



SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

Stavebná fakulta

Meno a priezvisko:

Ing. Lýdia Moroczová

Autoreferát dizertačnej práce:

**Správanie a odolnosti členených stĺpov z prvkov
tvarovaných za studena**

na získanie akademického titulu:

philosophiae doctor – PhD.

v doktorandskom študijnom programe:

aplikovaná mechanika

v študijnom odbore:

strojárstvo

forma štúdia:

denná

Miesto a dátum:

Bratislava, 31.5.2021



Dizertačná práca bola vypracovaná na:

Katedre stavebnej mechaniky, Stavebnej fakulty STU v Bratislave

Predkladateľ: *Ing. Lýdia Moroczová*
Katedra stavebnej mechaniky
Stavebná fakulta, STU v Bratislave
Radlinského 11, 810 05 Bratislava

Školiteľ: *doc. Ing. Yvonna Koleková, PhD.*
Katedra stavebnej mechaniky
Stavebná fakulta, STU v Bratislave
Radlinského 11, 810 05 Bratislava

Oponenti: *doc. Ing. Antónia Ďuricová, PhD*
Technický a skúšobný ústav stavebný, n. o., Bratislava
Pobočka Košice
Krmanova 5
040 00 Košice

doc. Ing. Bc. Michal Jandera, PhD.
Fakulta Stavební ČVUT v Praze,
Thákurova 7, Praha 6
166 29, ČR

prof. Ing. Kala Zdeněk, PhD.
Fakulta stavební VUT v Brně
Veveří 331/95, Brno
602 00, ČR

Autoreferát bol rozoslaný dňa: 17.6.2021

Obhajoba dizertačnej práce sa bude konať dňa 25.8.2021 o 11:30 h online cez Google Meet (SvF, STU v BA), Radlinského 11, 810 05 Bratislava.

prof. Ing. Stanislav Unčík, PhD.
Dekan fakulty

Abstrakt

Dizertačná práca skúma správanie a odolnosti *členených prútov z prvkov tvarovaných za studena (CFS)*. Využívajú sa analytické a numerické metódy, ktoré sú aplikované na konkrétnych príkladoch členených prútov z CFS s: a) rámovými spojkami, b) priehradovinou c) rámovými spojkami a priehradovinou. Konkrétne sú použité: a) analytické riešenia Helmhutha Rubina, b) analytického/numerického riešenie s využitím jednotnej globálnej a lokálnej začiatočnej imperfekcie (UGLI), c) zovšeobecnená ohybová teória (GBT), d) metóda priameho určenia odolnosti (DSM), e) Metóda konečných prvkov (FEM) a pásov (FSM) a zodpovedajúce programy: IQ 100, GBTUL, CUFSM, ANSYS. V práci sú riešené a porovnávané tri prístupy k stanoveniu teoretických hodnôt vzpernej odolnosti a to postupom podľa: a) EN 1993 (časti EN 1993-1-1 a EN 1993-1-3), b) AISI (DSM), c) kombinácie EN 1993 a AISI (DSM).

Obsah

1	Úvod.....	3
2	Ciele práce.....	4
3	Súčasný stav problematiky.....	4
4	Systém členeného prúta.....	6
5	Identifikácia vlastných tvarov pri strate stability.....	13
6	Určenie vzpernej odolnosti tlačeneho CFS-prúta.....	16
7	Členené prúty z CFS so vzájomným rozstupom	16
8	Záver	19
9	Použitá literatúra	19

1 Úvod

Predložená práca skúma správanie konštrukcií z tenkostenných za studena tvarovaných prvkov (anglicky *Cold-formed Thin-walled Steel* alebo skrátené *Cold-formed Steel* – CFS). Práca sumarizuje súčasný stav problematiky CFS, ich rozsah použitia a spôsoby riešenia. Zameraná je na spôsoby analýzy členených prútov z CFS. Využívajú sa analytické a numerické metódy, ktoré sú aplikované na konkrétnych príkladoch členených prútov z CFS. Jednotlivé výpočty sú spracované s uvážením teórie druhého rádu a začiatočnej geometrickej imperfekcie. Použité metódy: a)

analytické riešenia Helmutha Rubina, b) analytické a numerické riešenie s využitím jednotnej globálnej a lokálnej začiatkovej (UGLI) imperfekcie.

Zložité správanie CFS spôsobené vysokou globálnou a lokálnou štihlosťou spôsobuje nie len globálnu stratu stability, ale aj špecifické problémy, ako lokálne vydúvanie stien a distorzny vzper. Tieto jednotlivé režimy straty stability a ich vzájomná interakcia sú v práci podrobne analyzované pomocou: a) zovšeobecnenej ohybovej teórie (GBT), b) metódy konečných prvkov (FEM), c) metódy konečných pásov (FSM).

V súčasnosti chýba jednotná metóda návrhu, ktorá by zahŕňala súčasné znalosti overenia vzperných odolností. V práci sú porovnávané tri prístupy k stanoveniu teoretických hodnôt vzpernej odolnosti a to postupom podľa: a) EN 1993 (časti EN 1993-1-1 a EN 1993-1-3), b) AISI (DSM), metóda priameho určenia odolnosti (DSM), c) kombinácie EN 1993 (časti EN 1993-1-1 a EN 1993-1-3) a AISI (DSM).

V záverečnej časti je porovnanie numerických riešení a experimentov tlačných členených prútov od Tinga. Skúma sa vplyv medzery medzi čiastkovými prútmi (*back-to-back gapped built-up*) voči čiastkovým prútom vzájomne spojených (*back-to-back built-up*). Výsledná odolnosť CFS-členených tlačných prútov je stanovená na numerických modeloch, pomocou nelineárnej analýzy zahŕňajúcej geometrické a materiálové nelinearity.

2 Ciele práce

Cieľom dizertačnej práce je zhrnutie súčasných poznatkov v oblasti navrhovania CFS-členených prútov. V súčasnosti chýba jednotná metóda návrhu, ktorá by zahŕňala súčasné znalosti. V práci sú riešené nasledovné témy:

- Spôsoby riešenia CFS-členeného tlačného prúta, pri ktorých norma uvádza iba princípy a neuvádza detaily
 - nelineárna analýza
 - zohľadnenie začiatkových imperfekcií
- Aplikovanie metód na prúty pri rôznych okrajových podmienkach a zaťaženií. Spolupráca s projekčnou firmou Llentab
- Identifikácia vlastných tvarov pri strate stability
- Riešenie odolností CFS-členeného tlačného prúta pomocou:
 - EN 1993 (časti EN 1993-1-1 a EN 1993-1-3),
 - AISI (DSM), metóda priameho určenia odolnosti
 - kombinácie EN 1993 (časti EN 1993-1-1 a EN 1993-1-3) a AISI (DSM).
- Porovnanie s experimentom, riešenie odolnosti, tvorba modelov so zahrnutím začiatkových imperfekcií, nelineárna analýza zahrňujúca nelinearity pomocou metódy konečných prvkov.

3 Súčasný stav problematiky

Členené prúty sa skladajú z dvoch alebo viacerých celistvých prútov s konštantným prierezom spájaných priehradovinou, rámovými spojkami alebo

vložkami. Všeobecný postup ich návrhu a overenie odolnosti je definovaný v norme EN 1993-1-1 a EN 1999-1-1. Návrhový postup, definovaný v týchto normách je možné použiť za predpokladu, že prút je centricky tlačný, obojstranne klíbovo podopretý, má konštantný prierez a spojovacie prvky (rámové spojky alebo prichradovina) po výške vytvárajú pravidelné moduly, a to minimálne 3. Potom takúto diskretnú konštrukciu možno nahradiť kontinuom s rozmazanou šmykovou tuhosťou S_v a efektívnou ohybovou tuhosťou EI_{eff} . Musí sa uvažovať s teóriou druhého rádu a so začiatočnou geometrickou imperfekciou s amplitúdou $e_o = L/500$.

