Margita Vajsáblová

Axonometria

2. časť - kolmá axonometria

Kolmá axonometria

Definícia 3: **Axonometriu, ktorej smer premietania je kolmý na priemetňu nazývame** ***kolmá axonometria.***

ρ – priemetňa, $s \perp \rho$,

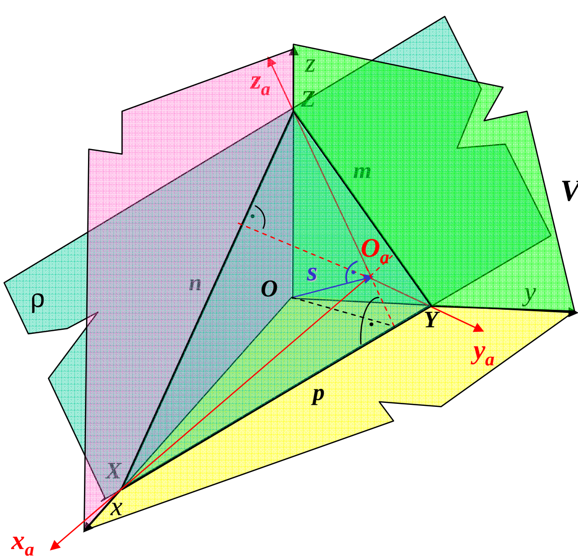
Súradnicová sústava $(O, x, y, z) \rightarrow (O_a, x_a, y_a, z_a)$

$x \cap \rho = X$,

$y \cap \rho = Y$,

$z \cap \rho = Z$,

Δ ***XYZ - axonometrický trojuholník.***

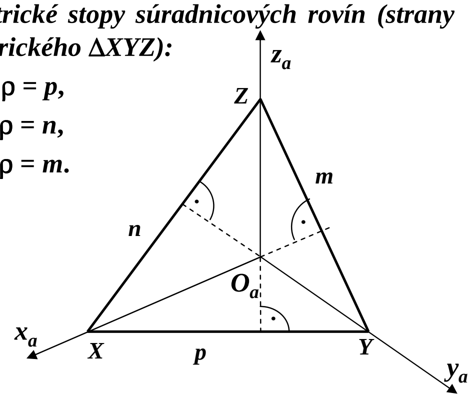


Axonometrické stopy súradnicových rovín (strany axonometrického ΔXYZ):

$\pi(x, y) \cap \rho = p$,

$\nu(x, z) \cap \rho = n$,

$\mu(y, z) \cap \rho = m$.

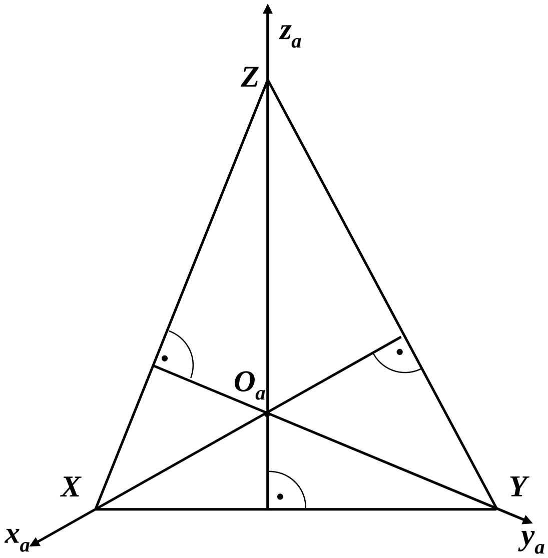


Vlastnosti axonometrického trojuholníka Δ XYZ:

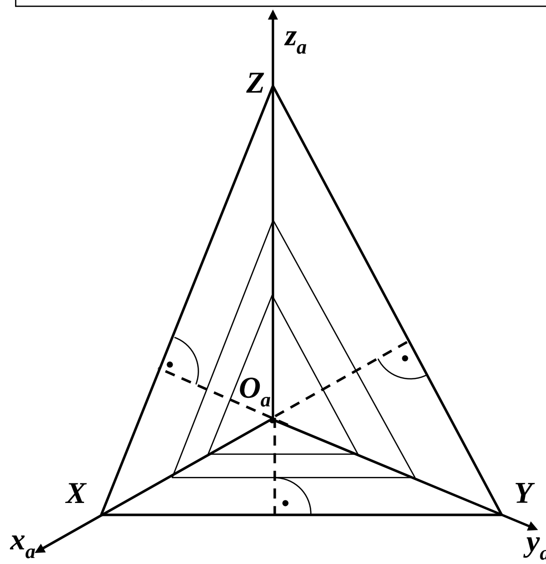
1. **Axonometrický Δ** ***XYZ*** **je ostrouhlý.**
2. **Axonometrické priemety súradnicových osí sú výšky axonometrického Δ** ***XYZ***, $x_a \perp m$, $y_a \perp n$, $z_a \perp p$.
3. **Axonometrický priemet začiatku súradnicovej sústavy** O_a **je priesečník výšok (ortocentrum) axonometrického Δ** ***XYZ.***
4. **Obrazy kladných polpriamok súradnicových osí v kolmej axonometrii zvierajú tupé uhly.**

