

Stavebná fakulta STU v Bratislave

Ing. Igor Niko

Autoreferát dizertačnej práce

ODOLNOSŤ KOVOVÝCH PRÚTOV NAMÁHANÝCH  
INTERAKCIOU VNÚTORNÝCH SÍL

na získanie vedecko-akademického titulu doktor philosophiae doctor, PhD.  
v doktorandskom študijnom programe

**Teória a konštrukcie inžinierskych stavieb**

Bratislava 2020

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na  
Stavebnej fakulte Slovenskej technickej univerzity v Bratislave

**Predkladateľ:** Ing. Igor Niko  
Stavebná fakulta STU v Bratislave  
Katedra kovových a drevených konštrukcií  
Radlinského 11  
810 05 Bratislava

**Školiteľ:** doc. Ing. Magdaléna Štujberová, PhD.  
Stavebná fakulta STU v Bratislave  
Katedra kovových a drevených konštrukcií  
Radlinského 11  
810 05 Bratislava

**Oponenti:** prof. Ing. Vincent Kvočák, CSc., SvF TU Košice  
  
Ing. Marian Dallemule, PhD., Ingsteel Bratislava  
  
Ing. Ján Brodniansky, PhD., SvF STU Bratislava

.....  
.....

**Autoreferát bol rozoslaný:** 24.11.2020

**Obhajoba dizertačnej práce sa koná** 11.12.2020 o 09.00 h.  
online

Prof. Ing. Stanislav Unčík, PhD.  
dekan Stavebnej fakulty STU v Bratislave

## Úvod

V stavebných konštrukciách sa bežne vyskytujú prvky, ktoré sú vplyvom vonkajšieho zaťaženia namáhané viac ako jednou vnútornou silou. Jedným z najbežnejších prípadov je priečne zaťažený nosník, na ktorom vzniká kombinácia ohybového momentu a priečnej sily. Určenie odolnosti takého prvku môže byť zložitú. Pokiaľ ide o prvok, ktorý nie je náchylný na stratu stability, či vzperom alebo klopením, jeho odolnosť bude rovná odolnosti prierezu. To znamená že odolnosť pri kombinácií niekoľkých vnútorných síl bude tiež odolnosťou prierezu. V prípade prúta, ktorý vplyvom vonkajšieho zaťaženia môže stratiť stabilitu, musíme vyšetriť odolnosť prvku, čo pri kombinácií vnútorných síl prináša komplikácie.

V súčasných platných európskych normách pre navrhovanie stavebných konštrukcií, tzv. Eurokódoch EN 1993 [1] a EN 1999 [2] sa nachádzajú len najzákladnejšie kombinácie pre odolnosť prierezov, ohybový moment a priečna sila, ohybový moment a osová sila, ohybový moment priečna sila a osová sila a pre odolnosť prútov, ohybový moment v dvoch rovinách a osová sila.

Aktuálne prebieha snaha navrhovať vhodné postupy do Eurokódov, ktorými by bolo možné vyhodnotiť odolnosť prierezov a prútov namáhaných aj inými kombináciami, napríklad aj vnútornými silami krútenia t.j. krútiaci moment, ohybovo krútiaci moment a bimoment, prezentované v publikáciách. [16] [17] [18] [19]

Ako bolo vyššie spomínané, na výpočet odolnosti prútov namáhaných dvojsoovým ohybom a tlakom existujú postupy v Eurokódoch pre navrhovanie oceľových konštrukcií [1] a hliníkových konštrukcií [2]. Eurokód 3 čl. 6.3.3 [1] obsahuje postup na výpočet odolnosti kombinovane namáhaných prútov pomocou interakčných súčiniteľov. Tieto súčinitele je možné získať dvoma alternatívnymi metódami ktoré sú obsiahnuté v prílohách danej normy. V rámci prípravy novej generácie Eurokódov je snaha zredukovať počet alternatív, a teda ponechať jednu z terajších metód. Ďalšia možnosť na overenie odolnosti kombinovane namáhaných prútov je použiť postup v Eurokóde 9 čl. 6.3.3 [2], ktorý je použiteľný aj na oceľové konštrukcie [4].

## 1. Tézou dizertačnej práce

Táto kapitola obsahuje tézu dizertačnej práce formulované pri dizertačnej skúške. Ich zhodnotenie sa nachádza v záverečnej kapitole práce.

- ▶ Parametrická štúdia dostupných metód na určenie odolnosti štíhlych prútov namáhaných kombináciou osovej sily a dvojsoového ohybu.

- ▶ Získať dostatočný počet výsledkov a znalostí na sformulovanie odporúčaní a upozornení pri bežnom posudzovaní analytickými metódami, alebo aj pri tvorbe numerických MKP modelov v komerčných programoch.
- ▶ Zlepšenie a vyladenie existujúceho programu v MathCade, prípadne vytvorenie samostatného ďalšieho programu v inom programovacom jazyku.
- ▶ Porovnanie aktuálne platných a dostupných metód v európskych technických normách na návrh štíhlych prútov namáhaných kombináciou osovej sily a dvojosového ohybu, ale aj ďalších postupov z inej literatúry.
- ▶ Analýza ďalších interakčných problémov ktoré nie sú definované v aktuálnych normách. Odolnosť prierezov namáhaných interakciou vnútorných síl krútenia, ohybu a tlaku.

## **2. Metodika práce a metódy skúmania**

Prvá fáza výskumu spočívala v študovaní dostupnej literatúry, technických noriem, študijných podkladov a publikácií.