Pri iných okrajových podmienkach a inom type zaťaženia, neexistuje v normách EN 1993-1-1 [1] a EN 1999-1-1 [2] definovaný postup a návrh je nutné modifikovať. V publikovaných prácach [3-9] bola vykonaná parametrická štúdia pre nasledujúce členené prúty: stĺpy s rôznymi okrajovými podmienkami, s dvoma rôznymi druhmi imperfekcií, vyrobené z ocele a hliníkovej zliatiny a pri pôsobení akéhokoľvek druhu zaťaženia. Tieto prípady nemožno vypočítať podľa zjednodušeného postupu [1, 2]. Správnosť výsledkov v [3-9] bola overená porovnaním výsledkov dvoch nezávislých výpočtov vykonaných: analytickým (vlastný program v MATHCADe) a komerčným počítačovým programom (IQ 100). Porovnanie preukázali vynikajúce zhody. V [4] je porovnanie dvoch prístupov k možnosti riešenia členeného prúta s jedným koncom votknutým a druhým voľným, kde takto podopretý prút možno nahradiť ekvivalentným prútom, s dvojnásobnou dĺžkou, klíbovo podopretým $e_o = 2L/500$.

Počiatočnú imperfekciu možno zohľadniť, aj ako jednotnú globálnu a lokálnu (UGLI) imperfekciu, ktorá má tvar vlastného tvaru prútovej konštrukcie, pri pružnej strate stability.

Spôsoby riešenia

Zložité správanie CFS-prvkov má za následok neustále rozvíjanie sa spôsobov ich analýzy. K najrozšírenejším patria numerické metódy.

Metóda konečných prvkov (**FEM**) v súčasnosti patrí stále k najkomplexnejšej metóde pre riešenie CFS-prvkov.

Metóda konečných pásov (**FSM**), kde celkový počet rovníc potrebných na riešenie sa zníži z počtu typických pri riešení FEM. FSM umožňuje účinné riešenie problémov pre CFS-prierezy so zložitou geometriou.

Zovšeobecnená ohybová teória (**GBT**). Zjednodušenie v GBT vyplýva z pretransformovania 3D modelu do jednodimenzionálneho modelu. GBT je schopná opísať deformácie stien CFS-prierezu - v rovine a z roviny, (lokálne vydúvanie stien, distorziu, šmykové a priečne deformácie/predĺženia). Takýto jednodimenzionálny model má rovnaké schopnosti ako modely vytvorené (FEM), ale je menej náročný na vstupné parametre, vyžaduje oveľa menší počet stupňov voľnosti a tým je efektívnejší pre výpočet.

Metóda priameho určenia odolnosti (**DSM**) bola vyvinutá Schaferom a Peközom [10]. Je užitočným nástrojom na navrhovanie CFS-prvkov s mnohými výhodami oproti metóde efektívnej šírky, ktorá je v súčasnosti hlavnou metódou navrhovania v mnohých normách na celom svete. Jeho prístup je realistejší a výpočty sú jednoduchšie a rýchlejšie. Táto metóda bola overená rozsiahlym

výskumom napr. Zatiaľ čo metóda efektívnej šírky je založená na určení efektívneho prierezu, DSM počíta pružnú nestabilitu celej časti, pracuje s efektívnymi napätiami odvodenými z kritickej sily/momentu a medze klzu. V 2004 sa táto metóda dostala aj do americkej normy [11].

Metóda efektívneho prierezu. Metóda efektívneho prierezu sa používa v európskej [12] aj americkej [11] norme. Lokálna a distorzná strata stability je zohľadnená vo výpočte pomocou efektívneho prierezu. Nevýhoda tohto riešenia je, že efektívny prierez sa samostatne určuje zvlášť pre tlak a ohyby okolo hlavných osí prierezu iteratčným výpočtom. Interakcia jednotlivých stenových elementov CFS-prierezu vyžaduje iteratívny výpočet účinného prierezu, ktorý je základom analýzy globálnej stability. Pre zložitý prierez, s koncovými a medziľahlými výstuhami ide o veľmi neefektívny postup. Dimenzovanie podľa EN 1993-1-3 je zvyčajne časovo náročné a náchylné na chyby a častokrát poskytuje veľmi konzervatívne hodnoty. V praxi sa preto často používajú výsledky skúšok konštrukcií z CFS-prvkov

Kombinácia metód používaných v AISI (DSM) a EN 1993-1-3. Nedávne štúdie, ktoré porovnávajú dva prístupy overenia CFS-prvkov (AISI (DSM) a postup podľa EN 1993-1-1, -1-2, možno nájsť v [13][14]. V prácach je spracovaný nový, efektívnejší spôsob navrhovania, kde nie je potrebné použiť časovo náročný prístup metódy efektívnych širok. Výhodou DSM je jednoduchý numerický výpočet zníženej únosnosti prierezu v dôsledku lokálnej a distorznej nestability. Následne sa kombinuje s overenými postupmi podľa EN 1993-1-3 pre určenie globálnej stability tlačných alebo ohybaných prútov. Preto je možné vynechať výpočet efektívnych prierezov. Metóda je zlučiteľná s modelom globálnej straty stability podľa EN 1993-1-3.

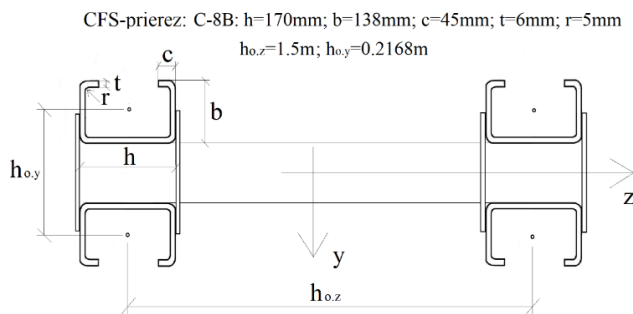
4 Systém členeného prúta

4.1. Členený prút z CFS s rámovými spojkami a priehradovinou

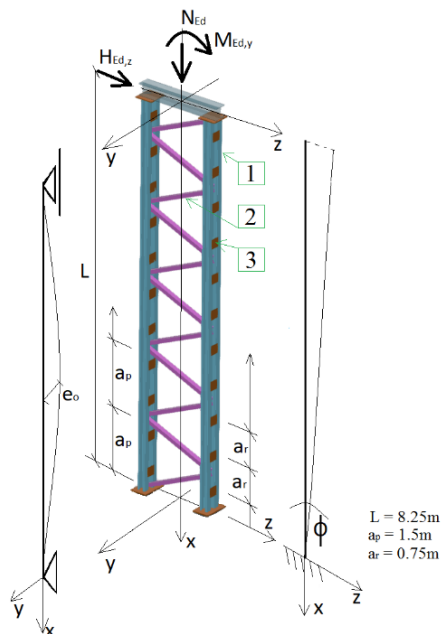
Táto časť je venovaná špeciálnemu typu členeného prúta z CFS prvkov s kombináciou rámových spojok a priehradoviny a porovnáva analytické riešenie s numerickým. Použité sú CFS prierezy od firmy Llentab. Členený prút je zložený zo štyroch čiastkových prútov z CFS prvkov prierezu C-8B. V rovine z sú čiastkové prúty spojené priehradovými spojkami z CFS prvkov prierezu C-OB v jednej rovine a v smere y sú spojené rámovými spojkami (200x200x4mm) v dvoch rovinách. Na stĺp pôsobí osová sila $N_{Ed} = 1000$ kN, ohybový moment $M_{Ed,y} = 90$ kNm a horizontálna sila $H_{Ed,z} = 41,518$ kN. Pomerne malé hodnoty externého zaťaženia boli predpísané švédskou spoločnosťou, ktorá chcela porovnať výsledky s výsledkami v najviac zaťaženej sekcii. Okrajové podmienky členeného prúta sú: (i) v rovine xz (kolmo k osi y) uvažované s dolným koncom votknutým a horným koncom voľným; (ii) v rovine xy (kolmo k osi z) je prút uvažovaný ako obojstranne kĺbovo podopretý. Na obrázku (Obr. 4.1) je zobrazený priečný rez vyšetřovaného stĺpa a podrobný popis geometrie, rozmerov, okrajových podmienok, zaťaženi je na obrázku (Obr. 4.2.)