Kolmá axonometria môže byť daná:

a*, axonometrickým trojuholníkom *XYZ* ⇒ obrazy osí zostrojíme ako výšky axonometrického Δ*XYZ



***b*, axonometrickým obrazom súradnicových osí x_a, y_a, z_a ⇒ strany axonometrického Δ*XYZ* sú kolmé na obrazy osí.**



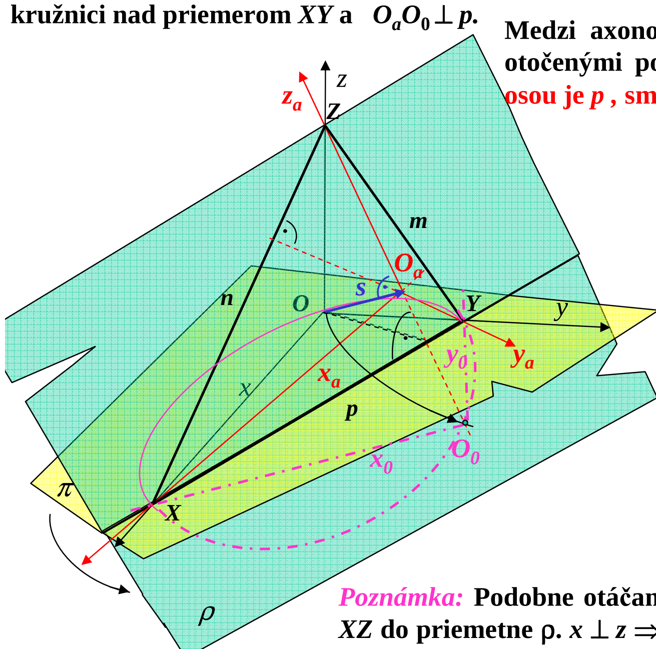
Všetky rovnoľahlé trojuholníky so stredom rovnoľahlosti O_a, ktorých výšky sú obrazy súradnicových osí, určujú jednu kolmú axonometriu.

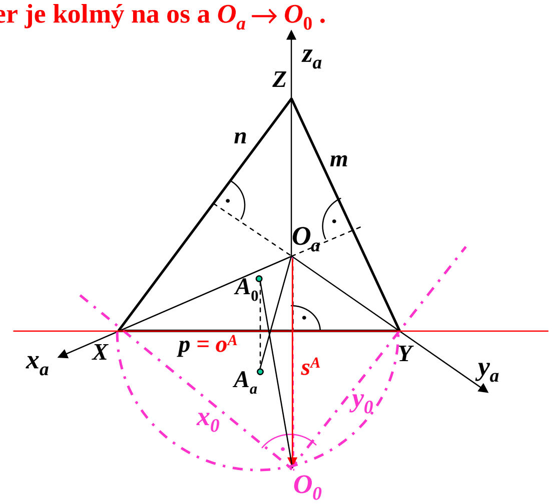
Otáčanie súradnicových rovín v kolmej axonometrii

***Otáčanie súradnicovej roviny* $\pi(x, y)$ okolo stopy $p = XY$ do priemetne ρ:**

Keďže platí $x \perp y$, potom bude $x_0 \perp y_0$, teda otočená poloha bodu O je O_0, ktorý leží na Thalesovej kružnici nad priemerom XY a $O_aO_0 \perp p$.

Medzi axonometrickými priemetmi bodov roviny π a ich otočenými polohami je vzťah perspektívnej afinity, ktorej osou je p, smer je kolmý na os a $O_a \to O_0$.





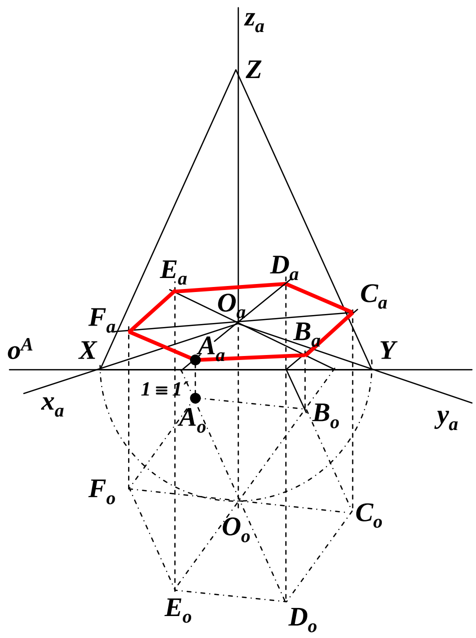
***Poznámka:* Podobne otáčame súradnicovú rovinu $\nu\,(x, z)$ okolo stopy $n = XZ$ do priemetne ρ. $x \perp z \Rightarrow x_0 \perp z_0$, teda O_0 leží na Thalesovej kružnici nad priemerom XZ a $O_aO_0 \perp n$.**

***Poznámka:* Podobne otáčame súradnicovú rovinu $\mu(y, z)$ okolo stopy $m = YZ$ do priemetne ρ.**

$y \perp z \Rightarrow y_0 \perp z_0$, teda O_0 leží na Thalesovej kružnici nad priemerom YZ a $O_aO_0 \perp m$.