Na základe získaných poznatkov v oblasti skúmanej problematiky kombinovane namáhaných štíhlych prútov vypracovať výpočtové nástroje umožňujúce analyzovať problematiku.

Vypracovanie parametrickej štúdie dostatočného rozsahu na formuláciu odporúčaní pri riešení skúmaných úloh.

## **3. Parametrická štúdia**

Pre získanie lepšej predstavy o možnostiach skúmaných metód autor zvolil parametrickú štúdiu, vychádzajúc z typu konštrukcií uvedených v predchádzajúcej kapitole. Štúdia bola zameraná na overenie čo najširšieho záberu vplyvov, konkrétne rôzne kombinované priebehy ohybového momentu, rôzne štíhlosti prúta, ako aj odlišné prevládajúce zaťaženie.

### 3.1 Metodológia

Štúdia vychádzala z metodológie použitej pri menšej skupine príkladov opísaných v kapitole 9. Analytická časť pozostávala z výpočtov v softvéri MathCad (príloha 1) [VP3], kde boli použité vopred pripravené a overené programy, samostatne pre každú zo skúmaných metód. Navyše pribudol program pre výpočet podľa prEN [34]. Jeho súčasťou bol aj výpočet počiatkovej imperfekcie podľa nových pravidiel, aj keď priamo hodnota tejto imperfekcie nevystupovala v analytickom riešení, bolo však nevyhnutné ju určiť pre použitie v MKP.

MathCad programy pre výpočet podľa EC9 [2] obsahujú viacero názorných grafov ktoré pomáhali určiť kritické miesto na prúte, ako aj graficky identifikovať prevládajúce zaťaženie. Množstvo týchto grafov v práci nie je uvedených, čitateľ ich nájde v prílohe 1.2.

Okrem hodnôt výslednej odolnosti, respektíve miery využitia boli z analytických postupov vybrané aj hodnoty štrhlostí a kritických vnútorných síl. Tie slúžili na porovnanie s MKP modelom.

Model MKP bol vyhotovený rovnako ako v kapitole 8 v programe Dlubal RFEM, podrobnosti modelu sú v spomínanej kapitole. V parametrickej štúdií bol použitý výlučne súbor tzv. ekvivalentných prierezov „EQ“, keďže išlo v každom prípade o zjednodušenú geometriu doskostenového modelu. V module RF-STEEL Surfaces boli na fiktívnom „result beam“-e vyhodnotené miery využitia, aj s informáciou o presnom mieste na prúte kde bola dosiahnutá maximálna miera využitia. V tomto module bola miera využitia počítaná ako pomer maximálneho dosiahnutého Von Misses napätia na elemente a návrhovej medze klzu.

Ďalšou odlišnosťou od predošlého súboru výpočtov je spôsob voľby imperfekcie. Pri parametrickej štúdií boli použité amplitúdy počiatkovej imperfekcie v piatich rôznych hodnotách. Dve hodnoty pre vybočenie v smere osi y a v smere osi z podľa [1], ďalej dve hodnoty podľa [34] pre prúty náchylné na vzper (Obr. 4.5) a ďalšia hodnota, pre prúty náchylné na klopie, v tvare vybočenia kolmo k slabšej osi (Obr. 4.6). Okrem toho bol súčasťou výpočtu MKP aj model bez počiatkovej imperfekcie.

Materiál pre MKP výpočet bol uvažovaný ako pružný.

V prílohe 2 sa nachádzajú výstupy z RFEM-u, výpis zaťažení, zadávanie imperfekcií v module RF-IMP, stabilitná analýza v RF-STABILITY, ako aj výsledné miery využitia, získane v module RF-STEEL Surfaces.

Výsledky z analytického aj numerického riešenia boli kompilované v programe Microsoft Excel (Príloha 3), kde boli následne aj vyhodnotené.

### 3.2 Rozsah

Štúdia pozostávala z celkového počtu 45 prípadov. V každom prípade išlo o prút s profilom HEA 200, zaťažný súčasne osovou tlakovou silou a ohybovými momentami v oboch rovinách.

Prvým parametrom bola štyhlosť prúta pri vzpere kolmo k osi  $y$ , zvolený v troch hodnotách 50, 80 a 120. Štyhlosť bola vždy dosiahnutá pomocou premennej dĺžky prúta, keďže okrajové podmienky podopretia a použitý profil ostali nezmenené. Presné hodnoty štyhlostí sú mierne odlišné od požadovaných hodnôt, keďže cieľom bolo použiť okrúhle číslo dĺžky prúta, čo najbližšie k hodnote  $\lambda_y$  pre daný prípad.











Pomer zaťaženií pôsobiacich na prút predstavoval ďalší parameter, zámerom bolo vyšetriť prípad vzájomného pôsobení troch zložiek, pričom jedna zložka prevládala nad ostatnými. Konkrétne hodnoty síl resp. momentov a im prislúchajúcim maximálnym hodnotám pružného normálového napätia sa nachádzajú v tabuľke 8.1. Konkrétne hodnoty zaťaženia boli zvolené aby bola miera využitia čo najbližšie k 1.0, pričom kvôli praktickosti bol tento výber uskutočnený na metóde prEN 1993.

