Margita Vajsáblová

Geometrické základy matematickej kartografie

– nepravé a polykónické zobrazenia

Pseudocylindrické zobrazenia

- ✓ **Obrazy rovnobežiek ležia na navzájom rovnobežných priamkach.**
- ✓ **Obrazom poludníkov sú rôzne krivky, závislé od zobrazovacích rovníc, podľa tvaru ich zaraďujeme do podtriedy zobrazení – *sinusoidálnych, kružnicových, eliptických, priamkových, a pod.***

V tejto kapitole sa budeme venovať niektorým príkladom konštruovateľných pseudocylindrických zobrazení

Eckertovo pseudocylindrické priamkové zobrazenie vyrovnávacie (obr. 1)

- rovník a základný poludník sa zobrazujú do navzájom kolmých úsečiek, ich dĺžky sa zachovávajú, póly sa zobrazia do úsečiek rovnobežných s rovníkom, ktorých dĺžka sa rovná polovici dĺžky rovníka,
- grafickú konštrukciu obrazu poludníkov, čo sú lomené čiary, môžeme urobiť delením rovníka a obrazu pólu na prislúchajúce časti,
- obrazy rovnobežiek prechádzajú príslušnými bodmi základného poludníka.

1. zobrazovacia rovnica:

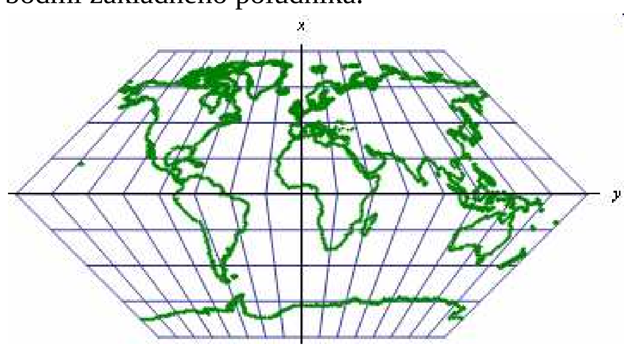
$$x = RU,$$

2. zobrazovacia rovnica pre rovník:

$$y = RV,$$

2. zobrazovacia rovnica pre póly:

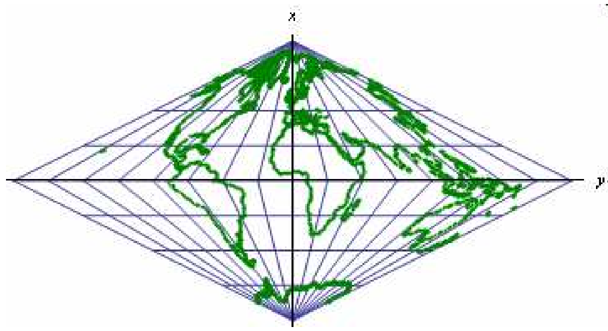
$$y = \frac{1}{2} RV.$$



Obr. 1

Ekvidištančné pseudocylindrické priamkové zobrazenie (obr. 2)

- pól sa zobrazí do bodu,
- dĺžky rovníka a základného poludníka sa zachovávajú,
- obrazom rovnobežiek sú navzájom rovnobežné úsečky,
- obrazom poludníkov sú lomené čiary.



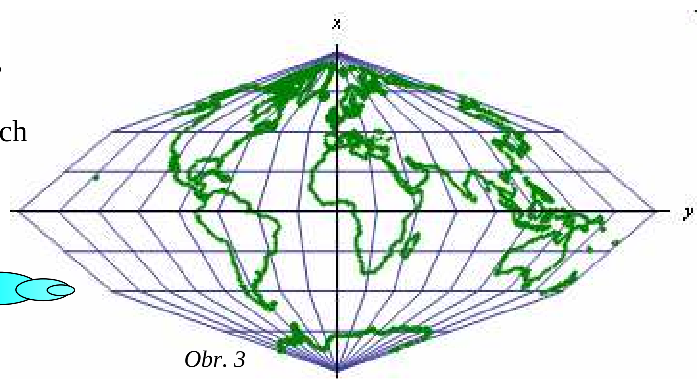
Obr. 2

Ekvidištančné pseudocylindrické priamkové zobrazenia s lomenými poludníkmi (obr. 3)

Platia vlastnosti ako v predchádzajúcom, a tiež:

– zachovávajú sa aj dĺžky na rovnobežkách so zemepisnou šírkou $\pm U_0$.

