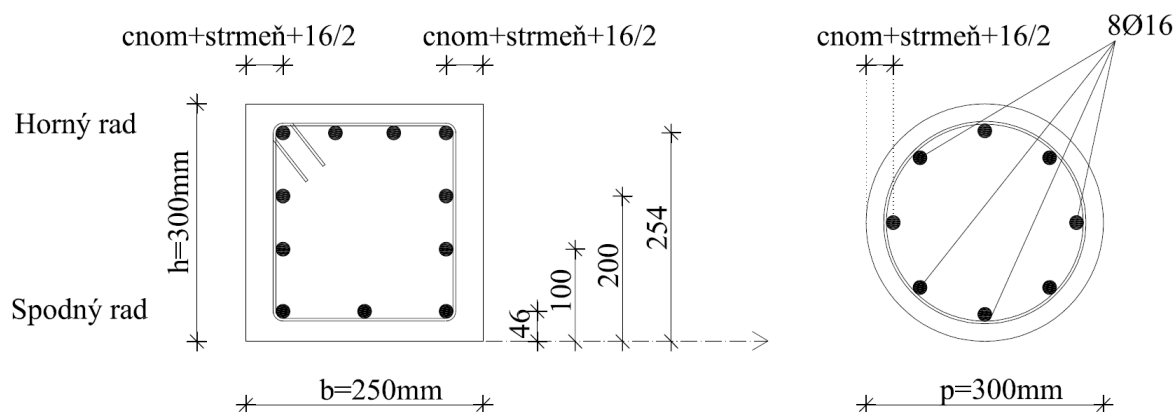
0.3

Počet výstuží v kruhu

Priemer hl. výstuže v kruhovom priereze

priemer [m]

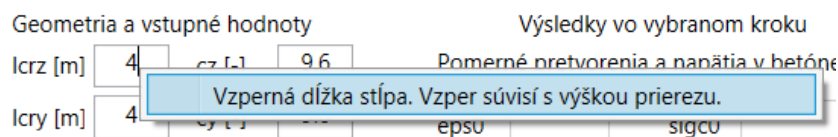
Obr.6 Zadávanie vstupných hodnôt pre kruhový prierez stĺpa



Obr.7 Znárodné zadáné prierezy stĺpov z obr.5 a obr.6. Význam textboxov "Priemer strmeňa [mm]" a "cnom[mm]"

Tabuľka na zadávanie výstuže pre obdĺžnikový prierez je voľne editovateľná. Po spustení programu sú zadefinované dva rady výstuže, ktoré môže užívateľ ľubovoľne prepísať. Jednoduchým spôsobom (vyplnením ďalších riadkov tabuľky) sa pridávajú ďalšie rady výstuže.

Poznámka: Pri stlačení pravého tlačítka na myši v ktoromkoľvek textboxe sa ukáže nápoveda o význame daného textboxu vid' obr.8.



Obr.8 Nápoveda

"Geometria a vstupné hodnoty"

$l_{crz}$  [m] - vzperná dĺžka stĺpa. Súvisí s výškou prierezu stĺpa

$l_{cry}$  [m] - vzperná dĺžka stĺpa. Súvisí so šírkou prierezu stĺpa

$e_z$  [m] - excentricita prvého rádu  $e_z = M_{Edz} / N_{Ed} + e_i$ . Minimálna hodnota  $e_z$  ( $\max(h/30; 20\text{mm})$ )

$N_{Ed}$  - osová sila. Vid' obr.10.

$M_{Edz}$  - základný návrhový ohybový moment prvého rádu v smere z

$e_i$  - náhodná excentricita (približne  $e_i = l_{crz}/400$ )

$e_y$  [m] - excentricita prvého rádu  $e_y = M_{Edy} / N_{Ed} + e_i$ . Minimálna hodnota  $e_y$  ( $\max(b/30; 20\text{mm})$ )

$M_{Edy}$  - návrhový ohybový moment prvého rádu v smere y

$e_i$  - náhodná excentricita (približne  $e_i = l_{cry}/400$ )