**Tab.3.1:** Hodnoty zaťaženií pre jednotlivé prípady

$\lambda_y$		N			$M_y$			$M_z$		
		$N_{ed}$	$M_{y,Ed}$	$M_{z,Ed}$	$N_{ed}$	$M_{y,Ed}$	$M_{z,Ed}$	$N_{ed}$	$M_{y,Ed}$	$M_{z,Ed}$
50	F/M [kN]/[kNm]	430	18	6	220	42	6	220	18	14
	$\sigma$ [MPa]	79,88	41,46	44,78	40,896	96,648	44,776	40,896	41,463	104,5
	$\Sigma$ [MPa]	166,12			182,32			186,86		
80	F/M [kN]/[kNm]	250	10	4	130	30	4	130	10	13
	$\sigma$ [MPa]	46,44	23,04	29,85	24,15	69,11	29,85	24,15	23,04	76,63
	$\Sigma$ [MPa]	99,33			123,11			123,81		
120	F/M [kN]/[kNm]	160	8	3	100	24	3	100	8	10
	$\sigma$ [MPa]	29,72	18,43	22,39	18,58	55,29	22,39	18,58	18,43	74,63
	$\Sigma$ [MPa]	70,54			96,25			111,63		

Najväčšia pozornosť bola venovaná priebehom ohybového momentu na prúte, a ich kombináciám. Pre každý prípad s odlišným zaťažením a štyhlosťou bolo preverených päť kombinácií priebehov momentov. Osová sila na každom prúte pôsobila na koncoch, vždy s konštantným priebehom. Zaťaženie ohybovým momentom bolo aplikované rovnako na koncoch prúta, avšak s odlišnou hodnotou na začiatku ako na konci. Vznikol teda priebeh buď konštantný ( $\psi = 1$ ) alebo lineárny ( $\psi = 0$ ), pričom tie sa kombinovali medzi  $M_y$  a  $M_z$ . Tabuľka 9.2 ozrejmjuje jednotlivé kombinácie.

**Tab. 3.2:** Priebeh momentov  $M_y$  a  $M_z$  s kombináciami

Označenie		Priebeh ohybového momentu	
y-y	z-z	y-y	z-z
1	1		
1	0		
0	1		
0	0		
0	-0		

Každý numerický model obsahoval 5 variant s rôznymi hodnotami počiatočnej imperfekcie, ako bolo spomenuté v kapitole 9.1, v nasledujúcej tabuľke 9.3 sú tieto hodnoty vypísané.

**Tab. 3.3:** Hodnoty počiatočnej imperfekcie  $e_0$  použitej pre RFEM model

$\lambda_y$ [-]	$e_0$ [mm]				
	prEN 1993			EN 1993	
	LTB	FB y-y	FB z-z	y-y	z-z
50	16,00	12,36	9,80	16,00	20,00
80	28,00	21,64	17,15	28,00	35,00
120	40,00	30,90	24,50	40,00	50,00

**Tab. 3.4:** Prehľad skúmaných prípadov

no.	$\lambda_y$	Prevládajúce zaťaženie	Priebeh ohybového momentu		Označenie
			y-y	z-z	
1	50	N	1	1	L50 N 1_1
2			1	0	L50 N 1_0
3			0	1	L50 N 0_1
4			0	0	L50 N 0_0
5			0	-0	L50 N 000
6		M <sub>y</sub>	1	1	L50 M <sub>y</sub> 1_1
7			1	0	L50 M <sub>y</sub> 1_0
8			0	1	L50 M <sub>y</sub> 0_1
9			0	0	L50 M <sub>y</sub> 0_0
10			0	-0	L50 M <sub>y</sub> 000
11		M <sub>z</sub>	1	1	L50 M <sub>z</sub> 1_1
12			1	0	L50 M <sub>z</sub> 1_0
13			0	1	L50 M <sub>z</sub> 0_1
14			0	0	L50 M <sub>z</sub> 0_0
15			0	-0	L50 M <sub>z</sub> 000
16	80	N	1	1	L80 N 1_1
17			1	0	L80 N 1_0
18			0	1	L80 N 0_1
19			0	0	L80 N 0_0
20			0	-0	L80 N 000
21		M <sub>y</sub>	1	1	L80 M <sub>y</sub> 1_1

**Tab 3.4** pokračovanie



22	80	$M_y$	1	0	L80 $M_y$ 1_0
23			0	1	L80 $M_y$ 0_1
24			0	0	L80 $M_y$ 0_0
25			0	-0	L80 $M_y$ 000
26		$M_z$	1	1	L80 $M_z$ 1_1
27			1	0	L80 $M_z$ 1_0
28			0	1	L80 $M_z$ 0_1
29			0	0	L80 $M_z$ 0_0
30			0	-0	L80 $M_z$ 000
31		120	N	1	1
32	1			0	L120 N 1_0
33	0			1	L120 N 0_1
34	0			0	L120 N 0_0
35	0			-0	L120 N 000
36	$M_y$		1	1	L120 $M_y$ 1_1
37			1	0	L120 $M_y$ 1_0
38			0	1	L120 $M_y$ 0_1
39			0	0	L120 $M_y$ 0_0
40			0	-0	L120 $M_y$ 000
41	$M_z$		1	1	L120 $M_z$ 1_1
42			1	0	L120 $M_z$ 1_0
43			0	1	L120 $M_z$ 0_1
44			0	0	L120 $M_z$ 0_0
45			0	-0	L120 $M_z$ 000

### 3.3 Vyhodnotenie parametrickej štúdie

Táto kapitola obsahuje analýzu výsledkov parametrickej štúdie. Pre utvorenie predstavy o odlišnostiach medzi analytickými metódami a numerickou metódou pri stabilitnom probléme je vhodné pozrieť sa na kritické sily resp. momenty. V tabuľke 10.1 sú rozpísané hodnoty kritických veličín, získaných pomocou postupov v EN 1993 (približná hodnota podľa národnej prílohy) a Eulerova kritická sila, podrobnosti ktorých sa nachádzajú v Prílohe 1, ako aj kritické veličiny priamo z RFEM (Príloha 2). Hodnota kritického momentu pri klopení bola navyše overená aj v programe LT Beam [VP2].

