

Margita Vajsáblová

# Geometrické základy matematickej kartografie

## - jednoduché valcové zobrazenia

### Jednoduché valcové zobrazenia

Vajsáblová, M.: Metódy zobrazovania 129

Jednoduché valcové zobrazenia sú zobrazenia referenčnej guľovej plochy na súosú valcovú plochu, kde v jej rozvinutí do roviny sa **poludníky a rovnobežky zobrazujú do navzájom kolmých priamok.** (V pólovej polohe to platí pre zemepisné, v rovníkovej a všeobecnej polohe pre kartografické poludníky a rovnobežky.)



Obr. 1

V tejto kapitole sa oboznámime s jednoduchými valcovými zobrazeniami v pólovej polohe, a to takými, ktorých obraz možno zostrojiť konštrukčne, príp. pomocou jednoduchých výpočtov.

#### Valcové zobrazenia ekvidištanné na poludníkoch

**Marinovo zobrazenie** (asi 100 n. l.) – nazývané tiež štvorcová (kvadratická mapa) – je to zobrazenie na dotykovú valcovú plochu ekvidištanné na poludníkoch a zachováva dĺžku rovníka (obr. 2).

Zobrazovacie rovnice bodu so zemepisnými súradnicami  $U, V$  na referenčnej guľovej ploche s polomerom  $R$ :

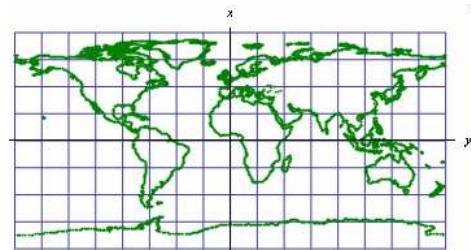
$$x = R U$$

$$y = R V$$

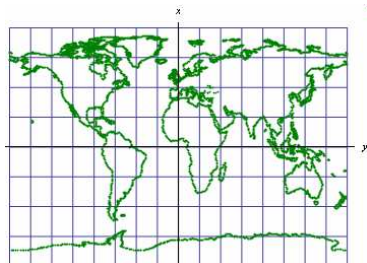
Ak je valcová plocha sečná v rovnobežkách  $\pm U_0$ , potom zobrazovacie rovnice:

$$x = R U$$

$$y = R V \cos U_0$$



Obr. 2



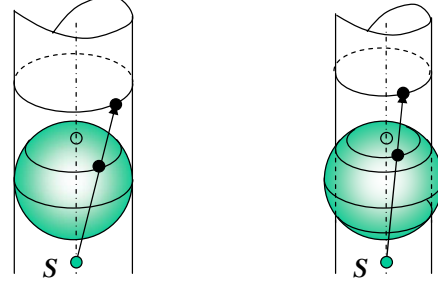
Obr. 3

Na obr. 3 je  $U_0 = \pm 30^\circ$ .

## Valcové projekcie

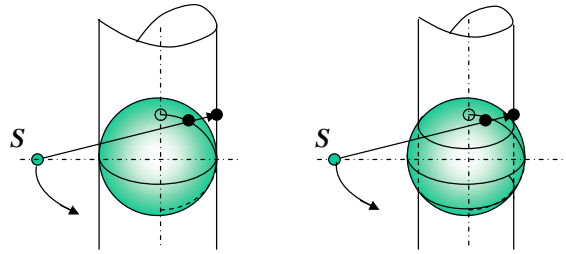
Sú to jednoduché valcové zobrazenia, pričom body referenčnej guľovej plochy sa premietajú na súosú valcovú plochu cez stred premietania  $S$ .

a) So stredom  $S$ , ležiacim na zemskej osi (obr. 4).



Obr. 4

b)  $S$  tzv. pohyblivým stredom  $S$ , ktorý leží v rovine zemského rovníka a otáča sa okolo zemskej osi (obr. 5).