$c_z$  [m] - súčiniteľ rozdelenia krivosti v smere z. Hodnoty vid' obr.14

$c_y$  [m] - súčiniteľ rozdelenia krivosti v smere y. Hodnoty vid' obr.14

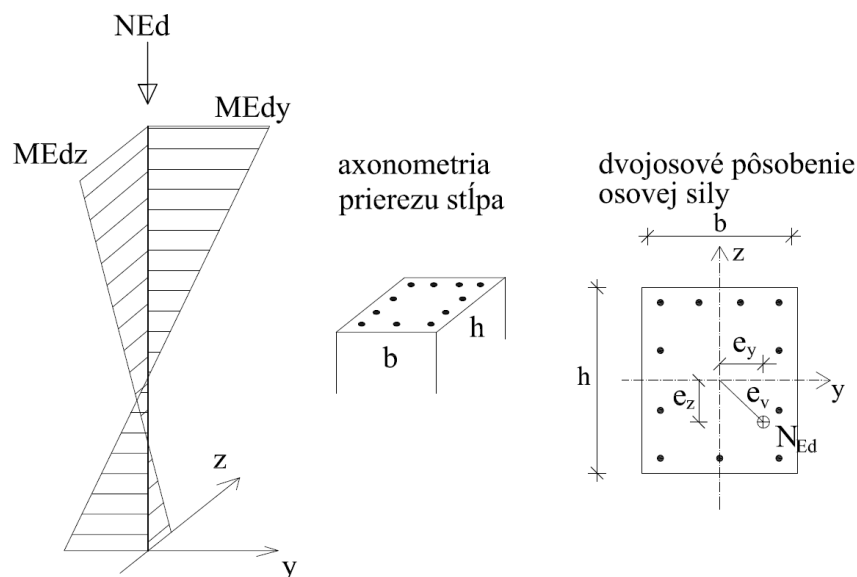
$\Delta M$  [kNm] - veľkosť momentového prírastku (vid' obr.12) v každom kroku výpočtu. Jej veľkosť ovplyvňuje presnosť a rýchlosť výpočtu. Prednastavená hodnota 3kNm.

"Výpočet" - po zadání vstupných hodnôt stlačte Výpočet

Geometria a vstupné hodnoty			
$l_{crz}$ [m]	4	$c_z$ [-]	9.87
$l_{cry}$ [m]	4	$c_y$ [-]	9.87
$e_z$ [m]	0.08	$\Delta M$ [kNm]	
$e_y$ [m]	0.02		3
Výpočet			

Obr.9 Geometria a vstupné hodnoty

Príklad: máme  $N_{Ed} = -632 \text{ kN}$ ,  $M_{Edz} = 51 \text{ kNm}$ ,  $M_{Edy} = 10 \text{ kNm}$ . Ak sa nezohľadní náhodná excentricita  $e_i$ , potom  $e_z = 51/632 = 0,08 \text{ m}$ ,  $e_y = 20/632 = 0,016$ . Avšak minimálna hodnota základnej excentricity podľa ((4) 6.1 STN EN 1992-1-1) je  $\max(b/30, 20 \text{ mm})$ , preto  $e_y = 0,02$ . Za súčiniteľa rozdelenia krivosti  $\chi$  a  $\eta$  sa zadajú hodnoty podľa obr.13. V našom prípade  $\chi$  a  $\eta = 9,87$  čo je približná hodnota  $\pi^2$ .



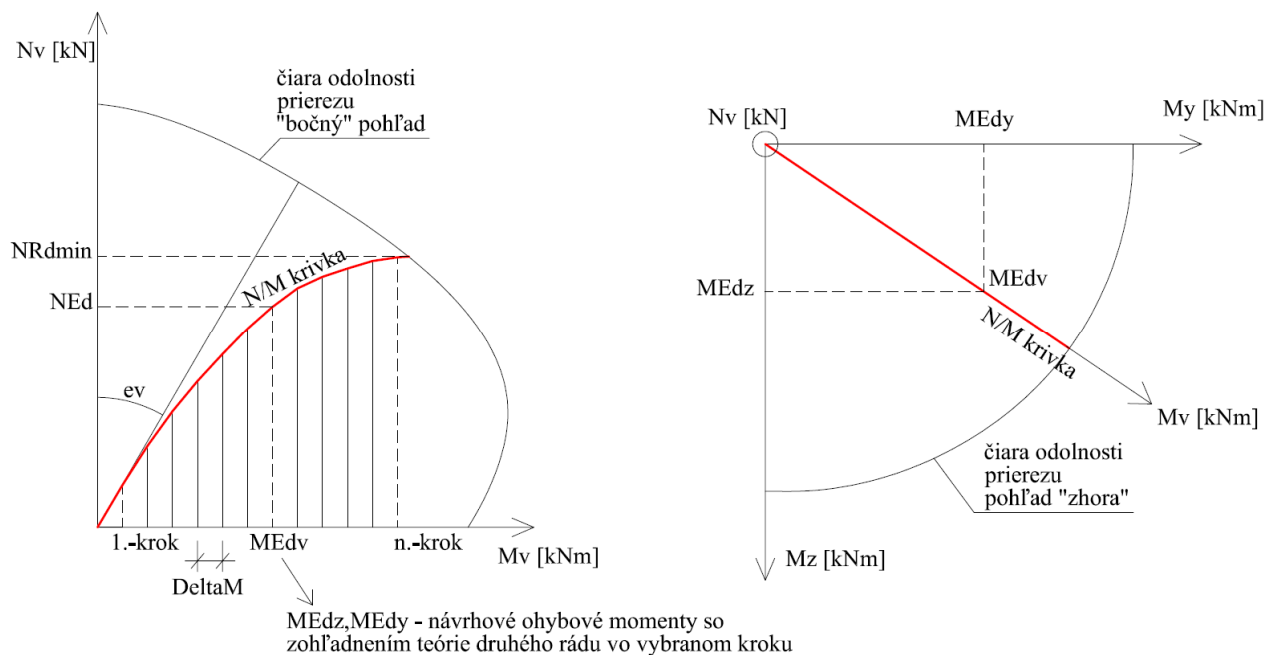
Obr.10 Priebiech vnútorných síl na stĺpe - osová sila  $N_{Ed}$  a ohybové momenty  $M_{Edz}$  a  $M_{Edy}$ . Ekvivalentné zaťaženie osovou silou na excentricitách prvého rádu  $e_z$  a  $e_y$