**Tab. 3.5:** Hodnoty kritických veličín vo vybraných prípadoch *Pozn. FB – Flexural Buckling, TB – Torsional Buckling*

$\lambda_y$	$\psi$	Metóda	$N_{cr}$ [kN]			$M_{cr}$ [kNm]
			FB y-y	FB z-z	TB	LTB
50	1.0	RFEM	4765,26	1765,15	2781,24	207,95
		Euler/EC3	4780,00	1736,00	3318,00	231,97
		LT BEAM	-	-	-	229,30
	0.0	RFEM	4765,26	1765,15	2781,24	379,10
		Euler/EC3	4780,00	1736,00	3318,00	426,79
		LT BEAM	-	-	-	421,54
80	1.0	RFEM	1690,00	577,50	1705,00	96,80
		Euler/EC3	1561,00	566,80	2309,00	110,59
		LT BEAM	-	-	-	108,80
	0.0	RFEM	1690,00	577,50	1705,00	172,42
		Euler/EC3	1561,00	566,80	2309,00	200,16
		LT BEAM	-	-	-	197,81
120	1.0	RFEM	839,10	284,00	1414,00	61,30
		Euler/EC3	764,80	277,73	2006,00	73,12
		LT BEAM	-	-	-	71,79
	0.0	RFEM	839,10	284,00	1414,00	110,90
		Euler/EC3	764,80	277,73	2006,00	131,46
		LT BEAM	-	-	-	129,47

Je zrejme že vo všeobecnosti sa pri strate stability správa MKP model porovnateľne s analytickým predpokladom. Odlišnosti možno pripísať modelovaniu okrajových podmienok. Obzvlášť pri krútení namodelované klbové uloženie nie je najpresnejšie. Takéto uloženie musí zabrániť pootočeniu krajného prierezu okolo pozdĺžnej osi prúta, a zároveň umožniť voľný priebeh deplanácie prierezu. Vplyv nedokonalosti pri definícii tejto okrajovej podmienky sa pochopiteľne prejavil, obzvlášť pri strate stability krútením TB (torsional buckling), ale aj pri strate stability klopením LTB (lateral torsional buckling), keďže krútenie je jednou zo zložiek tohto javu. V oboch prípadoch vzperu je odchýlka kritických síl menej ako 10%. V každom prípade bol kontrolovaný a definovaný tvar straty stability s príslušným vlastným tvarom, čo bolo nevyhnutné pre správnu definíciu počiatočného tvaru prúta s imperfekciou. Vlastné tvary s hodnotami z MKP sú v Prílohe 2.

Zaujímavým údajom pre predstavu o správaní takto zaťaženého prúta je aj poloha kritického miesta na prúte. Toto miesto nie je v mnohých prípadoch zjavné a ukázalo sa že vzhľadom na rôznorodosť zvolených vstupných parametrov môže vzniknúť v každom mieste na prúte. Základný princíp overenia odolnosti skúmaných prútov podľa [1] a [34], t.j. metódou náhradného prúta, nemáme ako zistiť miesto na skutočnom prúte kde dôjde k dosiahnutiu medznej hodnoty. Postup podľa EN 1999 [2] a samozrejme model MKP však túto informáciu dokážu prezentovať. Podľa [2] sa prierez nachádza na odlišnom mieste v závislosti od toho či je uvažované plastické pretvorenie alebo nie. Na Obr. 10.1 sú vyobrazené všetky vyhodnotené prípady, rozdelené podľa štvlosti  $\lambda_y$  (L50, L80, L120) a prevládajúceho zaťaženia ( $N$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ), pre podrobnosti vid' Prílohu 3. Najväčšie rozdiely vznikajú pri menšej štvlosti a pri namáhaní prevládajúcim momentom okolo slabšej osi. Naopak sa kritický prierez najviac približuje pri viac štvhlych prútoch a prevládajúcej osovej tlakovej sile. Z toho možno vyhodnotiť metódu [2] ako najpresnejšiu pri identifikácii polohy kritického prierezu prípadov kedy je strata stability vzperom rozhodujúci faktor.