Analytické riešenie

Postup analytického riešenia vychádza z eurokódu EN 1993-1-1 a z parametrickej štúdie [3-9]. Imperfekcie sú zohľadnené podľa EN 1993-1-1 (5.3.2(3)) a pre jednotlivé roviny sú zobrazené na (Obr. 4.2). V rovine xz je účinok počiatočnej imperfekcie nahradený ekvivalentnou horizontálnou silou.



Obr. 4.1: Priechy rez CFS-členeného stĺpa.



Obr. 4.2: Základná geometria vyšetrovaného CFS-členeného stĺpa
 (1 – C-8B; 2 – C-OB; 3 – rámové spojky 200x200x4mm).

Prierezové a materiálové vlastnosti C-8B:

$$A_{ch} = 2.9910^{-3} \text{ m}^2; I_{ch,z} = 8.0910^{-6} \text{ m}^4; I_{ch,y} = 1.4310^{-5} \text{ m}^4 \quad (4.1)$$

$$E = 210 \text{ GPa}; f_{yb} = 500 \text{ MPa}; f_u = 550 \text{ MPa} \quad (4.2)$$

Nahradenie diskkrétnej konštrukcie kontinuom

Daná diskrétna konštrukcia spĺňa požiadavku pre pravidelné rozmiestnenie modulov po dĺžke prúta a preto je možné ju nahradiť kontinuom so šmykovou tuhosťou S_v a ohybovou tuhosťou EI_{eff} . Kde efektívny momenty zotrvačnosti k príslušným osiam sú :

$$I_{eff,z} = 4 \left[\mu_z I_{ch,z} + A_{ch} \left(\frac{h_{0,y}}{2} \right)^2 \right] = 1.729 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4; \quad \mu_z = 1 \quad (4.3)$$

$$I_{eff,y} = 4 \left[\mu_y I_{ch,y} + A_{ch} \left(\frac{h_{0,z}}{2} \right)^2 \right] = 6.727 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4; \quad \mu_y = 0 \quad (4.4)$$

Redukčný faktor μ_y pri priehradových spojkách má nulovú hodnotu v dôsledku zanedbateľnej plastickej rezervy priehradových členených prútov. Taktiež príspevok $I_{ch,y}$ k celkovému $I_{eff,y}$ je zanedbateľný v dôsledku relatívne veľkej hodnoty $h_{0,z}$. V rovine s rámovými spojkami je ohybová tuhosť redukovaná v závislosti od pomernej štíhlosti prúta λ : $0 \leq \mu_z \leq 1$. Pre $\lambda \leq 75$ je $\mu_z = 1.0$, uvažuje sa s plnou hodnotou $I_{eff,z}$. Pre veľmi štíhle prvky $\lambda \geq 150$ je $\mu_z = 0$. Medziľahlé hodnoty λ sa získajú lineárnou interpoláciou.

Rozmazaná šmyková tuhosť S_v pre rámové členené prvky je určená nasledovne podľa 6.4.3.1 (EN 1993-1-1):

$$S_{v,z} = \frac{24EI_{ch,z}}{a_r^2 \left[1 + \frac{2I_{ch,z}h_{0,y}}{n_b I_b a_r} \right]} = 5.039 \cdot 10^4 \text{ kN} \leq S_{v,max} \frac{2\pi^2 EI_{ch,z}}{a_r^2} = 5.962 \cdot 10^4 \text{ kN} \quad (4.5)$$

kde $n_b = 4$ je počet rámových spojok v rovine a I_b je moment zotrvačnosti rámovej spojky.

S_v nesmie prekročiť maximálnu hodnotu $S_{v,max}$, ktorá zodpovedá strate stability modulu spojenia rámovými spojkami.

Pre priehradové členené prvky s danou geometriou rozloženia priehradoviny sa rozmazaná šmyková tuhosť určí podľa 6.4.2.1 (4), obrázok 6.9 [67] alebo 6.4.2.1 (4), obrázok 6.17 [68]:

$$S_{v,y} = \frac{nEA_d a_p h_{0,z}}{2d^3} = 6.0595 \cdot 10^4 \text{ kN} \quad (4.6)$$

kde $n = 1$ je počet rovín, v ktorých čiastkové prúty spájajú diagonály (priehradovina) a d je dĺžka diagonál.

Výpočet vnútorných síl na náhradnom prúte s S_v a EI_{eff}

Pri výpočte vnútorných síl na prúte sa musí zohľadniť teória druhého rádu a imperfekcie. Presné hodnoty možno získať pomocou analytických vzorcov od profesora Rubina z TU vo Viedni, ktorý odviedol vzorce pre 12 prípadov s rôznym typom zaťaženia a okrajových podmienok. V týchto vzorcoch vystupujú dva dôležité parametre ovplyvňujúce výpočet. Stabilitný parameter ε , ktorý ak $\varepsilon = 0$ tak výpočet je podľa teórie prvého rádu, a ak $\varepsilon > 0$ výpočet je vplyvom teórie druhého rádu. Faktor γ , ktorý ak $\gamma = 1$ tak výpočet je bez vplyvu šmykovej poddajnosti, a ak $\gamma > 1$ tak výpočet je s vplyvom šmykovej poddajnosti.

$$\text{a) } \gamma = \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{S_v}} \quad \text{b) } \varepsilon = L \sqrt{\frac{\gamma N_{Ed}}{EI_{eff}}} \quad (4.7)$$

Vonkajšie zaťaženie pôsobí na hornom konci čiastkového prúta, $\zeta_M = \zeta_H = 1$. Bezrozmerná súradnica $0 \leq \zeta = x / L \leq 1$. Vnútorne sily je možné získať pomocou nasledujúcich Rubinových vzorcov:

Priebeh ohybového momentu v dôsledku vodorovnej sily:

$$M_{Ed,H}(\xi) = \frac{\gamma \sin[(1-\xi_H)\varepsilon] \sin(\xi\varepsilon)}{\varepsilon \sin(\varepsilon)} LH_{Ed} - \frac{\gamma \sin[(1-\xi)\varepsilon] \sin(\varepsilon) \sin[(1-\xi_H)\varepsilon]}{\varepsilon \sin(\varepsilon) \varepsilon \cos(\varepsilon)} LH_{Ed} \quad (4.8)$$

Priebeh ohybového momentu v dôsledku vonkajšieho ohybového momentu:

$$M_{Ed,M}(\xi) = - \left[\frac{\cos[(1-\xi_M)\varepsilon] \sin(\xi\varepsilon)}{\sin(\varepsilon)} + \frac{\sin[(1-\xi)\varepsilon] \cos[(1-\xi_M)\varepsilon]}{\sin(\varepsilon) \cos(\varepsilon)} \right] M_{Ed} \quad (4.9)$$

Priebeh ohybového momentu v dôsledku začiatkovej imperfekcie s amplitúdou $e_o = L/500$ možno vypočítať takto:

$$M_{Ed,e_o}(\xi) = \frac{\gamma}{\varepsilon^2} \left[\frac{\cos[(0,5-\xi)\varepsilon]}{\sin(0,5\varepsilon)} - 1 \right] (-8N_{Ed}e_o) \quad (4.10)$$

Výsledný priebeh ohybového momentu sa získa súčtom jednotlivých ohybových momentov od pôsobenia jednotlivých zaťažení:

$$M_{Ed}(\xi) = M_{Ed,H}(\xi) + M_{Ed,M}(\xi) + M_{Ed,e_o}(\xi) \quad (4.11)$$

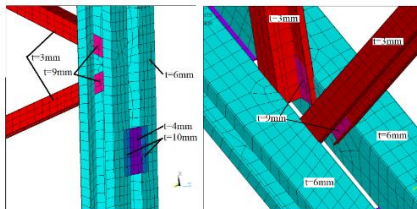
Priebehy priečnej sily sa získajú deriváciou výsledných ohybového momentu:

Numerické riešenie

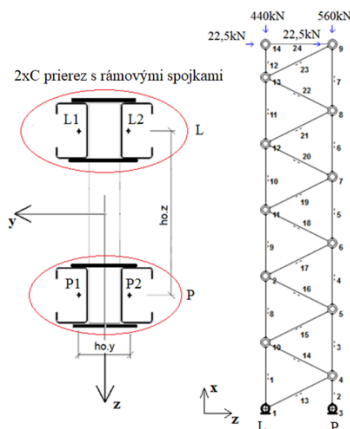
Pre numerické riešenie boli vytvorené dva modely:

Zjednodušený model (A) je riešený dvoma nezávislými programami ANSYS (výsledky A1) a IQ100 (výsledky A2). Geometria zjednodušeného modelu a zaťaženie sú znázornené na (Obr. 4.4). Členený prút je tvorený priehradovými spojkami. Čiastkové prúty (L, P) tohto stĺpa sú vytvorené z členených prútov s rámovými spojkami (L1-L2 a P1-P2). Okrajové podmienky v rovine xz sú: spodný koniec prvku je votknutý a horný koniec voľný. Diagonály majú kĺbové pripojenie na čiastkové prúty.