Obr. 5

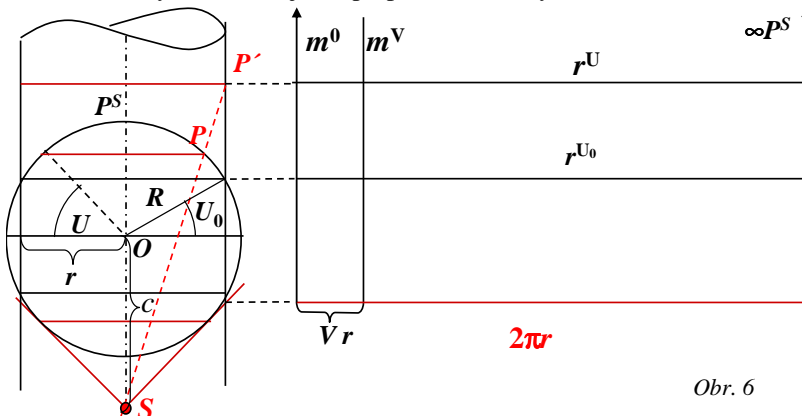
**Valcová plocha:**

- *dotyková* – dotýka sa sféry na rovníku,
- *sečná* – prienik valcovej a guľovej plochy sú rovnobežkové kružnice so zemepisnou šírkou  $\pm U_0$ .

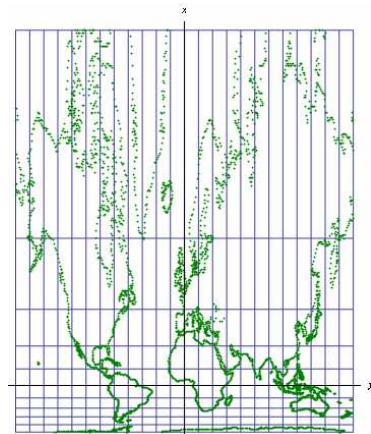
## Valcové projekcie so stredom na zemskej osi

- Cylindrická perspektíva bodov referenčnej guľovej plochy  $\Gamma$  na valcovú plochu  $\Phi$  súosú (buď sečnú v rovnobežkách  $\pm U_0$ , alebo dotykovú), a to zo stredy  $S$  ležiaceho na zemskej osi,  $c = |SO|$ .

- Z dôvodu bijekcie sa zobrazuje iba časť guľovej plochy ohraničená rovnobežkovou kružnicou ležiacou na kužeľovej ploche, ktorej vrchol je  $S$  a dotýka sa referenčnej guľovej plochy.
- Rovník a rovnobežkové kružnice sa zobrazujú do navzájom rovnobežných úsečiek s dĺžkou  $2\pi r$ , kde  $r$  je polomer valcovej plochy:
  - ak valcová plocha je **sečná**, potom  $r = R \cos U_0$ ,
  - ak je valcová plocha **dotyková**,  $r = R$ .
- Póly sa zobrazujú do nevlastného bodu, ktorého smer je kolmý na obraz zemských rovnobežiek.
- Poludníky sa zobrazujú do polpriamok kolmých na obraz rovnobežiek.

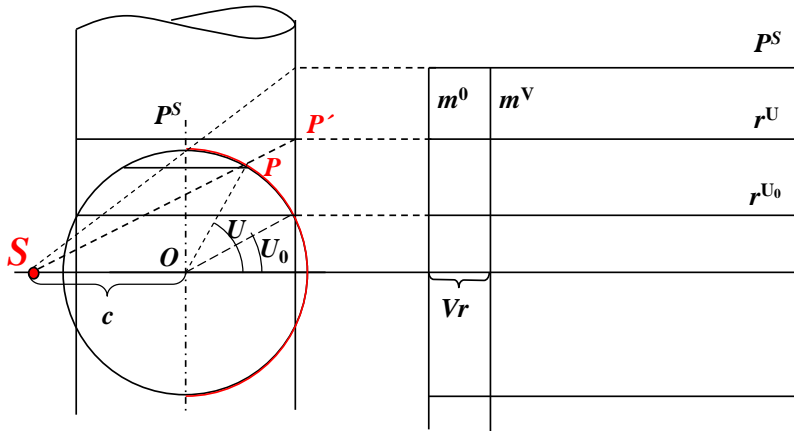


Obr. 6



## Valcové projekcie s pohyblivým stredom v rovine rovníka

- Stredové premietanie referenčnej guľovej plochy  $\Gamma$  na valcovú plochu  $\Phi$  súosú (bud' sečnú v rovnobežkách  $\pm U_0$ , alebo dotykovú), zo stredy  $S$ , ktorý leží v rovine rovníka a rotuje okolo zemskej osi,  $c = |SO|$ , pričom platí, že:
  - z každej polohy stredy  $S$  je premietaný poludník, ktorý leží so stredom  $S$  v opačnej polrovine vzhľadom na os,
  - vzor a obraz každého bodu ležia v tej istej polrovine vzhľadom na zemskú os.



Obr. 7

## Príklady valcových projekcií s pohyblivým stredom

### Braunova stereografická valcová projekcia

Valcová projekcia s pohyblivým stredom na dotykovú valcovú plochu,  $S$  je bod na referenčnej sfére, teda  $|SO| = c = R$ .