Geometria a vstupné hodnoty				Výsledky vo vybranom kroku			
$l_{crz} [\text{m}]$	4	$\chi [-]$	9.87	Pomerné pretvorenia a napätia v betóne			
$l_{cry} [\text{m}]$	4	$\eta [-]$	9.87	$\epsilon_{s0}$	0,0011	$\sigma_{s0}$	0
$e_z [\text{m}]$	0.08	DeltaM [kNm]		$\epsilon_{sb}$	0,0003	$\sigma_{sbc}$	0
$e_y [\text{m}]$	0.02		3	$\epsilon_{sh}$	-0,001	$\sigma_{shc}$	-14
Výpočet				$\epsilon_{shb}$	-0,0018	$\sigma_{shcb}$	-16,72
Najväčšia dosiahnutá sila v stĺpe				Pomerné pretvorenia a napätia vo výstuži			
$N_{Rdmin} [\text{kN}]$		-758,12		$\epsilon_{smax}$	0,0006	$\sigma_{smax}$	122,94
Vnútorné sily vo vybranom kroku				$\epsilon_{smin}$	-0,0013	$\sigma_{smin}$	-261,27
krok	20			Využitie bet. prierezu		Využitie výstuže	
$N_{Ed} [\text{kN}]$	-641,73			98,4		60	
$M_{Edz} [\text{kNm}]$	57,87			Vyber krok			
$M_{Edy} [\text{kNm}]$	15,83			Uložiť údaje			
				Uložiť dokument			

Obr.11 Výsledky vo vybranom kroku 20. Najväčšia dosiahnutá odolnosť stĺpa je  $N_{Rdmin} = -758 \text{ kN}$

Po výpočte sa vypíšu výsledné hodnoty pomerných pretvorení prierezu stĺpa ( $\epsilon_{s0} = \epsilon_0$ ,  $\epsilon_{sh} = \epsilon_h$  atď. vid' obr.1, v prípade kruhového prierezu sa zobrazia max. a min. hodnoty pomerných pretvorení), zodpovedajúce napätie k pomerným pretvoreniam ( $\sigma_{s0}$ ,  $\sigma_{sh}$  ... v MPa), maximálna a minimálna hodnota pomerného pretvorenia vo výstuži ( $\epsilon_{smax}$  a  $\epsilon_{smin}$ ) a k tomu zodpovedajúce napätia ( $\sigma_{smax}$  a  $\sigma_{smin}$  v MPa). Výsledné hodnoty v textboxoch sa menia podľa bežca "Vyber krok". Na konečné porovnanie  $N_{Rdmin}$  s  $N_{Ed}$  je potrebné nastaviť s bežcom najbližšiu hodnotu  $N_{Ed}$  v našom prípade to je 20 krok, kde  $N_{Ed} = -641 \text{ kN}$  čo je približne rovné  $-632 \text{ kN}$  (druhá možnosť - vo výslednom dokumente priamo prepísať  $N_{Ed} = -632 \text{ kN}$  na presnú hodnotu a výsledný súčiniteľ spoľahlivosti dopočítať  $-758/-632 = 1,19$ ). Najdôležitejší údaj výpočtu je maximálna odolnosť stĺpa  $N_{Rdmin}$ , ktorú je potrebné porovnať s návrhovou silou  $N_{Ed}$  na stĺpe. Pomer medzi  $N_{Rdmin}$  k  $N_{Ed}$  je výsledný súčiniteľ spoľahlivosti železobetónového stĺpa. Je na každom statikovi akú hodnotu súčiniteľa spoľahlivosti si zvolí za bezpečnú. V našom konkrétnom prípade vyšiel súčiniteľ spoľahlivosti 1,18, čo je malá hodnota vzhľadom naskutočnosť, že sa jedná o stabilitné porušenie stĺpa.