Diskrétny model (B) je vytvorený v prostredí programu ANSYS. Pre tvorbu sú použité SHELL181 elementy. Konštrukcia je modelovaná cez strednice. V miestach, kde sa stenové elementy čiastkových prútov stretávajú s rámovými spojkami alebo priehradovinou, sú zvolené elementy so zadefinovanou hrúbkou, ktorá sa rovná súčtu ich hrúbok. Nie je zohľadnené zaoblenie rohov CFS-prierezov. Zaťaženie je rovnaké ako v modeli A. Analýza sa vykonáva ako pri výpočte A1.



Obr. 4.3: Detail spojenia priehradoviny a rámových spojek s čiastkovými prútmi, Model B (ANSYS).



Obr. 4.4: Zjednodušený model (A), pôdorys a statická schéma so zaťažením.

Vyhodnotenie výsledkov numerického a analytického riešenia

Výsledky riešenia pre jeden čiastkový prút v kritickom reze $x = 0$ sú získané nasledovne: lineárnou analýzou 1. rádu, nelineárnou analýzou pomocou teórie 2. rádu pri analytickom riešení a numerickom riešení programom IQ100 a nelineárnou analýzou s vplyvom veľkých deformácií v programe ANSYS. Výsledky B sa získavajú z priemernej hodnoty napätí v uzloch vo votknutí. Osová sila v jednom C-priereze pri analytickom riešení môže byť získaná zo vzorca (6.69) uvedeného v 6.4.1 (6) v EN 1993-1-1 alebo zo vzorca (6.72) uvedeného v 6.4.1 (6) v EN 1999-1-1:

$$N_{ch,Ed} = \frac{N_{Ed}}{4} \pm \frac{M_{Ed}(x)h_0A_{ch}}{2I_{eff}} \quad (4.13)$$

Model	$N_{ch,Ed}$ v jednom C- priereze	Lineárna analýza s vplyvom šmyku [kN]	Nelineárna analýza s vplyvom šmyku [kN]
Analytické riešenie	$N_{ch,Ed,L1,2}$ $N_{ch,Ed,P1,2}$	-94.18 -405.83	-91.33 -408.64
A1 výsledky (ANSYS)	$N_{ch,Ed,L1,2}$ $N_{ch,Ed,P1,2}$	-98.53 -401.47	-84.77 -415.23
A2 výsledky (IQ100)	$N_{ch,Ed,L1,2}$ $N_{ch,Ed,P1,2}$	-102.92 -397.08	-97.88 -402.12
B výsledky (ANSYS)	$N_{ch,Ed,L1}$ $N_{ch,Ed,L2}$ $N_{ch,Ed,P1}$ $N_{ch,Ed,P2}$	-108.49 -106.63 -389.39 -389.71	-104.55 -102.60 -394.69 -395.48

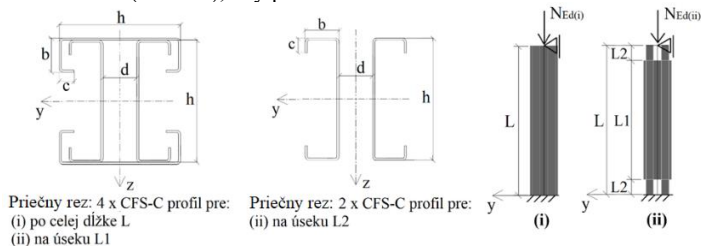
Tab. 4.1: Porovnanie osových síl $N_{ch,Ed}$ v mieste votknutia ($x = 0$).

Tabuľka 4.1 zobrazuje hodnoty osových sily v najviac namáhanom reze $x = 0$ a ich porovnanie pre rôzne analýzy. Prierez členeného prúta je znázornený na obrázku (Obr.4.4) spolu s číslovaním jednotlivých čiastkových prútov (L1; L2; P1; P2).

4.2. Členený prút z CFS s konštantným a nekonštantným (skokovo premenným) prierezom s UGLI imperfekciami podľa EN 1993-1-1 (5.3.2(11)).

V tejto časti je analyzovaný 12m vysoký stĺp montovaný zo štyroch vzájomne spojených čiasťkových CFS-prútov. Pôjde o dva rôzne prípady: (i) štyri čiasťkové prúty rovnako dlhé s dĺžkou L , (ii) dva vnútorné čiasťkové prúty s dĺžkou L a dva vonkajšie kratšie prúty s dĺžkou $L1$.

Prípád (ii) je riešený v troch alternatívach pre $L2$: 0.5m, 0.75m a 1m. Okrajové podmienky: dolný koniec je votknutý a horný koniec je s posuvným klbovým uložením. Zložený stĺp tvoria štyri rovnaké CFS-C-prierezy s rozmermi: výška prierezu $h = 360\text{mm}$, šírka prierezu $b = 100\text{mm}$, šírka pozdĺžnych výstuh $c = 36\text{mm}$ a hrúbka stien $t = 4\text{mm}$, svetlá vzdialenosť medzi vnútornou dvojicou čiasťkových prútov je $d = 100\text{mm}$ (Obr.4.5). Pôsobiaci zaťaženia, pre jednotlivé prípady, sú uvedené v tabuľke (Tab.4.5), aby platilo $N_{Ed} = N_{b,Rd}$.



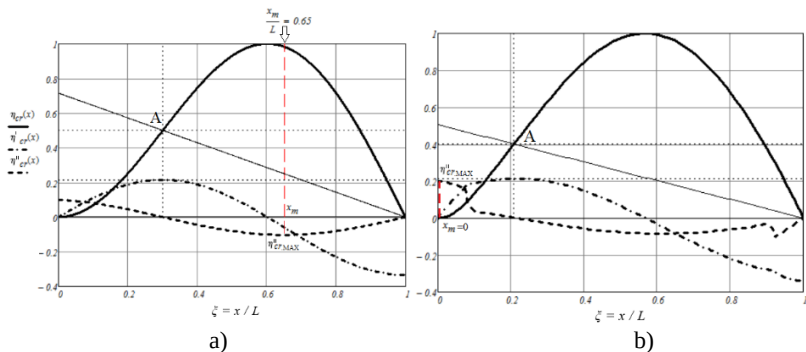
Obr. 4.5: Priečne rezy a základná geometria CFS-zložených stĺpov.

Analytické a numerické riešenie

Pri analytickom aj numerickom riešení je začiatočná imperfekcia zohľadnená podľa EN 1993-1-1 (5.3.2(11)), určenie jednotnej globálnej a lokálnej začiatočnej imperfekcie (JGLZ; UGLI – *Unique Global and Local Initial*) na základe vlastného tvaru prútovej konštrukcie pri pružnom stave strate stability. Riešenie využíva metódu náhradného prúta, kde náhradný prút je uvažovaný, ako obojstranne klbovo podopretý s prierezom a zaťažením, ako posudzovaný prút v rozhodujúcom priereze x_m s kritickou dĺžkou $L_{cr,xm}$ takou, aby kritická sila náhradného prúta bola rovnaká ako kritická sila posudzovaného prúta v rozhodujúcom priereze x_m . Numerické modely sú vytvorenými v programe IQ100 (model A) a ANSYS (model B).