**Tab. 3.6:** Plastická rezerva vybraných prípadov

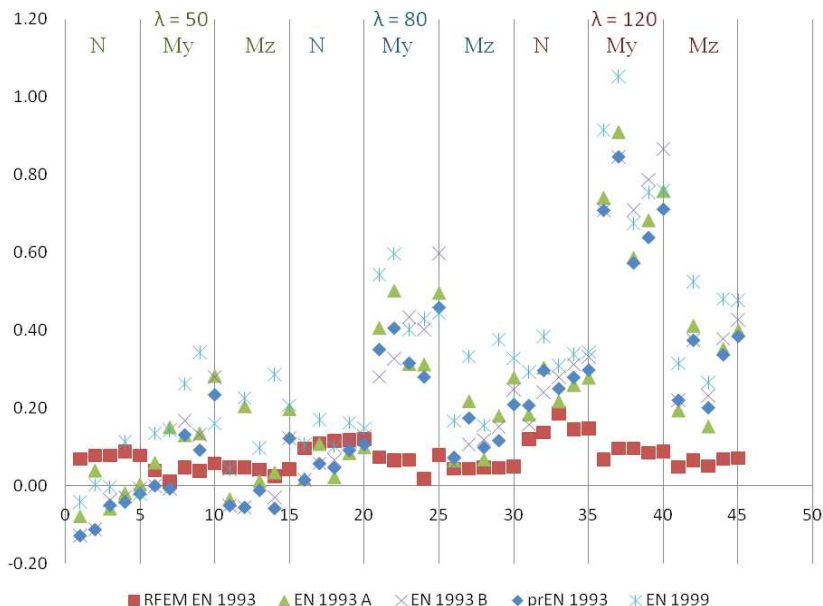
Označenie	EN 1993 A [1]	EN 1993 B [1]	prEN 1993 [34]	EN 1999 [2]
L50 N 1_1	1,23	1,11	1,08	1,47
L50 N 1_0	1,23	1,09	1,06	1,49
L50 N 0_1	1,20	1,09	1,08	1,46
L50 N 0_0	1,21	1,09	1,07	1,52
L50 N 000	1,21	1,09	1,07	1,41
L50 My 1_1	1,23	1,14	1,12	1,61
L50 My 1_0	1,23	1,12	1,04	1,63
L50 My 0_1	1,26	1,15	1,13	1,67
L50 My 0_0	1,25	1,13	1,12	1,67
L50 My 000	1,25	1,13	1,12	1,41
L50 Mz 1_1	1,39	1,23	1,18	1,65
L50 Mz 1_0	1,39	1,18	1,14	1,67
L50 Mz 0_1	1,37	1,24	1,13	1,66
L50 Mz 0_0	1,39	1,19	1,12	1,67
L50 Mz 000	1,39	1,19	1,15	1,52

Všetky prípady boli analytickými metódami spočítané plasticky aj elasticky (plastické prierezové charakteristiky, výber parametrov pre plastický návrh v jednotlivých metódach), preto bolo možné vyhodnotiť plastickú rezervu, ktorú vidíte na Tab. 10.2. Tá obsahuje len vybranú množinu prípadov a síce prúty s najmenšou štíhlosťou. Naprieč celou štúdiou je plastická rezerva najväčšia pri metóde podľa [2], čo potvrdzuje zistenia z kapitoly 10. Rovnako sa potvrdil logický predpoklad najväčšieho plastického zisku pri prevládajúcom namáhaní ohybovým momentom. Kompletnú tabuľku vid' Príloha 3.

Najdôležitejším kritériom pre vyhodnotenie metód je podľa autora výsledná miera využitia. Každá zo skúmaných metód udáva viacero kritérií pre hodnotenie maximálnej odolnosti, pri RFEM bolo zase modelovaných viacerých variant. Nasledujúce grafy (Obr. 10.2 - 10.5) a tabuľka (Tab. 10.3)

predstavujú maximálnu mieru využitia pre jednotlivé postupy. Všetky ostatné hodnoty, ktoré predstavovali nerozhodujúce t.j. menšie miery využitia nájdete v prílohách 1 až 3.

Tabuľka 10.3 obsahuje hodnoty maximálnej miery využitia, pomerne k porovnávacej hodnote za ktorú bola zvolená maximálna hodnota z modelu RFEM prEN 1993, a teda model MKP s imperfekciou zvolenou podľa pravidiel v [34]. Hodnoty sú farebne odlíšené, oranžová až červená pre hodnoty menšie ako porovnávacia, žltá až zelená pre hodnoty vyššie. Pred vytvorením pomerných hodnôt boli miery využitia normalizované na porovnávaciu hodnotu vid' Príloha 3.



**Obř. 3.2** Grafické zobrazenie Tab. 11.3, na osi x poradové číslo prípadu, os y maximálna pomerná miera využitia

Zo získaných údajov je zjavný posun v rámci odporúčaných hodnôt počiatočnej imperfekcie podľa [1] resp. [34] smerom k menej konzervatívne mu výpočtu. Použitím odporúčaní v [34] je oproti aktuálnej platnej norme možné získať v istých prípadoch až o 15% menšiu mieru využitia. V každom prípade bol rozhodujúcim stavom pre prEN 1993 stav LTB z Tab. 9.4, a teda hodnota  $e_0$  pre prúty náchylné na stratu stability v tvare straty stability vzperom. Pre platný EN 1993 rozhodoval stav „z-z“ z rovnakej tabuľky.

Podobný trend je viditeľný aj pri porovnaní analytických metód „EN 1993 B“ a „prEN 1993“, vo väčšine prípadov kde bola hodnota medzi tými dvoma postupmi odlišná, bol nový postup menej konzervatívny. Výnimkou boli prípady s väčším vplyvom ohybového momentu k hlavnej osi prierezu, prípady „1\_1“ a „1\_0“.