Obr.12 Znáznornenie priebehu výslednej priestorovej krivky N/M

Na obr.12 je schématicky znázornená výsledná priestorová krivka závislosti osovej sily NEd od výsledného momentu MEDv. Vpravo na obr.12 je znázornený pohľad zhora na výslednú krivku a rozloženie výsledného momentu MEDv do dvoch smerov MEDz a MEDy.

Po vybranom kroku prostredníctvom "Vyber krok" a zvolených výsledkoch stačí "Uložiť údaje". Následne sa údaje potrebné pre statický výpočet uložia do dokumentu. Ďalej môže užívateľ posudzovať nový stĺp a ukladať ďalšie výsledky do dokumentu. Na záver je potrebné "Uložiť dokument". Výsledný formát dokumentu je znázornený na obr.13. Je na užívateľovi či ponechá tvar pôvodného posudku alebo ho môže voľne editovať.

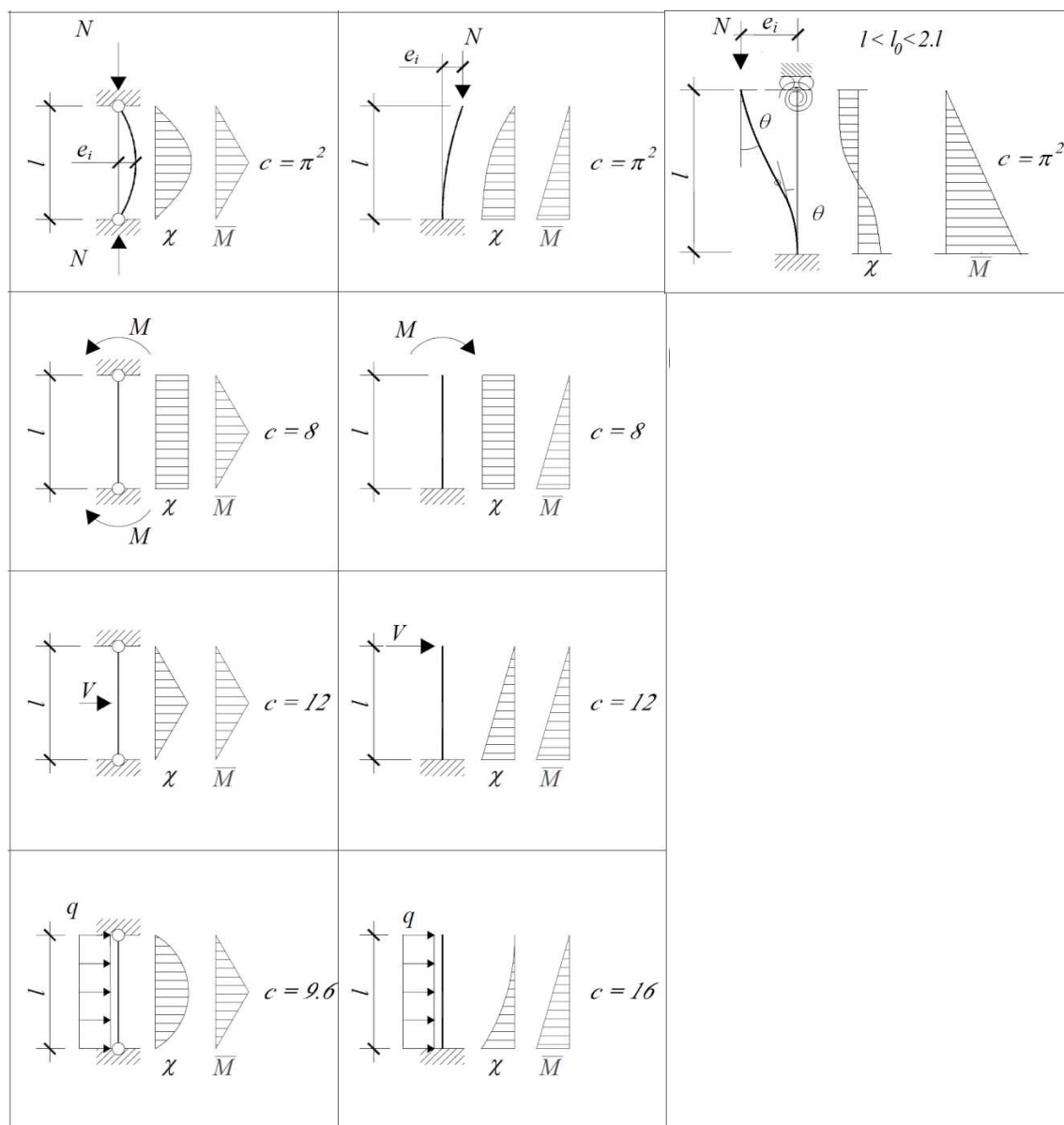
Posúdenie železobetónového stĺpa  
 Názov prvku: S1  
 Geometria prierezu: obdĺžnik 250/300 mm  
 Materiálové charakteristiky:  $f_{cd}=17$  MPa ,  $f_{yd}=434,78$  MPa  
 Geometria a zaťaženie stĺpa  
 $l_{crz}=4m$  ,  $l_{cry}=4m$  - vzperné dĺžky stĺpa  
 $e_{0z}=0,08m$ ,  $e_{0y}=0,02m$  - excentricity prvého rádu  
 $c_z=9,87$  ,  $c_y=9,87$  - súčinitele rozdelenia krivosti  
 Výstuž stĺpa  
 Priemer 16, Počet v rade 3, Vzďialenosť radu od spd. hrany 46  
 Priemer 16, Počet v rade 4, Vzďialenosť radu od spd. hrany 254  
 Priemer 16, Počet v rade 2, Vzďialenosť radu od spd. hrany 100  
 Priemer 16, Počet v rade 2, Vzďialenosť radu od spd. hrany 200  
 Odolnosť stĺpa  $NR_{dmin}=-758,12kN$   
 Vnútorňé sily v stĺpe v kroku 20  
 $N_{Ed}=-641,73$  kN ,  $M_{Edz}=57,87$  kNm ,  $M_{Edy}=15,83$  kNm  
 Využitie výstuže na 60 % Využitie betónu na 98,4 %  
 Železobetónový stĺp vyhovuje so súčiniteľom spoľahlivosti 1,18