Zaťaženia pôsobiacie na jednotlivé prípady sú vzperné odolnosti tlačných prútov, $N_{Ed} = N_{b,Rd}$. Preto pri podmienke spoľahlivosti musí platiť $U = 1$. Posudzovaná celá konštrukcia a náhradný prút musia mať rovnakú vzpernú odolnosť.

Numerické modely (A) a (B) sú uvažované s plnými prierezovými charakteristikami. Výpočty pre určenie amplitúdy UGLI imperfekcie boli spracované dvoma spôsobmi: a) s použitím prierezových charakteristík plného kritického prierezu a b) s použitím prierezových charakteristík efektívneho kritického prierezu. Podmienka spoľahlivosti $U = 1$ je splnená pri riešení (b), výsledky sú spracované v tabuľke (Tab.4.5).

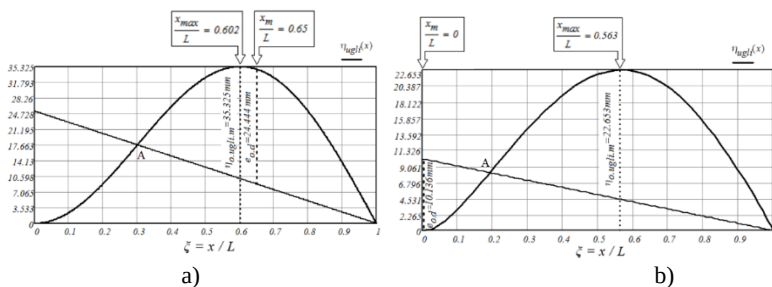


Obr. 4.6: Prvý globálny vlastný tvar a jeho prvé dve derivácie pre prípad: a) (i), b) (ii) $L2 = 1\text{m}$.

V grafoch (Obr. 4.6) sú zobrazené funkcie vlastného tvaru $\eta_{cr}(x)$, ich prvé dve derivácie $\eta'_{cr}(x)$ a $\eta''_{cr}(x)$ a kritický prierez x_m . Amplitúdy globálnych vlastných tvarov sú znormované na max. hodnotu 1. Na vodorovných osiach sú zobrazené funkcie dĺžky prúta $\zeta = x/L$. Bod A v grafoch je inflexný bod, kde derivácie vlastného tvaru dosahujú: $\eta'_{cr}(x)$ maximálnu hodnotu a $\eta''_{cr}(x)$ nulovú hodnotu. Výsledná funkcia spájajúca bod A a miesto pôsobenia osového zaťaženia predstavuje smer pôsobenia kritickej sily N_{cr} v okamihu vybočenia. Maximálna hodnota funkcie $\eta''_{cr}(x)$ určuje miesto kritického prierezu x_m .

Grafy (Obr. 4.7) zobrazujú priebeh začiatočnej UGLI imperfekcie $\eta_{ugli}(x)$ s vyznačenými hodnotami maximálnej amplitúdy UGLI imperfekcie $\eta_{0,ugli,m}$ v priereze x_{max} a amplitúdy imperfekcie náhradného prúta $e_{0,d}$ v kritickom priereze x_m .

$$\eta_{0,ugli,m} = e_{0,d} \frac{\alpha_{cr,m} N_{Ed,m}}{EI_m |-\eta''_{cr,max}|} \quad (4.14)$$



Obr. 4.7: Priebeh UGLI imperfekcie pre prípad: a) (i), b) (ii) $L2 = 1\text{m}$.

Výsledný ohybový moment v rozhodujúcom priereze x_m sa určí ako:

$$M_{Ed,ugli}^{II}(x_m) = EI(x_m)\eta''(x_m) = kN_{Ed}e_{0,d} \quad (4.15)$$

Ohybové momenty $M_{Ed,ugli}^{II}(x_m)$ získané analytickým výpočtom dávajú veľmi dobrú zhodu s výsledkami numerického riešenia (modely A, B).

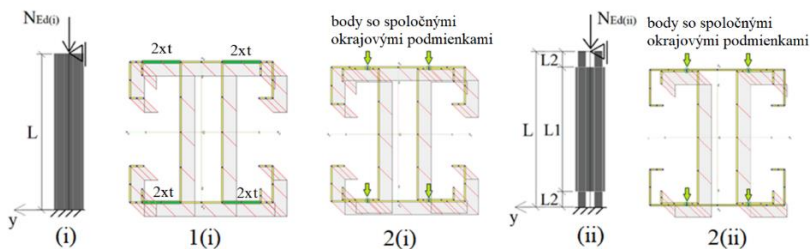
Parametre:	(i)	(ii)	(ii)	(ii)
$L2$ [m]	0	0.5	0.75	1
N_{Ed} [kN]	1621	938.8	928.6	920
$N_{cr,m}$ [kN]	3674.8	3114.75	2957.22	2839.3
$L_{cr,m}$ [m]	8.3899	4.824	4.951	5.053
$\eta_{0,ugli,m}$ [mm]	35.349	15.409	17.431	22.65
$M_{Ed,ugli}^{II}(x_m)$ [kNm]	70.89	12.68	13.295	13.78
$U = \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{Ed,ugli}^{II}(x_m)}{M_{Rd}} \leq 1$	1	1	1	1

Tab. 4.5: Výsledky pre CFS členený prút s konštantným a nekonštantným prierezom.

5 Identifikácia vlastných tvarov pri strate stability

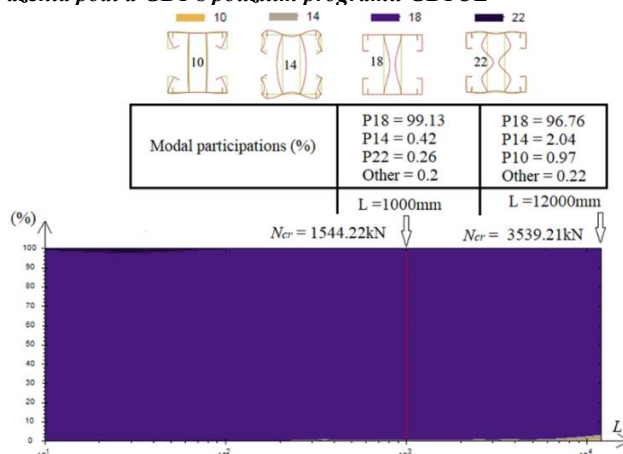
Prierez zložený zo štyroch CSF-C prierezov

Centricky tlačенý prút (z kapitoly 4.2) je uvažovaný: s dolným koncom votknutým a horným s posuvným klbovým podopretím. Stabilitná analýza celého prúta pre jednotlivé prípady (Obr. 5.1) je vykonaná pomocou metód (i) GBT, FSM a FEM; (ii) FEM. Prierezy sú uvažované v prípadoch: (1) v mieste styku dvoch profilov je uvažovaná hrúbka steny $2 \times t$ a (2) v miestach umiestnenia spojovacích prvkov sú definované body so spoločnými okrajovými podmienkami (posuny a rotácie).



Obr. 5.1: Vyšetrované prípady členeného prúta zloženého zo 4 CFS-C prierezov:
(i) $L=12m$, (ii) $L=12m$, $L2 = 500, 750, 1000$ mm.

Kritické zaťaženia podľa GBT s použitím programu GBTUL

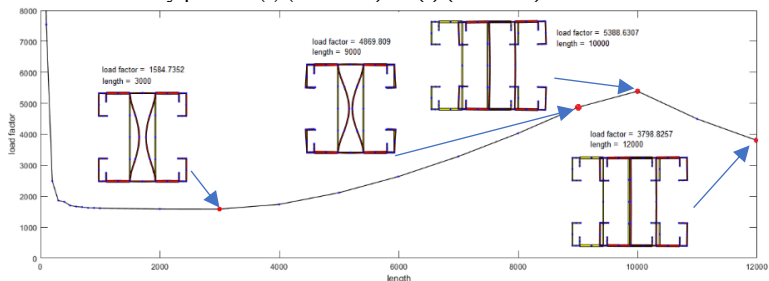


Obr. 5.2: Podiel jednotlivých deformačných tvarov prierezu (4xC) na vzpornom režime.