### Gallova stereografická valcová projekcia

Valcová projekcia s pohyblivým stredom na sečnú valcovú plochu, prienik valcovej a guľovej plochy je rovnobežková kružnica s  $U_0 = 45^\circ$ ,  $S$  je bod na referenčnej sfére, teda  $|SO| = c = R$ .

### Stereografické zobrazenie použité v bývalom ZSSR

Valcová projekcia s pohyblivým stredom na sečnú valcovú plochu, prienik valcovej a guľovej plochy je rovnobežková kružnica s  $U_0 = 30^\circ$ ,  $S$  je bod na referenčnej sfére, teda  $|SO| = c = R$ .

### Mercatorovo modifikované zobrazenie

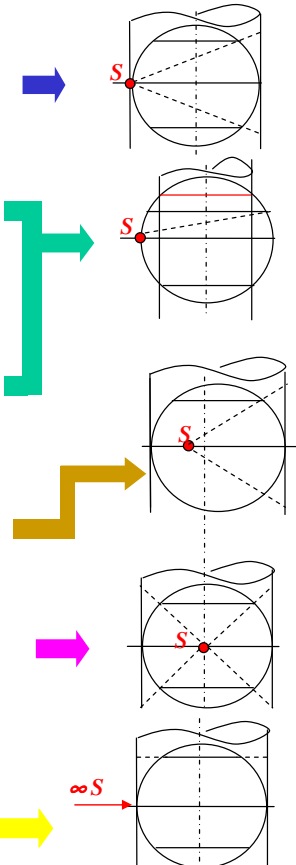
Valcová projekcia s pohyblivým stredom na dotykovú valcovú plochu, pre stred premietania  $S$  platí:  $|SO| = 0,4R$ .

### Gnómonická valcová projekcia

Valcová projekcia na dotykovú valcovú plochu, stred premietania  $S$  je stred referenčnej guľovej plochy, teda  $S \equiv O$ .

### Lambertovo izocylindrické zobrazenie

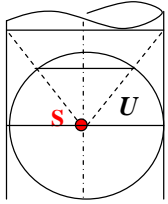
Valcová projekcia s pohyblivým stredom na dotykovú valcovú plochu, stred premietania je nevlastný bod priemeru rovníka, teda smer  $\infty S$ .



## Príklady valcových projekcií s pohyblivým stredom

### Gnómonická valcová projekcia (obr. 8)

Valcová projekcia zo streda  $S$  totožného so stredom referenčnej guľovej plochy na dotykovú valcovú plochu,  $r = R$  a  $c = 0$ , patrí do oboch skupín valcových projekcií.

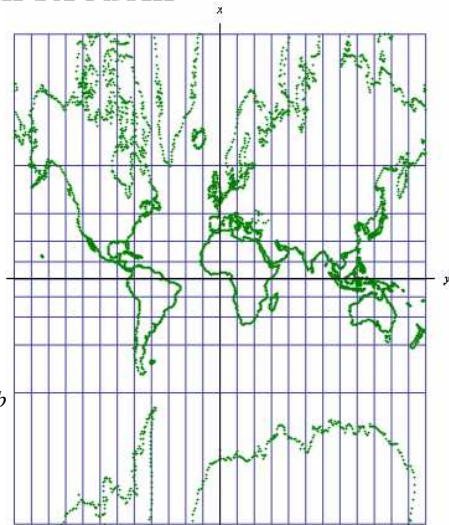


Obr. 8a

Zobrazovacie rovnice:

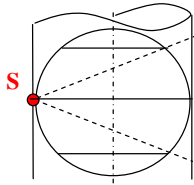
$$\begin{cases} x = R \operatorname{tg} U \\ y = R V \end{cases}$$

Obr. 8b



### Braunova stereografická projekcia (obr. 9)

Valcová projekcia s pohyblivým stredom  $S$  ležiacim na referenčnej guľovej ploche, teda  $c = R$ , na dotykovú valcovú plochu s  $r = R$ .

