

Margita Vajsáblová

Geometrické základy matematickej kartografie – gnómonická azimutálna projekcia



Gnómonická projekcia

Vajsáblová, M.: Metódy zobrazovania 173

Definícia: Gnómonická projekcia je stredové premietanie referenčnej sféry Γ do roviny, pričom stred premietania S je totožný so stredom O referenčnej sféry Γ .

Čo je gnómonickým obrazom hlavných kružníc?

Veta 1: Gnómonickým obrazom všetkých hlavných kružníc sféry Γ sú priamky.

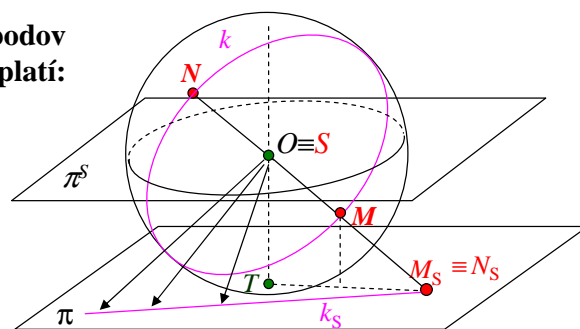
Dôsledok: Gnómonickým obrazom všetkých poludníkov, rovníka a ortodróm referenčnej sféry Γ sú priamky.

Veta 2: Gnómonické obrazy dvoch krajných bodov priemeru referenčnej sféry sú totožné, teda platí:
 $M_S[U, V] = N_S[-U, V+180^\circ]$

Dôsledok: Gnómonické obrazy zemepisných pólů sú totožné.

Poznámka: Body hlavnej kružnice, ktorá leží v rovine rovnobežnej s priemetňou, sa v gnómonickej projekcii zobrazia do nevlastných bodov.

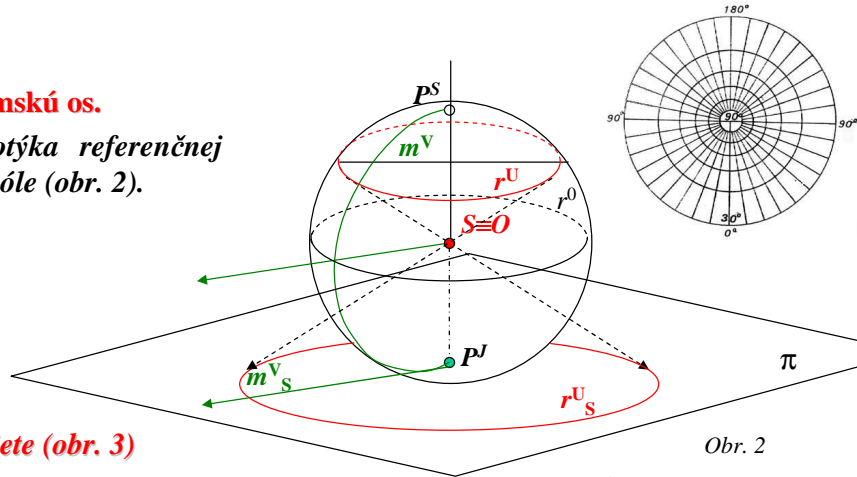
Autorom gnómonickej projekcie je Thales z Milétu (624-546 p.n.l.).



Obr. 1

Priemetňa je kolmá na zemskú os.

Nech sa priemetňa π dotýka referenčnej guľovej plochy v južnom póle (obr. 2).



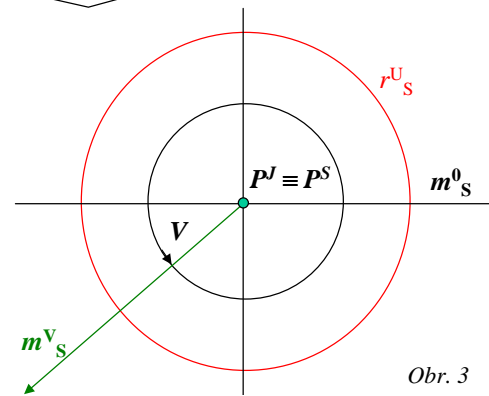
Obraz prvkov zemepisnej siete (obr. 3)