Pri pohľade na celkový počet prípadov kedy boli dosiahnuté negatívne hodnoty, t.j. analytický postup dosiahol mieru využitia menšiu ako porovnávacía hodnota, ktorá navyše nepresiahla pomerných 13%, môžeme hodnotiť všetky metódy ako „bezpečné“ pre návrh. Z tohto hľadiska sa opäť ukázal metóda EN 1999 ako najkonzervatívnejšia, negatívnu hodnotu dosiahla len v dvoch prípadoch štúdie. Všetky prípady v ktorých analytické metódy získali odolnosť väčšiu ako porovnávacía hodnota išlo o prút s nízkou štvŕhosťou. So zvyšujúcou sa štvŕhosťou sa všetky analytické metódy stávajú stále viac konzervatívne, čo je viditeľné na Obr. 10.1 až 10.5 .

Najväčšie odchýlky nastali v prípade prevládajúceho ohybového momentu  $M_y$  , opäť so zväčšujúcim sa rozdielom s vyššou štvŕhosťou. Tie v extrémne dosahovali až hodnotu 1,05 , čo znamená že dosiahnutá odolnosť podľa analytickej metódy je viac ako o 100% menšia ako porovnávacía. Z toho možno usúdiť že všetky analytické metódy nadhodnocujú vplyv ohybového momentu k hlavnej osi, a teda vplyv klopenia.

Za zmienku stojí kombinácia priebehov ohybových momentov označená „000“ (piaty riadok v Tab. 10.3), kde je priebeh ohybového momentu vedľajšej osi  $M_z$  lineárny v opačnom smere ako moment k hlavnej osi. Tento stav nie je odlišný v [1] a [34], a je teda totožný so stavom „0\_0“ (štvrtý riadok Tab 9.3). Metóda v [2] ako aj MKP však rozlišujú tieto dva stavy.

Údaje ilustrujú aj veľkú váhu zvolenej imperfekcie na výslednú mieru využitia. To je viditeľné na vybraných v nasledujúcej tabuľke 10.4. Pre všetky údaje viď Prílohu 3.

**Tab. 3.3:** Porovnanie vybraných hodnôt miery využitia v závislosti od použitej imperfekcie

Označenie	pr EN 1993			EN 1993	
	LT	FB y-y	FB z-z	y-y	z-z
L50 N 1_1	1,15	0,7	1,01	0,7	1,23
L50 N 1_0	1,02	0,66	0,89	0,66	1,1
L50 N 0_1	1,02	0,68	0,9	0,68	1,1
L50 N 0_0	0,91	0,67	0,8	0,67	0,99
L50 N 000	0,89	0,56	0,77	0,57	0,96
L50 My 1_1	0,99	1,01	0,9	0,66	1,05
L50 My 1_0	0,88	0,93	0,79	0,62	0,94
L50 My 0_1	0,83	0,7	0,78	0,65	0,87
L50 My 0_0	0,78	0,69	0,77	0,64	0,81
L50 My 000	0,69	0,51	0,62	0,45	0,73
L50 Mz 1_1	1,06	0,8	0,99	0,78	1,11
L50 Mz 1_0	0,85	0,75	0,8	0,74	0,89
L50 Mz 0_1	0,95	0,77	0,9	0,77	0,99
L50 Mz 0_0	0,81	0,76	0,8	0,75	0,83
L50 Mz 000	0,7	0,65	0,65	0,66	0,73

## Záver

### Tézy dizertačnej práce

- ▶ Parametrická štúdiá dostupných metód na určenie odolnosti štíhlych prútov namáhaných kombináciou osovej sily a dvojosového ohybu.
  - ▶ Parametrická štúdiá bola vyhotovená, s celkovým počtom 45 prípadov.

- ▶ Získať dostatočný počet výsledkov a znalostí na sformulovanie odporúčaní a upozornení pri bežnom posudzovaní analytickými metódami, alebo aj pri tvorbe numerických MKP modelov v komerčných programoch.
  - ▶ Vďaka parametrickej štúdií bolo možné formulovať odporúčania pre použitie normových metód, rovnako ako aj poskytnúť informácie k tvorbe MKP modelov.
- ▶ Zlepšenie a vyladenie existujúceho programu v MathCade, prípadne vytvorenie samostatného ďalšieho programu v inom programovacom jazyku.
  - ▶ Existujúce výpočtové nástroje boli vyladené a rozšírené o ďalšie možnosti, ako nové postupy.
- ▶ Porovnanie aktuálne platných a dostupných metód v európskych technických normách na návrh štíhlych prútov namáhaných kombináciou osovej sily a dvojosového ohybu, ale aj ďalších postupov z inej literatúry.
  - ▶ Práca obsahla porovnanie metód v európskych normách, nezaoberala sa však postupmi mimo týchto noriem.
- ▶ Analýza ďalších interakčných problémov ktoré nie sú definované v aktuálnych normách. Odolnosť prierezov namáhaných interakciou vnútorných síl krútenia, ohybu a tlaku.
  - ▶ Iné interakčné problémy mimo interakcie dvojosového ohybu a tlaku autor v tejto práci neriešil.