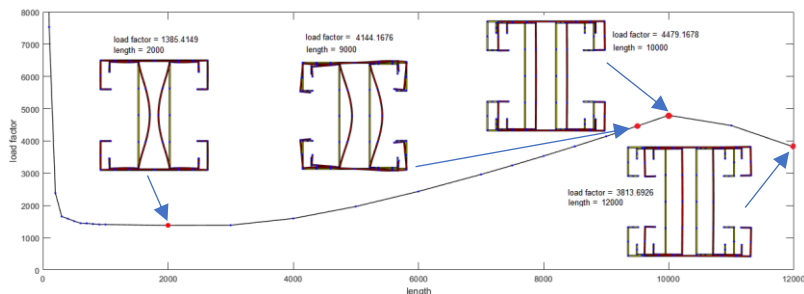
Stabilitná analýza členeného prúta je vykonaná pre prípad 1(i). Prút vo všetkých vyšetrovaných dĺžkach ($L = 0 \sim 12 \text{ m}$) zlyhal pri lokálnej strate stability, globálna strata stability nenastala. Na (Obr. 5.2) je diagram GBT modálneho podielu. Pri všetkých dĺžkach prúta ($L = 0 \sim 12 \text{ m}$) je najväčší percentuálny podiel zastúpený deformačným režimom prierezu P18 ($> 90 \%$) (fialová farba). Distorzná strata stability je zanedbateľná. Členený prút pri $L = 12 \text{ m}$ zlyhá pri lokálnej strate stability s $N_{cr} = 3539.21 \text{ kN}$. Minimálna hodnota $N_{cr} = 1544.22 \text{ kN}$ pri lokálnej strate stability je pri $L = 1000 \text{ mm}$.

Kritické zaťaženie podľa FSM s použitím programu CUFSM

Stabilitná analýza členeného prúta je vykonaná pre prípady 1(i) a 2(i). Na nasledujúcich obrázkoch je závislosť kritického zaťaženia členeného prúta v závislosti od dĺžky prúta: 1(i) (Obr. 5.3) a 2(i) (Obr. 5.4).



Obr.5.3: Koefficient kritického zaťaženia tlačeneho členeného CFS-prúta v závislosti od dĺžky prúta pre prípad 1(i), (CUFSM).

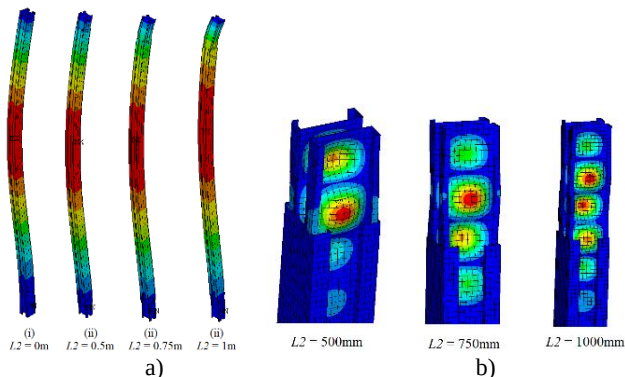


Obr.5.4: Koeficient kritického zaťaženia tlačeneho členeného CFS-prúta v závislosti od dĺžky prúta pre prípad 2(i), (CUFSM).

Pomocou metódy konečných pásov pre oba prípady 1(i) a 2(i) dochádza ku globálnej strate stability pri $L \approx 10$ m. Distorzná strata stability je zanedbateľná, k lokálnej strate stability dochádza až po dĺžku $L \approx 10$ m pre oba prípady. Minimálne hodnoty pri lokálnej strate stability je pre prípad: (i) pri $L = 3$ m, $N_{cr} = 1584.74$ kN, (ii) pri $L = 2$ m, $N_{cr} = 1385.41$ kN. Výsledné kritické sily sú menšie pre dĺžky $L < 10$ m v prípade 2(i).

Kritické zaťaženie podľa FEM s použitím programu ANSYS

Stabilitná analýza členeného prúta je vykonaná pre všetky prípady 1(i), 2(i) a 2(ii). V prípade 2(ii), ktorý možno riešiť komplexne len pomocou FEM, prvé vlastné tvary členených prútov vykazovali lokálne vydúvanie stien na dĺžke $L2$ (Obr. 5.5(b)). Globálne vlastné tvary sa získali delením konštrukcie na menšie konečné prvky (Obr. 5.5(a)). Výsledné hodnoty kritických síl pre prípad 2(ii) sú v tabuľke (Tab. 6.2).



Obr. 5.5: Vlastné tvary pri: a) globálnej, b) lokálnej strate stability (ANSYS).

6 Určenie vzpernej odolnosti tlačeneho CFS-prúta

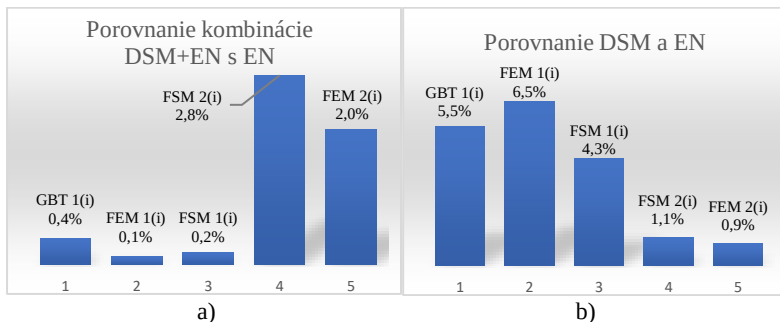
Súčasnú možnosť overenia vzpernej odolnosti tlačenej CFS-prúty:

- Výpočet založený na postupe v súčasnom eurokóde, kde samotná odolnosť CFS-prúta je stanovená na základe výpočtu efektívneho prierezu, v ktorom je zahrnutý vplyv lokálnej a distorznej straty stability podľa EN 1993-1-3. A následne vzperná odolnosť tlačenej prúty je určená podľa EN 1993-1-1.
- Výpočet podľa americkej normy AISI metódou DSM, kde vzperná odolnosť prúty sa určí ako najmenšia odolnosť prúty z výpočtu odolnosti pre lokálnu, distorznu a globálnu stratu stability. Tomuto výpočtu predchádza určenie vzperných režimov pri strate stability (kapitola 5). Hlavná výhoda tejto metódy je výpočet s uvažovaním plných prierezových charakteristík CFS-prierezu.
- Novým a stále sa vyvíjajúcim výpočtom, ktorý kombinuje DSM so súčasným eurokódom. Počiatok výpočtu je založený na DSM a preto sa nemusí uvažovať s efektívnym prierezom. Následne, pre overenie globálnej straty stability, sa môže postupovať podľa overeného postupu v EN 1993-1-1.

V nasledovnej (Tab. 6.1) sú spracované výsledné kritické sily z predchádzajúcej kapitoly 5 len pre prípad (i) členeného prúty zloženého zo 4x CFS-C-prierezov potrebné pre určenie vzpernej odolnosti podľa DSM a kombinácií EN a DSM. Na (Obr. 6.1) sú percentuálne porovnania návrhových prístupov.

Strata stability:	1	2	3	4	5
	1(i)	1(i)	1(i)	2(i)	2(i)
	GBTUL	ANSYS	CUFSM	CUFSM	ANSYS
	N _{cr} [kN]				
Lokálna	1544.22	1580.65	1584.74	1385.41	1435.74
Globálna	-	-	3798.83	3813.69	3894.32

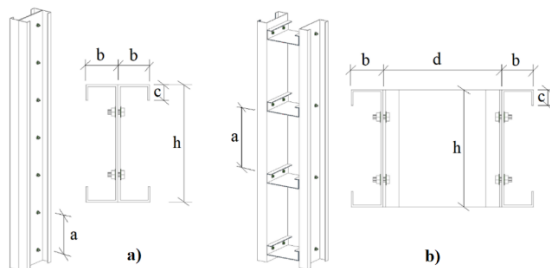
Tab. 6.1: Vstupné hodnoty pre výpočet teoretických hodnôt vzpernej odolnosti.