Poludníky sa zobrazia do zväzku priamok, so stredom v obraze pólom $P^J \equiv P^S$ a platí:

$$\angle(m^0_S, m^V_S) = V.$$

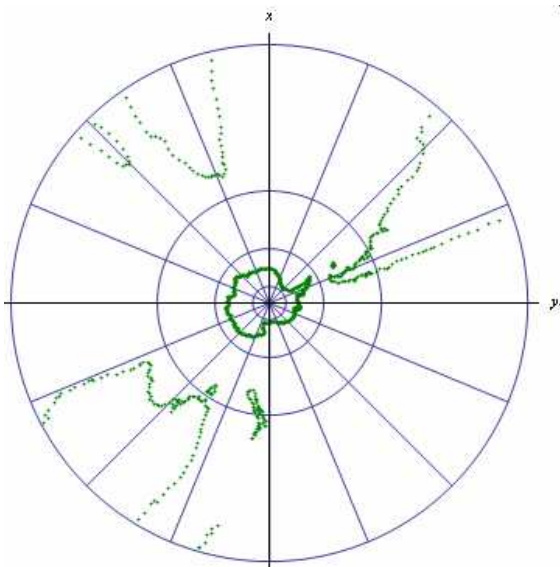
Ravnobežkové kružnice sa zobrazia do sústredných kružníc so stredom v obraze pólom.

Rovník r^0 sa zobrazuje do nevlastnej priamky roviny π .



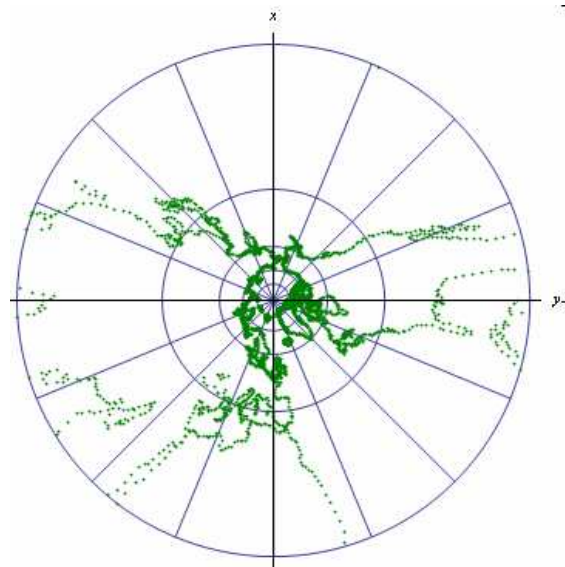
Obr. 3

Južná polguľa



Obr. 4

Severná polguľa



Obr. 5

Priemetňa π je kolmá na rovinu rovníka, teda rovnobežná so zemskou osou, nech sa dotýka guľovej plochy v bode T ležiacom na rovníku (obr. 6).

Obraz prvkov zemepisnej siete (obr. 7)

Obrazom **rovníka** je priamka, ktorá sa ho dotýka v bode T a leží v priemetni. Poludník prechádzajúci dotykovým bodom T nazývame **základný poludník**. Jeho obrazom je priamka kolmá na obraz rovníka a spolu tvoria osi súmernosti obrazu zemepisnej siete.

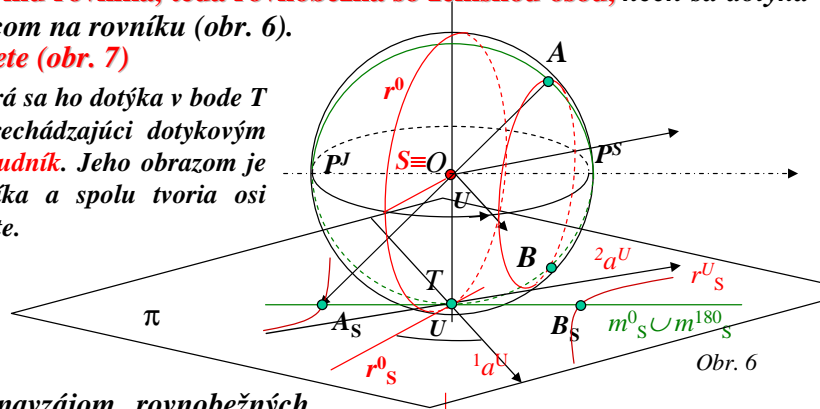
Póly sa zobrazia do bodu nevlastného, a to v smere kolmom na obraz rovníka,