Aký by bol tvar poludníkov, ak by sa zachovávali dĺžky všetkých rovnobežiek ???



Obr. 3

Mercatorovo–Sansonovo pseudocylindrické sinusoidálne zobrazenie

Použil ho v 16. storočí Mercator, neskôr Sanson a v 18. storočí Flamsteed.

- **Póly sa zobrazujú do bodu.**
- **Obrazom poludníkov sú sínusoidálne krivky.**

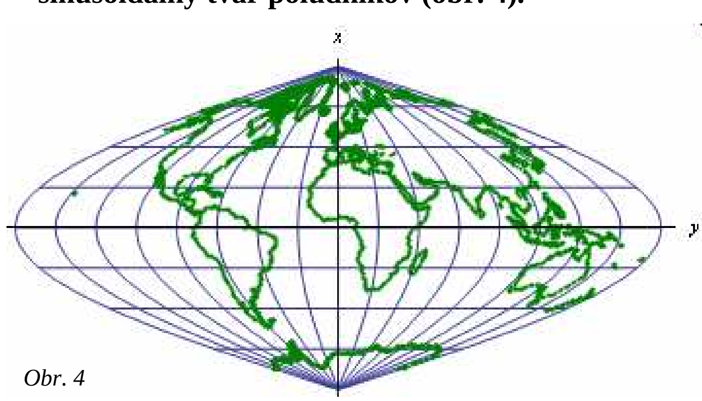
Je ekvivalentné, ekvidištančné na rovnobežkách a zachováva dĺžku základného poludníka, ktorého obraz leží na priamke.

Dĺžka rovnobežkovej kružnice so zem. šírkou *U*:

$|r^U| = 2\pi R . \cos U$ → **sinusoidálny tvar poludníkov (obr. 4).**

Zobrazovacie rovnice:

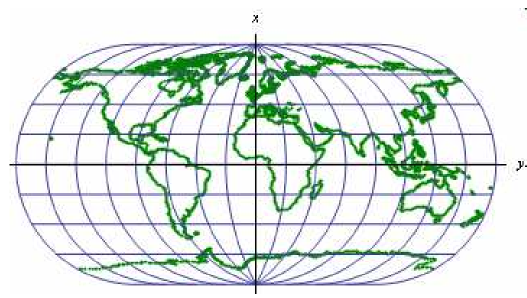
$$\boxed{\begin{aligned} x &= RU, \\ y &= RV\cos U. \end{aligned}}$$



Obr. 4

Apianovo pseudocylindrické kružnicové zobrazenie (obr. 5)

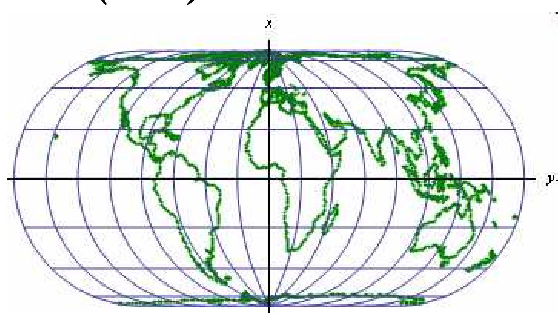
- Zachovávajú sa dĺžky na rovníku a základnom poludníku,
- poludníky s $V \geq 90^{\circ}$, $V \leq -90^{\circ}$ sa zobrazujú ako polkružnice s polomerom $R.\pi/2$ a obrazy pólov sú úsečky na ich spoločných dotyčniciach s dĺžkou rovnajúcou sa polovici dĺžke rovníka,
- poludníky s $-90^{\circ} < V < 90^{\circ}$ sa zobrazujú do oblúkov kružníc, ktoré sa pretínajú s poludníkmi $V = \pm 90^{\circ}$ v póloch.
- rovnobežky sú rovnobežné úsečky prechádzajúce príslušným bodom základného poludníka.



Obr. 5

Loritzovo pseudocylindrické kružnicové zobrazenie (obr. 6)

- Zachovávajú sa dĺžky na rovníku a základnom poludníku,
- poludníky sa zobrazujú ako v Apianovom zobrazení,
- pri grafickej konštrukcii rovnobežiek poludníky $V = \pm 90°$ rozdelíme na rovnaké časti a týmito bodmi prechádzajú rovnobežky.