## **Prínos pre vedu a prax**

- ▶ Analýza súčasného stavu problematiky vyšetrovania odolnosti prútov namáhaných kombináciou vnútorných síl
- ▶ Prehľad dostupných nástrojov pre projektantov, v práve platných normách pre návrh kovových konštrukcií, ako aj pripravovanej novej generácie týchto noriem, ako aj poukázanie na použiteľnosť metódy nachádzajúcej sa v norme pre hliníkové konštrukcie na návrh oceľových konštrukcií
- ▶ Podrobný opis tvorby numerického doskostenového modelu na základe MKP použitím komerčného programu, predstavenie možností na modelovanie úloh GMNIA, definícia okrajových podmienok najlepšie vystihujúcich požadovaný stav, ako aj stabilitná analýza modelu, odporúčania pri voľbe počiatočnej imperfekcie a možnosti jej definície v MKP
- ▶ Identifikácia najplyvnejších faktorov pri výbere metódy pre výpočet definovaného problému, ich obmedzenia a výhody
- ▶ Práca predstavuje informatívny materiál pre projektantov kovových konštrukcií, ako aj isté vodítko pri voľbe správneho postupu pre požiadavky užívateľa komerčného MKP programu
- ▶ Použitie metódy ponúkanej v pripravovanej norme, ako aj porovnanie tejto metódy s aktuálnymi možnosťami v platných normách môže pomôcť projektantom pri návrhu keď vstúpi nová generácia noriem do platnosti
- ▶ Poukázanie na nedostatky niektorých predstavovaných metód, niekedy nie zjavných na prvý pohľad, resp. vyzdvihnutie výhod pri

riešení špecifických úloh predstavuje užitočné informácie pre projektanta

### **Ďalší postup v problematike**

Súčasnú normovú metódu EC 3 majú len veľmi obmedzený záber čo sa týka okrajových podmienok, a síce sú obmedzené na klbové podopretie. Umožňujú zohľadniť medziľahlé podpory, avšak je mimo ich záber. Je vhodné ďalej sa v budúcnosti zaoberať aj týmito okrajovými podmienkami. Práca nakoniec riešila model MKP len pre pružný materiál, a teda analýza so zohľadnením plastického pôsobenia materiálu môže poskytnúť viac informácií o správaní konštrukcie. V dnešnej dobe je už stále viac nevyhnutné zaoberať sa aj materiálom vyššej pevnosti, rovnako zohľadniť aj proces výroby samotných prvkov.

Pre ďalší výskum autor považuje za vhodné zamerať sa aj na vplyv plastického materiálu, zahŕňajúc aj vysokopevnostné ocele, „cold formed“ ako aj „hot finished“. Rovnako preskúmať správanie tenkostenných profilov triedy 4, vplyv lokálnej straty stability v kombinácií s globálnou stratou stability.

Za zmienku stojí fakt že v celej práci bola uvažovaná hodnota parciálneho súčiniteľa  $\gamma_{MI}$  s hodnotou 1.0, je určite na mieste zaoberať sa aj prípadnými inými hodnotami.

Samozrejme v téme interakcie vnútorných síl je množstvo iných kombinácií ktoré autor neriešil, obzvlášť pri vnútorných silách krútenia. Tieto kombinácie vyžadujú bližšie skúmanie, či už pri problematike stability prútov alebo aj na úrovni odolnosti prierezov.

### **Záverčné zhodnotenie**

Riešenie problematiky stability prútov pri kombinácií dvojosového ohybu a tlakovej sily nie je triviálne ani pri základných okrajových podmienkach. Či už projektant pristúpi k dostupným „analytickým“ metódam alebo zvolí možnosti výkonného softvéru na báze MKP, je nevyhnutné aby mal dostatočné znalosti v téme. Úlohy si vyžadujú modelovanie dosko-stenového modelu, čo môže komplikovať definíciu okrajových podmienok a aplikáciu zaťaženia na model.

Vytvorenie takého modelu môže byť časovo náročné, nehovoriac o požiadavkách na výkon výpočtovej techniky. Dostatočná hustota siete konečných prvkov, v kombinácií s modelom s počiatočnou imperfekciou ktorej geometria musí byť definovaná a v podstate zdvojnásobuje množstvo konečných prvkov v modeli a zároveň samotný výpočet nelineárnej úlohy

predstavuje značne náročnú úlohu. Nebolo vzácné že pri skúmaní komplikovanejšej geometrie, hustejšej siete, alebo komplikovanejšom podopretí, nebol program schopný nájsť riešenie.

Pri voľbe správnej počiatkovej imperfekcie je rovnako dôležité dbať na jej výrazný vplyv na výsledok. Práca riešila samostatný prút, preto počiatková imperfekcia v tvare zakrivenia v tvare pol vlny sínusu. V prípade že je prút súčasťou sústavy s posuvnými uzlami, je nevyhnutné zohľadniť aj počiatkové naklonenie prúta. Tento jav má opäť veľmi výrazný vplyv na odolnosť, ako je v literatúre už preukázané.

V závere je možné zhodnotiť vzájomný rozdiel medzi metódami ako pomerne nízky a na výpočet zvolených prútov sú vhodné všetky tri metódy. Z hľadiska prácnosti je metóda v EC 9 najvýhodnejšia, pozostáva len z niekoľkých vzťahov, ktoré je však v prípade nekonštantného momentu nutné aplikovať niekoľko krát na zistenie najviac namáhaného prierezu. Tento fakt však pri použití výpočtovej techniky stráca váhu, pri možnosti definovať priebehy vnútorných síl ako funkcie, získame mieru využitia na celom prúte veľmi rýchlo vid' Príloha 1.3. Metóda 1 v prílohe A EC 3 sa javí z výsledkov ako najpresnejšia, je však naplnená množstvom vzťahov, čím zvyšuje možnosť spraviť chybu. Za zmienku stoja aj obmedzenia pre použitie Metódy A a Metódy B súčasného Eurokódu. Je ich možné aplikovať iba na prúty s dvoj osovo symetrickým prierezom, konštantným po celej dĺžke prúta. Metóda podľa EN 1999 [2] umožňuje posúdiť aj prút s premenným prierezom. Upravený postup v prEN 1993 [34] možno hodnotiť ako priblíženie k porovnávacej rovine, takmer v každom zo skúmaných prípadov. Či už išlo o úpravách pri zohľadnení nekonštantného priebehu momentu vyvolávacieho klopenie, alebo úpravy samotnej metódy na vyhodnotenie kombinovane namáhaných prútov, prEN ponúka ľahšie použiteľné a zároveň presnejšie riešenie.