Obr. 6.1: Percentuálne porovnanie teoretických vzperných odolností: a) kombinácie DSM a EN s EN, b) DSM s EN

7 Členené prúty z CFS so vzájomným rozstupom

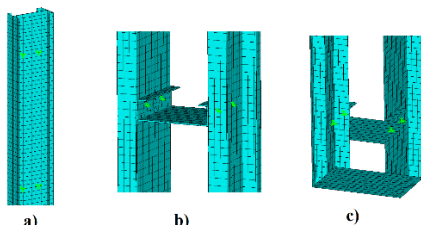
Z literatúry boli vybrané dve publikácie obsahujúce experimenty Tinga: [15] členených prútov zložených z dvojice vzájomne spojených CFS-C-prierezov (*back-to-back built-up*) (Obr.7.1a) a [16] členených prútov zložených z dvojice so vzájomným rozstupom, ktorý je tvorený prvkom s rovnakým CFS-C-prierezom. ako sú čiastkové prúty (*back-to-back gapped built-up*) (Obr.7.1b)



Obr. 7.1: Všeobecná geometria členených prútov a priečne rezy.

Nasledovná časť obsahujú numerické riešenie k experimentom, spracované v práci [15] a [16]. Pre numerickú analýzu boli vybrané členené prúty s dĺžkou 2180mm vzájomne zložené z CFS-C75-prierezu (C75: $h = 75$ mm, $b = 20$ mm, $c = 10$ mm, $d = 75$ mm, $t = 1.2$ mm). Priečne rezy sú na obrázku (Obr. 7.1). vyšetřované sú nasledovné tri prípady: (i) členený prút zložený z dvojice vzájomne spojených CFS-C-prierezov, (ii) členený prút zložený z dvojice CFS-C75-prierezov so vzájomným rozstupom. čiastkové prúty sú spojené piatimi spojkami (CFS-C75-prierez). svetlá vzdialenosť medzi spojkami je $a = 475$ mm.

Numerické modely sú vytvorené v programe ANSYS. Použité sú elementy SHELL181. Jednotlivé steny, príruby a pozdĺžne výstuhy sú priame, nie je zohľadnené zaoblenie rohov CFS-prierezov. Pre prípad (i) je spojenie medzi čiastkovými prútmi definované v miestach spojov (skrutiek) pomocou bodov, ktoré majú spoločné posuny a rotácie (Obr. 7.2:(a)). Pre prípad (ii) sú spojky modelované separovane a v miestach napojenia na čiastkové prúty sú vytvorené body, so zadanými spoločnými posunmi a rotáciami (Obr. 7.2:(b)). Tieto body spojenia pre prípad (i) a (ii) sú v programe ANSYS definované väzbami CP „coupling“. CP väzby sú pre konkrétne prípady (i) a (ii) dostatočne korektné, konštrukcie zlyhajú pri globálnej strate stability. Pre prípady konštrukcií so zlyhaním pri lokálnej alebo distorznej strate stability, je nutné uvažovať spojenie medzi prvkami pomocou kontaktných prvkov. Vytvorené sú pomocné plochy na koncoch prútov (Obr.7.2:(c)) s hlavným bodom umiestneným v ťažisku, pre aplikovanie okrajových podmienok a zaťaženia. Okrajové podmienky sú uvažované ako obojstranne klbové podopretie.



Obr. 7.2: a) Spojenie čiasťových prútov (i). b) napojenie spojok na čiasťkové prúty (ii). c) pomocná plocha pre aplikáciu okrajových podmienok a zaťaženia.

Vyšetrované prípady (i) a (ii) v experimentoch zlyhali pri globálnej strate stability. Preto počiatočná imperfekcia v modeloch je určená, ako jednotná globálna a lokálna (UGLI) imperfekcia.

Pomocou stabilitej analýzy sú určené vlastné tvary pri pružnej strate stability a kritické zaťaženia modelov bez imperfekcie. Kritické sily N_{cr} pre jednotlivé prípady sú v tabuľke (Tab.7.1). Prvý globálny vlastný tvar sa nastavi, ako počiatočná geometria konštrukcie s maximálnou amplitúdou: a) 10mm, b) 5mm. Aplikuje sa zaťaženie a spustí nelineárny výpočet s vplyvom veľkých deformácií. Pôsobiacie zaťaženie sa postupne zvyšuje, až kým sa nenájde úroveň zaťaženia, pri ktorej sa konštrukcia stane nestabilnou. Výsledné zaťaženie N_{Ed} pre jednotlivé prípady sú v tabuľke (Tab.7.1). Z výsledkov sa odčíta maximálne napätie σ_{Max} a maximálna deformácia η_{Max} (Obr.7.3-7.4). Určenie výslednej amplitúdy globálnej a lokálnej imperfekcie sa určí ako:

$$\eta_{0.ugli.m} = \frac{\alpha_m(\lambda_m - 0.2)}{\lambda_m^2} \frac{1 - \frac{\lambda_m^2 \chi_m}{\gamma_{M1}}}{1 - \lambda_m^2 \chi_m} \frac{f_y \eta_{cr.II.max}}{\sigma_{Max}} \quad (7.1)$$

Parametre	(i)		(ii)	
$A_{eff,2xC} [mm^2]$	218.5		218.5	
$N_{cr} [kN]$	11.47		29.03	
Počiatočná výchylka [mm]	10	5	10	5
$N_{Ed} [kN]$	9.8	10.45	22.15	24.48
$\lambda_m [-]$	3.266		2.062	
$\chi_m [-]$	0.085		0.198	
$\eta_{max} [mm]$	75.97	72.5	52.32	43.02
$\sigma_{max} [MPa]$	808.468	766.614	845.124	701.793
$\eta_{0.igli.m} [mm]$	5.14	5.18	5.21	5.16

Tab.7.1: Určenie výslednej globálnej a lokálnej imperfekcie $\eta_{0.igli.m}$.

Výsledná amplitúda $\eta_{0.igli.m}$, pre jednotlivé prípady v závislosti od volenej počiatočnej výchylky (5mm, 10mm), sa líši o menej ako 0.7 % pre prípad (i) a 0.9% pre prípad (ii).

Nelineárne správanie materiálu je vo výpočte zohľadnené pomocou bilineárneho pracovného diagramu. Materiálové vlastnosti sú prebrané z prác [16] a [17] pre

prípady: (i) $f_y = 560 \text{ MPa}$, $f_u = 690 \text{ MPa}$, $E = 207 \text{ GPa}$ [16], (ii) $f_y = 565 \text{ MPa}$, $f_u = 698 \text{ MPa}$, $E = 205 \text{ GPa}$ [17].

Po vytvorení novej geometrie s imperfekciami sa do nasledovného výpočtu vniesla materiálová nelinearita. Aplikuje sa zaťaženie a spustí nelineárny výpočet s vplyvom veľkých deformácií. Pôsobiacie zaťaženie sa postupne zvyšuje, až kým sa nenájde úroveň zaťaženia, pri ktorej sa konštrukcia stane nestabilnou. Výsledná odolnosť $N_{b,Rd,EXP}$ pre jednotlivé prípady sú v tabuľke (Tab.7.2). Výsledky numerického riešenia boli pre prípad (i) menšie o 5% a pre (ii) menšie o 6 % v porovnaní s experimentmi.

Odolnosť	(i)	(ii)
$N_{b,Rd,EXP} [\text{kN}]$	10.9	25.6
$N_{b,Rd,FEM} [\text{kN}]$	10.25	24.20
$N_{b,Rd,FEM} / N_{b,Rd,EXP}$	0.94	0.95

Tab.7.2: Porovnanie výsledných odolností.