$$\infty P^J \equiv \infty P^S.$$

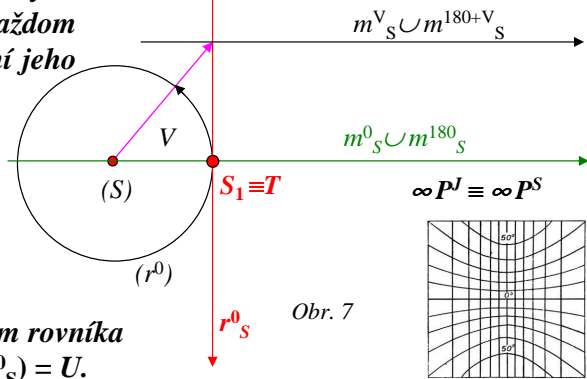
Poludníky sa zobrazia do navzájom rovnobežných priamok kolmých na obraz rovníka. Na každom poludníku skonštruujeme bod rovníka v sklopení jeho kolmo premietacej roviny do priemetne.

Ravnobežkové kružnice (obr. 6) – sa zobrazia do hyperbol:

- ich spoločnými osami sú obraz rovníka a základného poludníka,
- vrcholy dourčíme na základnom poludníku,
- asymptoty obrazu rovnobežky zvierajú s obrazom rovníka uhol rovnajúci sa jej zemepisnej šírke U : $\angle(a^U, r^0_s) = U$.

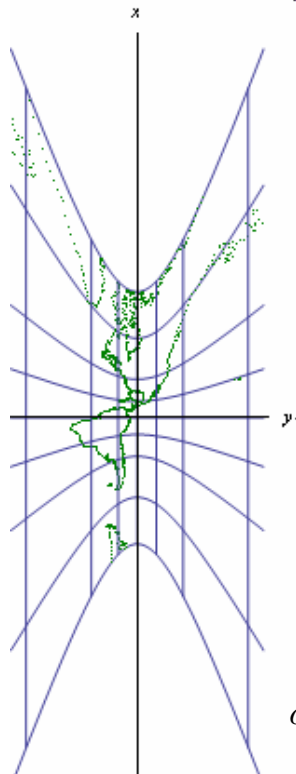


Obr. 6



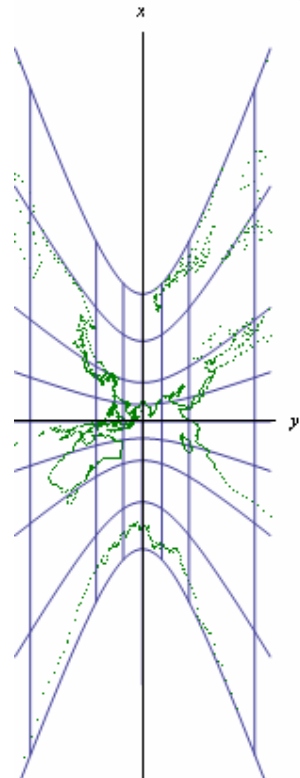
Obr. 7

Západná polguľa



Obr. 8

Východná polguľa

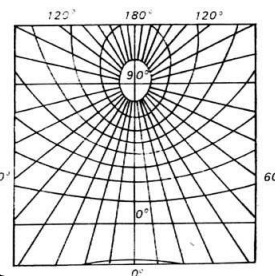


Obr. 9

Gnómonická projekcia vo všeobecnej polohe

Priemetňa π nie je kolmá na rovinu rovníka, ani na zemskú os.

Nech sa priemetňa π dotýka referenčnej guľovej plochy v ľubovoľnom bode T (obr. 10).