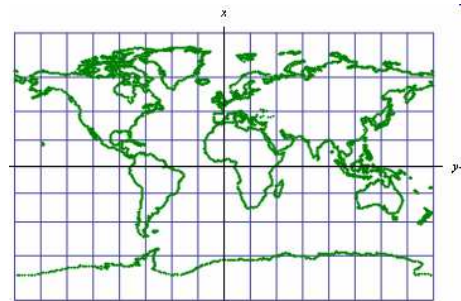


Obr. 9a

Zobrazovacie rovnice:

$$\begin{cases} x = \frac{2R \sin U}{1 + \cos U} \\ y = R V \end{cases}$$

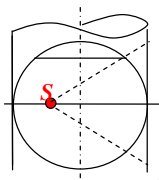
Obr. 9b



## Príklady valcových projekcií s pohyblivým stredom

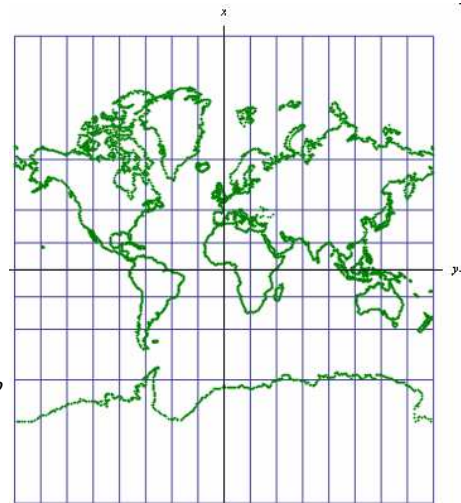
### Mercatorovo modifikované zobrazenie (obr. 10)

Valcová projekcia s pohyblivým stredom  $S$ , pre ktorý platí  $c = 0,4 R$ , na dotykovú valcovú plochu, teda  $r = R$ .



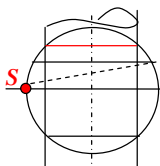
Obr. 10a

Obr. 10b



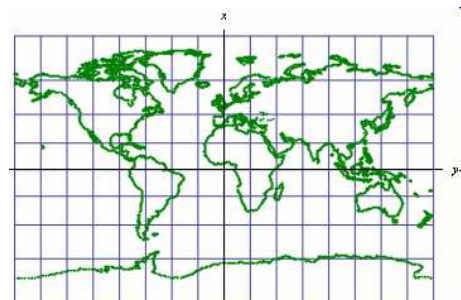
### Gallova stereografická projekcia (obr. 11)

Stereografická valcová projekcia s pohyblivým stredom  $S$  ležiacim na referenčnej guľovej ploche, teda  $c = R$ , na sečnú valcovú plochu, ktorej prienik s referenčnou guľovou plochou sú rovnobežkové kružnice s  $U_0 = \pm 45^\circ$ .



Obr. 11a

Obr. 11b

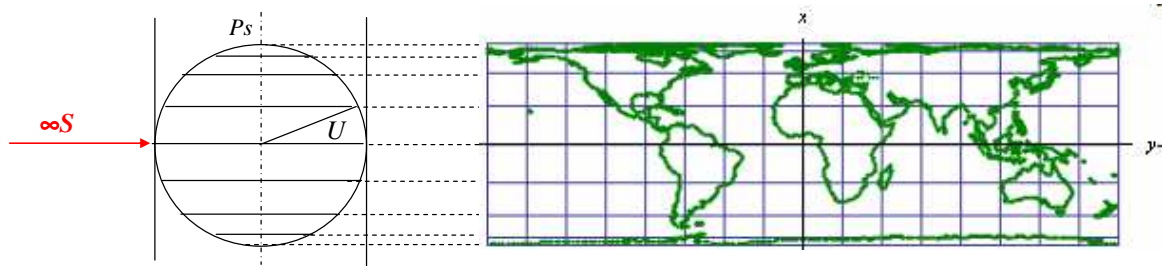


## Príklady valcových projekcií s pohyblivým stredom

### Lambertovo izocylindrické zobrazenie (obr. 12)

**Johann H. Lambert** (okolo r. 1772) je autorom izocylindrického **ekvivalentného** zobrazenia, pre ktoré platí, že:

- je valcovou projekciou s pohyblivým stredom  $S$ , ktorý je nevlastný bod priemeru rovníka, valcová plocha sa dotýka referenčnej guľovej plochy na rovníku,
- každá rovnobežková kružnica (aj póly) sa zobrazuje do kružnice valcovej plochy ležiacej s ňou v tej istej rovine, jej rozvinutím je úsečka.



Obr. 12

**Zobrazovacie rovnice:**

$$\begin{cases} x = R \sin U \\ y = RV \end{cases}$$

**James Gall** (okolo r. 1855) vytvoril zobrazenie, ktorého princíp je rovnaký ako pri Lambertovom izocylindrickom zobrazení, ale valcová plocha je sečná v rovnobežkách  $\pm 45^\circ$ .