8 Záver

Predložený autoreferát predstavuje stručný prehľad tém riešených v dizertačnej práci na konkrétnych príkladoch.

V kapitole 4.1. je riešený špeciálny prípad členeného prúta z CFS s rámovými spojkami a priehradovinou pri kombinácii zaťaženia: osovou silou, ohybovým momentom, a horizontálnou silou. Výsledky vnútorných síl analytického riešenia podľa Rubina porovnané s numerickými analýzami pomocou programov IQ100 a ANSYS dávajú výbornú zhodu. Parametre využívané pri analytickom riešení sú výbornou pomôckou pre inžinierov v praxi. A to: a) stabilitný parameter ϵ , ktorý zohľadňuje vplyv druhého rádu, b) faktor γ zohľadňujúci vplyv šmykovej poddajnosti, c) súčiniteľ kritického zaťaženia $\alpha_{cr} = N_{cr}/N_{Ed}$, d) zväčšujúci faktor k (podľa Dischingera). Tieto parametre umožňujú projektantom rýchly predbežný návrh konštrukcie pred podrobným výpočtom, ako aj rýchle a jednoduché viac alebo menej približné overenie presnejších výsledkov.

V kapitole 4.2 sú analyzované špeciálne prípady členených prútov z CFS, ktoré nie je možné nahradiť kontinuum s rozmazanou šmykovou tuhosťou a efektívnou ohybovou tuhosťou. Výpočet vnútorných síl je realizovaný na diskretných konštrukciách s použitím UGLI imperfekcie. Výpočty pre určenie amplitúdy UGLI imperfekcie boli vykonané s použitím prierezových charakteristík efektívneho kritického prierezu. Pre použitie v praxi je možné použiť v celom výpočte prierezové charakteristiky plného kritického prierezu, maximálne rozdiely vo výsledkoch sú 5% pre všetky príklady riešené v tejto práci.

V kapitole 5 je riešená problematika identifikácie vlastných tvarov pomocou programov : GBTUL, CUFSM, ANSYS. Určenie kritických zaťažení pri lokálnej, distorznej a globálnej strate stability tvorí základ pre určenie hodnôt vzpernej odolnosti podľa AISI (DSM) a kombinácie EN 1993 a AISI (DSM).

V práci sú porovnávané tri prístupy k určeniu vzpernej odolnosti podľa : a) EN 1993 (časti EN 1993-1-1 a EN 1993-1-3), b) AISI (DSM), metóda priameho určenia

odolnosti a d) kombinácie EN 1993 (časti EN 1993-1-1 a EN 1993-1-3) a AISI (DSM). S porovnania vyplynulo, že kombinácia metód používaných v AISI (DSM) a EN 1993-1-1, -1-3 nám dáva bezpečný a efektívny spôsob navrhovania. Hlavnou výhodou je, že sa nemusí uvažovať s prierezovými charakteristikami efektívneho prierezu. Analýza prúta pri lokálnej, distorznej a globálnej strate stability dáva projektantom v praxi možnosť vidieť správanie sa „ideálneho“ prúta a môžu tak efektívnejšie pristupovať k návrhu konštrukcií.

V kapitole 7 je porovnanie numerických modelov s experimentmi Tinga. Výsledná odolnosť CFS-členených tlačných prútov je stanovená pre numerické modely pomocou nelineárnej analýzy zahrňujúcej geometrické a materiálové nelinearity. Numerické výsledky vzpernej odolnosti boli pre prípad (i) menšie o 5 % a pre (ii) menšie o 6 % v porovnaní s experimentmi.

9 Použitá literatúra

[1] EN 1993-1-1: March 2005 and Corrigendum AC: February 2006. Eurocode 3 – Design of Steel Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. CEN Brussels

[2] EN 1999-1-1: May 2007 + A1: July 2009 + A2: December 2013 Design of Aluminium Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. CEN Brussels

[3] Baláž I., Koleková Y., Moroczová L.: *Analysis of internal forces in aluminium laced built-up column with bow imperfection under combination of actions*, In PLATKO. P. ESaT 2018. Košice: Technical University of Košice Faculty of Civil Engineering. 2018. ISBN 978-80-553-2982-6, 2018

[4] Baláž I., Koleková Y., Moroczová L.: *Analysis of internal forces in aluminium laced built-up column with sway imperfection under combination of actions*, In PLATKO. P. ESaT 2018. Košice: Technical University of Košice Faculty of Civil Engineering. 2018. ISBN 978-80-553-2982-6, 2018

[5] Baláž I., Koleková Y., Moroczová L.: *Analysis of metal built-up members. Analysis of metal built-up members*. In Book of extended abstracts of 34th conference with international participation Computational Mechanics 2018. Plzeň: University of West Bohemia. 2018. s. 1--2. ISBN 978-80-261-0819-1, 2018

[6] Baláž I., Koleková Y., Moroczová L.: *Správanie členených prútov všeobecne namáhaných. Zborník prednášok zo 43. aktívu pracovníkov odboru oceľových konštrukcií*. Kysucké Nové Mesto: Reklamný servis. 2018. s. 11--16. ISBN 978-80-89838-07-3., 2018

[7] Baláž I., Koleková Y., Moroczová L.: *Battened built-up member under compression and bending with one end fixed and the other end free*, In AL ALI. M. -- PLATKO. P. *Advances and Trends in Engineering Sciences and Technologies III*. London: Taylor & Francis Group. 2019. s. 21--27. ISBN 978-0-367-07509-5, 2019

[8] Baláž I., Koleková Y., Moroczová L.: *Behaviour of steel laced built-up columns*, In AL ALI. M. -- PLATKO. P. *Advances and Trends in Engineering Sciences and Technologies III*. London: CRC PressTaylor & Francis Group. 2019. s. 29--35. ISBN 978-0-367-07509-5, 2019

- [9] Baláž I., Koleková Y., Moroczová L.: *Kovové členené prúty*. In Kyseľ, J. *Statika stavieb 2019*. Trnava: Spolok statikov Slovenska. 2019. s. 219--224. ISBN 978-80-89655-13-7, 2019
- [10] Schafer, B. W., Peköz, T.: *Direct Strength Prediction of Cold-Formed Steel Members using Numerical Elastic Buckling Solutions*. Fourteenth International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures. St. Louis, Missouri. 1998
- [11] AISI, *American Iron and Steel Institute: Specification for the Design of Cold-formed Steel Structural Members with Commentary*. Edition. Supplement No. 1. Washington D. C.
- [12] EN 1993-1-3. *Design of steel structures. Part 1-3: General rules – Supplementary rules for cold-formed members and sheeting*. CEN, 2006
- [13] Brune, B., Peköz, T.: *Design of cold-formed steel members – comparison of EN 1993-1-3 and Direct Strength Method*. © Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG. Berlin · Steel Construction 6 (2013). No. 2. 2013
- [14] Brune, B., Clasen, S.: *Die Einführung der Direct Strength Method zur Bemessung von kaltgeformten Stahlprofilen nach EN 1993-1-3*. STAHLBAU Fachaufsatz/Bericht. 2015
- [15] Roy, K., Ting, T. C. H., Lau, H. H., Lim, J. B. P.: *Experimental investigation into the behaviour of back-to-back gapped built-up cold formed steel channel sections under compression*. Wei-Wen Yu International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures, 2018
- [16] Roy, K., Ting, T. C. H., Lau, H. H., Lim, J. B. P.: *Nonlinear behaviour of axially loaded back-to-back built-up cold-formed steel un-lipped channel sections*. Steel and Composite Structures. Vol. 28. No. 2 (2018) 233-250. DOI: <https://doi.org/10.12989 /scs.2018.28.2.233>, 2018
- [17] Roy, K., Ting, T. C. H., Lau, H. H., Lim, J. B. P.: *Numerical investigation and parametric study on the behaviour of axially loaded back-to-back gapped built-up cold-formed steel channels*. Ninth International Conference on Advances in Steel Structures (ICASS'2018) 5-7 December 2018 - Hong Kong, China, 2018