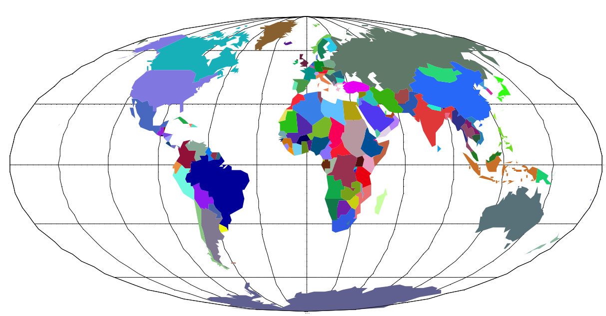


Obr. 6

Mollweidovo pseudocylindrické eliptické zobrazenie

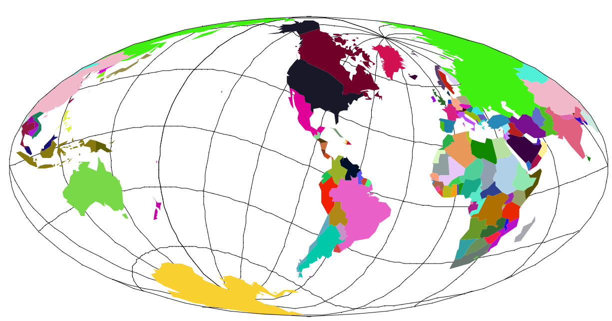
- je ekvivalentné,
- obrysové poludníky – polelipsy s polosami $a : b = 1 : 2$,
- poludníky, ktorých $V = \pm 90°$ sa zobrazia do kružnice s polomerom $b = R\sqrt{2}.$

Používané na reklamné účely.



Obr. 7

Obr. 7 a 8 sú vytvorené pomocou nástrojov výpočtového systému Wolfram Mathematica. Na obr. 8 je obraz zemepisnej siete vo všeobecnej polohe Mollweidovho zobrazenia.



Obr. 8

Pseudoazimutálne zobrazenia

✓ **obrazy rovnobežiek sú oblúky sústredných kružníc, so stredom v obraze pólu,**

✓ **obrazom poludníkov sú rôzne krivky.**

Wernerovo–Stabeovo pseudoazimutálne zobrazenie (obr. 9)

Použité v 16. storočí Wernerom podľa návrhu Stabea (z r. 1517).

• je ekvivalentné,

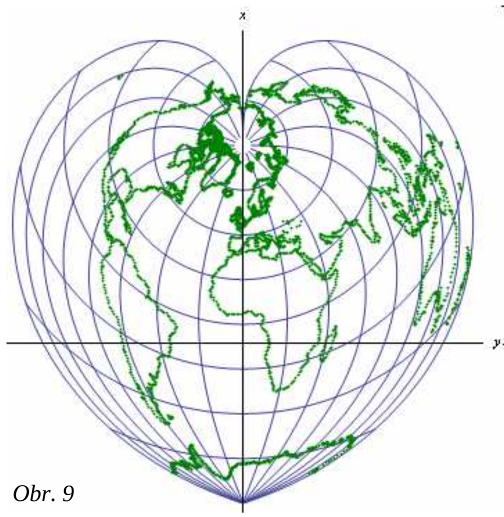
• je ekvidištančné na rovnobežkách,

• dĺžky na základnom poludníku sa neskresľujú.

Zobrazovacie rovnice:

$$\rho = R\left(\frac{\pi}{2} - U\right),$$
$$\varepsilon = \frac{V}{90° - U}\cos U.$$

-ε je vyjadrený v radiánoch, pri konštrukcii ho treba premeniť na stupne,
- obrazy poludníkov sú krivky spájajúce príslušné body na rovnobežkách, ktoré pri pravidelnej sieti dostaneme delením rovnobežiek na rovnaké časti.