## VÝBER ZO ZOZNAMU POUŽITEJ LITERATÚRY

- [1] EN 1993-1-1, 2005, Eurocode 3, Design of steel structures, Part 1-1, General rules and rules for buildings.
- [2] EN 1999-1-1:2007+A1+A2: Eurocode 9: Design of Aluminium Structures – Part 1-1: General structural rules.
- [3] BOISSONNADE N., GREINZER R., JASPART J. P., LINDNER J. *Rules for member stability in EN 1993-1-1, Background documentation and design guidelines*, ECCS, 2006.
- [4] HÖGLUND T.: *A unified method for the design of steel beam-columns*, *Steel Construction*, Vol. 7, No. 4, 2014, pp. 230–245.
- [5] BRODNIANSKY J.: *Odolnosť tenkostenných prútov a prútových konštrukcií s použitím imperfekcie vo forme vlastného tvaru straty stability*, Dizertačná práca, SvF STU, 2016
- [6] HÖGLUND, T.: *Approximativ metod för dimensionering av böjd och tryckt stång* (in Swedish). Meddelande 1968 nr 77, Inst. of Building Statics and Structural Engineering, KTH Stockholm.
- [7] BSK: *Bestämmelser för Stålkonstruktioner. Boverket*, Karlskrona 1984 (In Swedish).
- [8] MAQUOI R., RONDAL J.; *Mise en équation des nouvelles courbes européennes de flambement. Construction Métallique*, (In French) N°1, 1978, pp. 17-30.
- [9] Research project ECSC 7210-PR-183; *Lateral torsional buckling of steel and composite beams*. ENV 1993-1-1, 1993.
- [10] KAIM P.; *Spatial buckling behaviour of steel members under bending and compression*, PhD-thesis, Institute for Steel, Timber and Shell Structures, Graz University of Technology, H. 12, 2004.
- [11] BYFIELD M.P., NETHERCOT D.A.; *An analysis of the true bending strength of steel beams*, *Proceedings Inst. Civ. Engrs. Structs. & Bldgs.*; 1998, 128, May, pp. 188-197.

## ZOZNAM POUŽITÝCH PROGRAMOV

[VP1] DLUBAL: Program RFEM v.5.22., [www.dlupal.de](http://www.dlupal.de)

[VP2] LTBeam: Version 1.0.10 (2002-2010) Lateral Torsional Buckling of Beams by Yvan Galéa – [cticm@cticm.com](mailto:cticm@cticm.com)

[VP3] MATHCAD: v.14, <http://www.ptc.com/engineering-math-software/mathcad>

## PUBLIKÁCIE AUTORA

NIKO I.; *Resistance of members subjected to combined loads according to EC3 and EC9. Pollack Periodica* [online]. 2017, 12(3), 23-32 [cit. 2020-07-17]. DOI: 10.1556/606.2017.12.3.3. ISSN 1788-1994.

TOFFOLON, A., MÜLLER A., NIKO I., a TARAS A.; *Experimental and numerical analysis of the local and interactive buckling behaviour of hollow sections*. Ce/papers [online]. 2019, 3(3-4), 877-882 [cit. 2020-07-08]. DOI: 10.1002/cepa.1148. ISSN 2509-7075.

NIKO I.; *Konštrukcie namáhané krútením*. In XXXI. aktív pracovníkov odboru oceľových konštrukcií. Stav a perspektívy rozvoja: zborník prednášok. Štrbské Pleso, SR, 19. - 21. 10. 2016. 1. vyd. Košice : Technická univerzita Košice, Stavebná fakulta, 2016, s. 145--148. ISBN 978-80-553-2612-2.

NIKO I.; *Meranie deformácií vzoriek pomocou systému na princípe Digital Image Correlation*. In PLATKO, P. 44. aktív pracovníkov odboru oceľových konštrukcií. Košice: Technická univerzita Košice, 2019, s. 119--124. ISBN 978-80-553-3388-5.

NIKO I.; *Navrhovanie prútov namáhaných dvojosovým ohybom a tlakom*. In *Juniorstav 2017*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2017, ISBN 978-80-214-5473-6.

NIKO I.; *Odolnosť kovových prútov namáhaných interakciou vnútorných síl podľa EC 3 a EC 9*. In *Advances in Architectural, Civil and Environmental Engineering*. Bratislava: Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2016, s. 371--376. ISBN 978-80-227-4645-8.

NIKO I.; *Počiatočná globálna a lokálna imperfekcia tlačенých prútov*. In *Juniorstav 2018*. Brno: ECON publishing, 2018, s. 494--498. ISBN 978-80-86433-69-1.

NIKO I.; *Výpočet odolnosti prútov namáhaných kombináciou osovej sily a ohybového momentu podľa EN 1999-1-1*. In *Advances in Architectural, Civil and Environmental Engineering*. Bratislava: Spektrum STU, 2017, s. 341--346. ISBN 978-80-227-4751-6.