Názov prvku: S2  
 Geometria prierezu: kruh priemer/300 mm  
 Materiálové charakteristiky:  $f_{cd}=17$  MPa ,  $f_{yd}=434,78$  MPa  
 Geometria a zaťaženie stĺpa  
 $l_{crz}=4m$  ,  $l_{cry}=4m$  - vzperné dĺžky stĺpa  
 $e_{0z}=0,08m$ ,  $e_{0y}=0,02m$  - excentricity prvého rádu  
 $c_z=9,87$  ,  $c_y=9,87$  - súčinitele rozdelenia krivosti  
 Výstuž stĺpa  
 Priemer výstuže 16mm, Počet v kruhu 8  
 Odolnosť stĺpa  $NR_{dmin}=-591,83kN$   
 Vnútorňé sily v stĺpe v kroku 14  
 $N_{Ed}=-447,36$  kN ,  $M_{Edz}=40,74$  kNm ,  $M_{Edy}=10,19$  kNm  
 Využitie výstuže na 45 % Využitie betónu na 93 %  
 Železobetónový stĺp vyhovuje so súčiniteľom spoľahlivosti 1,32

Obr.13 Výsledný statický výpočet posudzovaných železobetónových stĺpov

## 6. ZÁVER

V príspevku bol ukázaný princíp všeobecnej nelineárnej metódy na výpočet železobetónových stĺpov, ktoré sú namáhané dvojsovým ohybom s osovou silou. V opísanom programe je možné počítať stĺpy s obdĺžnikovým alebo kruhovým prierezmom. Ďalej príspevok podrobne popisuje ako užívateľ má správne používať výpočtový program.



Obr. 14 Hodnoty súčiniteľa rozdelenia krivosti  $c$  pre rôzne spôsoby namáhania stĺpa.  $\chi$  - krivosť

## Literatúra

- [1] STN EN 1992-1-1 : *Navrhovanie betónových konštrukcií*. Časť 1-1: Všeobecné pravidlá a pravidlá pre budovy, Bratislava, 2006.
- [2] Bohumil Bohunický: *Posúdenie obdĺžnikového železobetónového prierezu pri obecnom zaťažení s využitím procesora Mathcad*, Statika stavieb 2010, Zborník príspevkov z 15. konferencie, 19.-19. Marec 2010, Hotel Sorea Piešťany