Obr. 9

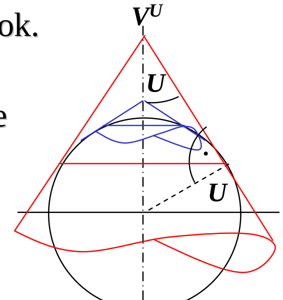
Polykónické zobrazenia

Z geometrického hľadiska v polykónickom zobrazení rozdelíme povrch referenčnej guľovej plochy na nekonečne veľa rovnobežkových pásov a každý zobrazujeme na kužeľovú plochu v pólovej polohe, ktorá sa dotýka guľovej plochy v strednej zemepisnej rovnobežke príslušného pásu (obr. 10)**.**

✓ základný poludník sa zobrazí ako priamka – os súmernosti zobrazenia (os x),

✓ rovnobežky sa zobrazia do nesústredných kružníc, ich stredy ležia na osi x .

✓ poludníky sa zobrazia do kriviek podľa zvolených podmienok.



Obr. 10

Polykónické zobrazenia majú v polárnej súradnicovej sústave tri zobrazovacie rovnice, ktoré možno všeobecne vyjadriť:

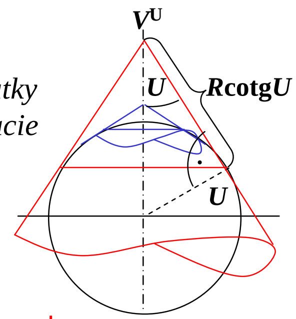
$$\rho = \rho(U),$$
$$\varepsilon = \varepsilon(U, V),$$
$$x^V = x^V(U),$$

kde x^V je x-ová súradnica vrchola kužeľovej plochy príslúchajúcej danej rovnobežke (zjednodušene možno povedať, že začiatok polárnej súradnicovej sústavy sa mení v závislosti od zemepisnej šírky bodu).

Hasslerovo polykónické zobrazenie

Zachováva dĺžky na základnom poludníku a na rovnobežkách.

Os x prechádza obrazom základného poludníka, y obrazom rovníka, začiatky V^U „premenlivej" polárnej sústavy sú na osi x (obr. 12), potom zobrazovacie rovnice sú:



Obr. 11

1. Každá rovnobežka sa zobrazuje na dotykovú kužeľovú plochu, teda:

$$\boxed{\rho = R \operatorname{cotg} U}$$

2. Z podmienky neskreslenej rovnobežky vyplýva, že:

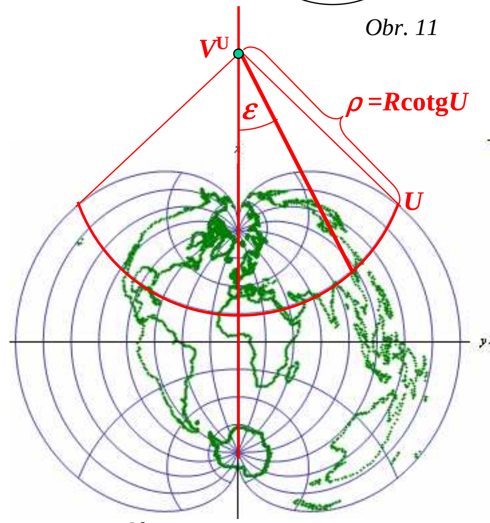
$$\varepsilon = \frac{R\,V \cos U}{\rho} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = V \sin U}$$

3. Z podmienky neskresleného základného poludníka:

$$x_V = RU + \rho \Rightarrow \boxed{x_V = RU + R \operatorname{cotg} U}$$

Konštrukcia:

1. Vypočítame dĺžky rovníka a základného poludníka – sú to dve kolmé osi zobrazenia zemepisnej siete a rozdelíme ich podľa podrobnosti siete.
2. Z pomocného priemetu (obr. 11) prenesieme vzdialenosť bodov rovnobežky U od vrcholu V^U (Rcotg$U$) a nanesieme od bodu na poludníku, čím dostaneme V^U. Vypočítame a zostrojíme uhol rozvinutia kužeľovej plochy $\varepsilon^U = 360°\sin U$ príslušnej rovnobežky.
3. Rozdelíme rozvinutú rovnobežku U na rovnaké časti (delením uhla) podľa podrobnosti siete.
4. Zostrojíme obrazy poludníkov preložením kriviek príslušnými bodmi na rovnobežkách.