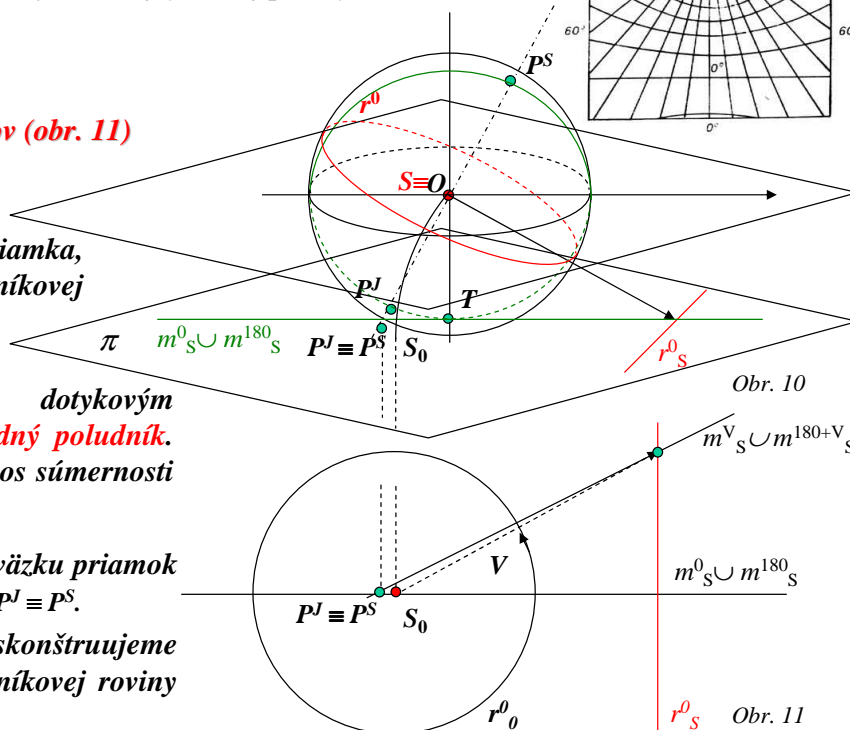
Obraz rovníka a poludníkov (obr. 11)

Obrazom **rovníka** je priamka, ktorá je priesečnicou rovníkovej roviny s priemetňou.

Poludník prechádzajúci dotykovým bodom T nazývame **základný poludník**. Jeho obrazom je priamka, os súmernosti obrazu zemepisnej siete.

Poludníky sa zobrazia do zväzku priamok so stredom v obraze pólou, $P^J \equiv P^S$.

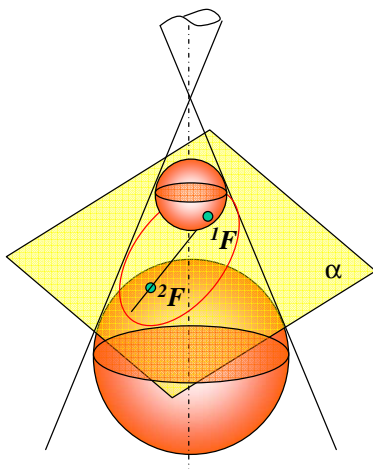
Na každom poludníku skonštruujeme bod rovníka v otočení rovníkovej roviny do priemetne.



Quetelet–Dandelinova veta

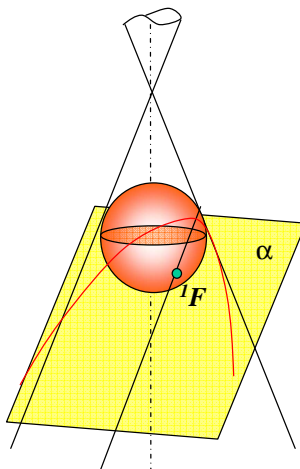
Rezom rotačnej kužeľovej plochy rovinou je kužeľosečka, ktorej ohniská sú dotykové body guľových plôch vpísaných do kužeľovej plochy.

Elipsa



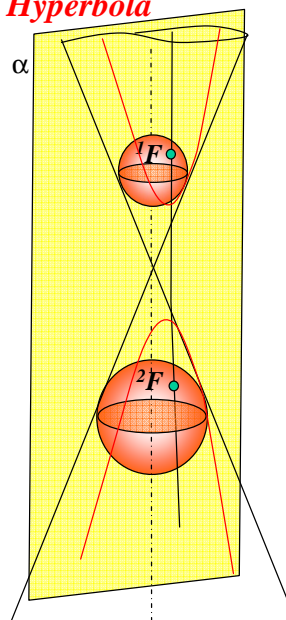
Obr. 12

Parabola



Obr. 13

Hyperbola

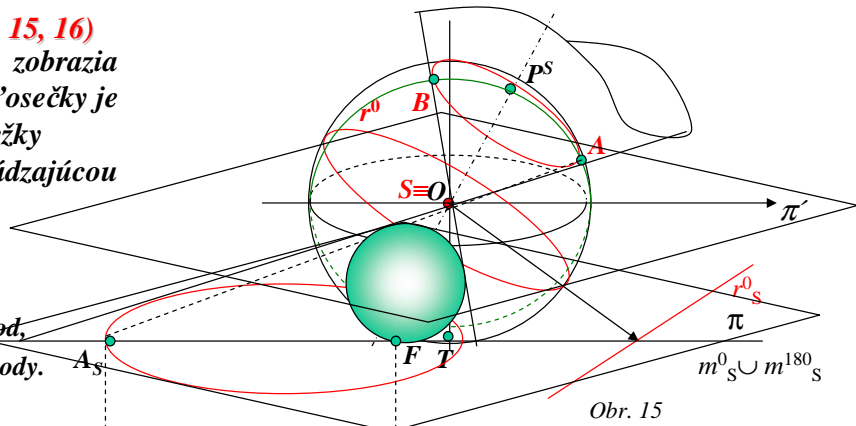


Obr. 14

Obráz rovnobežiek (obr. 15, 16)