Príklad

V kolmej axonometrii danej ΔXYZ zostrojte obraz pravidelného 6-uholníka, ktorý leží v súradnicovej rovine π. Stred 6-uholníka *ABCDEF* je v bode *O* a daný je vrchol *A*.

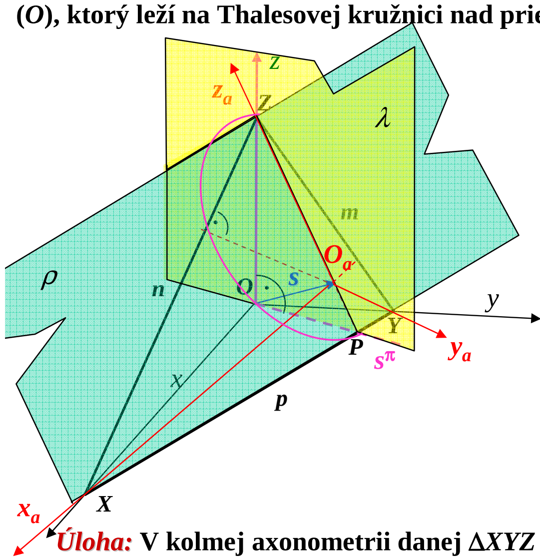


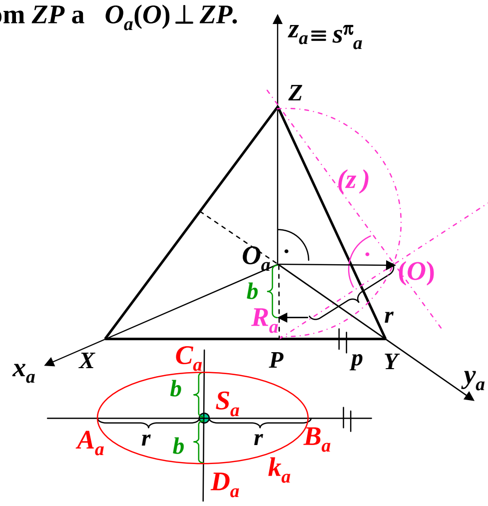
1. **Otočíme rovinu π okolo *XY* do axonometrickej priemetne ρ.**
2. **V perspektívnej afinite: $o = XY$, $O_a \to O_o$, zobrazíme $A_a \to A_o$ ($O_aA_a \cap o = 1 \equiv 1'$, $A_oO_o \cap o = 1 \equiv 1'$).**
3. **Zostrojíme pravidelný 6-uholník $A_oB_oC_oD_oE_oF_o$.**
4. **$A_oB_oC_oD_oE_oF_o$ zobrazíme v inverznej perspektívnej afinite do $A_aB_aC_aD_aE_aF_a$.**

Obraz kružnice ležiacej v súradnicovej rovine v kolmej axonometrii

***Sklápanie premietacej roviny λ súradnicovej osi z do priemetne* okolo *PZ* do priemetne ρ:**

Keďže os *z* je kolmá na rovinu $\pi(x, y)$, platí $z \perp s^\pi$ a $z_a \equiv s^\pi_a$. Nech *P* je axonometrický stopník spádovej priamky s^π. Potom v sklopení ich premietacej roviny bude $(z) \perp (s^\pi)$, teda sklopená poloha bodu *O* je (*O*), ktorý leží na Thalesovej kružnici nad priemerom *ZP* a $O_a(O) \perp ZP$.





***Úloha:* V kolmej axonometrii danej ΔXYZ zostrojte obraz kružnice $k = (S, r)$ ležiacej v rovine $\pi(x, y)$.**

***Riešenie:* Obrazom kružnice *k* ležiacej v súradnicovej rovine $\pi(x, y)$ je elipsa k_a:**

1. Hlavná os k_a je na hlavnej priamke, teda rovnobežná s axonometrickou stopou *p* a dĺžka hlavnej polosi je rovná polomeru r: $A_aB_a \parallel p$, $|A_aS_a| = |B_aS_a| = r$.

2. Vedľajšia os je na spádovej priamke roviny π, teda kolmá na axonometrickú stopu *p* a dĺžku vedľajšej polosi *b* určíme v sklopení premietacej roviny osi *z* a spádovej priamky do ρ: $(R) \in (s^\pi)$, $|(R)\,(O)| = r \Rightarrow |R_aO_a| = b$.