Obr. 12

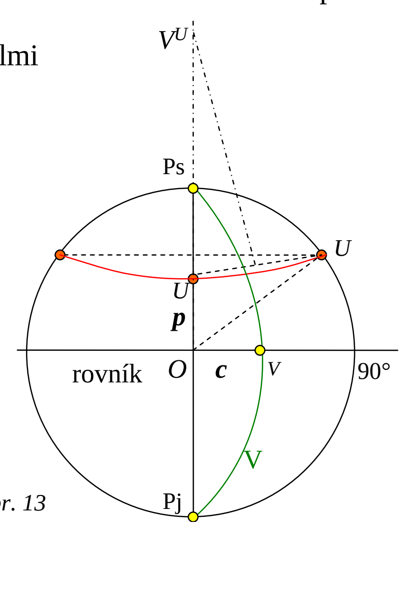
Kruhové (globulárne) zobrazenia – *patria do skupiny polykónických zobrazení*

Spoločné vlastnosti – poludníky a rovnobežky sa zobrazia do nesústredných kružníc, príp. do priamok (chápaných ako kružnice s nekonečne veľkým polomerom).

Nicolosiho zobrazenie (obr. 13, 14)

- dĺžka rovníka a základného poludníka sa zachováva, zobrazujú sa ako dve kolmé úsečky,
- poludníky $V = \pm 90°$ sa zobrazia do kružnice s polomerom $K = \pi R/2$,
- obrazy rovnobežiek zostrojíme ako kružnice prechádzajúce príslušnými bodmi, ktoré dostaneme rozdelením základného poludníka a poludníkov $V = \pm\, 90°$ na rovnaké časti podľa podrobnosti zemepisnej siete,
- obrazy poludníkov zostrojíme ako kružnice prechádzajúcej pólmi a bodom, ktorý dostaneme rozdelím rovníka na rovnaké časti.

Obr. 14



Obr. 13

Grintenovo zobrazenie (obr. 15)

Zemský povrch sa zobrazí do kruhu *k* s polomerom *K* = π*R*, teda dĺžka rovníka sa zachováva, základný poludník je kolmý na obraz rovníka a jeho dĺžka sa zdvojnásobuje.

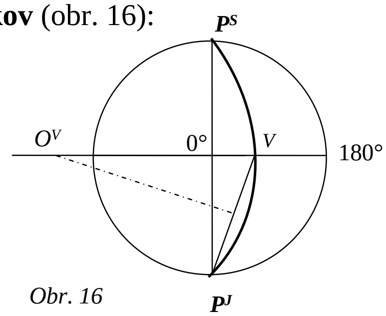
Konštrukcia obrazu rovnobežky so zemepisnou šírkou *U* (obr. 17):

1. Obraz základného poludníka *V* = 0° rozdelíme na stupne od -90° do 90°.
2. Príslušným bodom *U* zostrojíme tetivu *BC* obrysovej kružnice ***k*** rovnobežnú s rovníkom.
3. Nech *P*, *Q* sú priesečníky rovníka s obrysom ***k***, potom *PC* $\cap$ základný poludník = *G*.
4. *PsP* $\cap$ *BC* = *E*, *EQ* $\cap$ základný poludník = *F*.
5. Bodom *F* zostrojíme tetivu *HL* obrysovej kružnice ***k*** rovnobežnú s rovníkom.
6. Body *G*, *H*, *L* ležia na rovnobežke *U*, teda zostrojíme kružnicu, ktorá nimi prechádza – jej stred leží na osiach úsečiek *HL*, *HG* a *GL*.

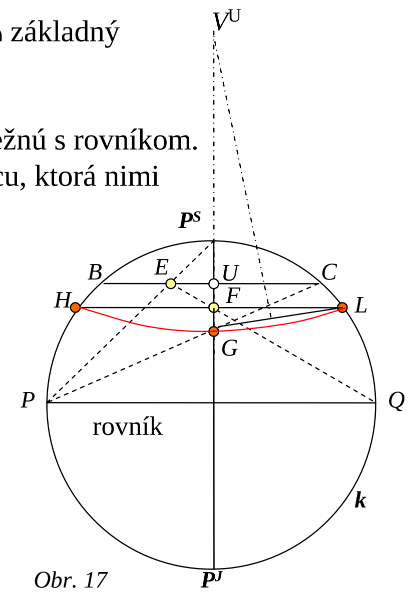
Konštrukcia obrazu poludníkov (obr. 16):

P^S, P^J, $V \in$ rovníku.

Obr. 15



Obr. 16



Obr. 17