Ravnoběžkové kružnice sa zobrazia do kužeľosečiek. Typ kužeľosečky je závislý od prieniku rovnobežky s rovinou π (prechádzajúcou stredom S , rovnobežnou s priemetňou):

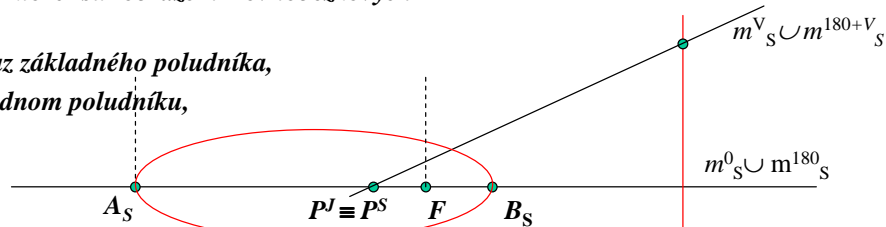
- elipsa - prázdny prienik,
- parabola - prienik je jeden bod,
- hyperbola - prienikom sú 2 body.



Obr. 15

Konštrukcia kužeľosečiek, ktoré sú obrazom rovnobežkových kružníc:

- ich spoločnou osou je obraz základného poludníka,
- vrcholy dourčíme na základnom poludníku,

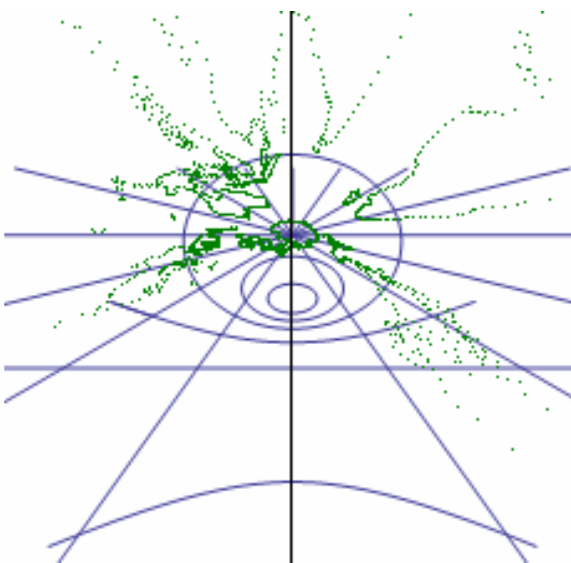


- ohniská dourčíme pomocou Quetelet-Dandelinovej vety ako dotykové body priemetne s guľovými plochami vpísanými do premietacej kužeľovej plochy.

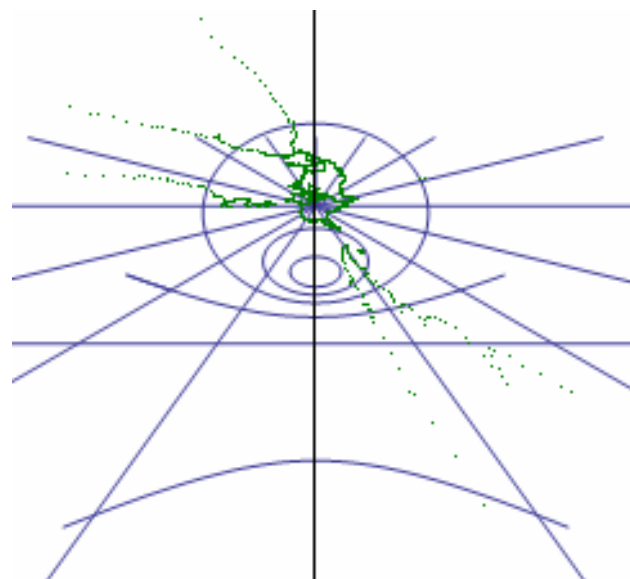
r^0_S

Obr. 16

Gnómonická projekcia – všeobecná poloha



Obr. 17



Obr. 18