



SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

Stavebná fakulta  
Katedra vodného hospodárstva krajiny

Meno a priezvisko:

**Ing. Anna Liová**

Autoreferát dizertačnej práce

**Stanovenie kontrolných povodňových vln pomocou procesne  
orientovaného viacrozmerného pravdepodobnostného rámca pre  
hodnotenie bezpečnosti vodných stavieb**

na získanie akademického titulu „**philosophiae doctor**“, v skratke „**PhD.**“

v doktorandskom študijnom programe: **vodohospodárske inžinierstvo**

v študijnom odbore: **stavebníctvo**

forma štúdia: **denná forma**

**Bratislava, 31.8.2025**



Dizertačná práca bola vypracovaná na Katedre vodného hospodárstva krajiny Stavebnej fakulty Slovenskej technickej univerzity v Bratislave

**Predkladateľ**     **Ing. Anna Liová**  
Katedra vodného hospodárstva krajiny  
Stavebná fakulta STU  
Radlinského 11, 810 05 Bratislava

**Školiteľ**             doc. Ing. Roman Výleta, PhD.  
Katedra vodného hospodárstva krajiny  
Stavebná fakulta STU  
Radlinského 11, 810 05 Bratislava

**Autoreferát bol rozoslaný dňa .....**

**Obhajoba dizertačnej práce sa bude konať dňa .....**  
**o .....** Katedre vodného hospodárstva krajiny Stavebnej fakulty  
STU v Bratislave, Radlinského 11, 810 05 Bratislava.

.....  
prof. Ing. Stanislav Unčík, PhD.  
dekan fakulty

# STU

## Abstrakt

Intenzívne povodne a meniace sa hydrologické podmienky predstavujú významnú výzvu pre bezpečnosť vodných stavieb a riadenie povodňových rizík. Väčšina nádrží na Slovensku bola vybudovaná na základe obmedzených údajov a návrhové hodnoty boli určené pomocou jednorozmernej frekvenčnej analýzy ignorujúcu závislosť medzi charakteristikami povodní, čo môže viesť k nevhodným záverom o celkovom riziku ich zlyhania. Cieľom práce bol návrh viacrozmerného pravdepodobnostného rámca s použitím prístupu založeného na teórii kopúl na zostrojenie kontrolných povodňových vln pre hodnotenie bezpečnosti vodných stavieb. Posúdenie rizika povodní a hodnotenie bezpečnosti nádrží boli opísané analýzami hydrogramov a podmienenými spoločnými pravdepodobnosťami prekročenia objemu a trvania podmienenými vrcholom povodne. Sezónnosť vzniku povodní bola rešpektovaná samostatnými analýzami v letnom a zimnom období. Navrhovaný viacrozmerný pravdepodobnostný rámec bol testovaný a demonštrovaný na dvoch kontrastných povodiach na Slovensku. Výsledky navrhutej metodiky potvrdzujú, že prístup založený na kopule je praktickou možnosťou pre hodnotenie povodňových rizík a bezpečnosti vodných stavieb.

## Abstract

Intense floods and changing hydrological conditions pose a significant challenge to the safety of hydraulic structures and flood risk management. Most reservoirs in Slovakia were built based on limited data and one-dimensional frequency analysis, which overlooks the dependence between flood hydrograph characteristics, potentially leading to improper risk estimations and mitigation measures. The main objective of the work was to design a multidimensional probabilistic framework using a copula theory approach to construct control flood waves for the safety assessment of water structures. Flood risk assessment and reservoir safety evaluation were described by hydrograph analyses and conditional joint probabilities of the exceedance of the flood volume and duration conditioned on the flood peak. The seasonality of flood generation was taken into account through separate analyses of floods in the summer and winter seasons. The proposed multivariate probabilistic framework was tested and demonstrated in two contrasting catchments in Slovakia. The results of the proposed methodology demonstrate that the multivariate copula-based approach is a practical option for assessing flood risks and for reservoir safety.

## Obsah

|                                                                                                                                   |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. Úvod.....</b>                                                                                                               | <b>4</b>  |
| <b>2. Ciele práce.....</b>                                                                                                        | <b>5</b>  |
| <b>3. Návrh procesne orientovaného viacrozmerného pravdepodobnostného rámca pre konštrukciu kontrolných povodňových vĺn .....</b> | <b>7</b>  |
| <b>4. Vstupné údaje a ich spracovanie.....</b>                                                                                    | <b>9</b>  |
| 4.1. Vodná nádrž Horné Orešany.....                                                                                               | 9         |
| 4.2. Vodné dielo Liptovská Mara .....                                                                                             | 10        |
| 4.2.1. Porovnanie prístupov určenia časového radu prietokov pre vodné dielo Liptovská Mara.....                                   | 12        |
| <b>5. Výsledky práce.....</b>                                                                                                     | <b>13</b> |
| 5.1. Výber povodňových vĺn a tvorba jednotkového hydrogramu....                                                                   | 13        |
| 5.2. Vyhodnotenie závislostí medzi charakteristikami odseparovaných povodňových vĺn .....                                         | 16        |
| 5.3. Výber marginálnych rozdelení pravdepodobnosti pre kulminačný prietok, objem a trvanie vlny .....                             | 17        |
| 5.3.1. Porovnanie $N$ -ročností prietokov pre VN Horné Orešany. 18                                                                |           |
| 5.3.2. Porovnanie $N$ -ročností prietokov pre VD Liptovská Mara 19                                                                |           |
| 5.4. Odhad kopula modelu a modelovanie spoločného rozdelenia premenných povodňovej vlny.....                                      | 20        |
| 5.5. Vyhodnotenie podmienenej pravdepodobnosti prekročenia a tvorba kontrolných povodňových vĺn .....                             | 21        |
| <b>6. Diskusia a prínos práce .....</b>                                                                                           | <b>26</b> |
| <b>7. Záver.....</b>                                                                                                              | <b>28</b> |
| <b>Zoznam použitej literatúry.....</b>                                                                                            | <b>30</b> |
| <b>Vlastná publikačná činnosť.....</b>                                                                                            | <b>32</b> |

## 1. Úvod

Meniace sa podmienky v povodí a klimatické zmeny predstavujú zásadnú výzvu pre hodnotenie bezpečnosti vodných stavieb. Väčšina slovenských nádrží bola vybudovaná v druhej polovici 20. storočia, pričom návrhové hodnoty použité pri dimenzovaní a projektovaní stavieb vychádzali z relatívne krátkych historických radov pozorovaní a technických noriem z osemdesiatych rokov, ktoré sa dnes ukazujú ako nedostatočné. Súčasná prax síce prináša flexibilitu pri voľbe výpočtových metód, no vyžaduje aj systematické riešenie otázok spojených s využívaním moderných postupov a údajov.

Metodický pokyn MZP SR (2020) preto stanovuje potrebu hodnotenia bezpečnosti priehrad a odkalisiek na maximálne zaťaženie vyvolané kontrolnou povodňovou vlnou (KPV), ktorá je definovaná ako teoretická prietoková vlna, ktorá je určená kulmináčnym prietokom so zvolenou pravdepodobnosťou prekročenia, prislúchajúcim objemom a časovým priebehom s prislúchajúcou pravdepodobnosťou.

Dizertačná práca reaguje na potrebu vytvorenia metodického prístupu k stanoveniu kontrolných povodňových vln v rámci technicko-bezpečnostného dohľadu nad vodnými stavbami. V súčasnej praxi sa návrhové povodňové vlny väčšinou odvodzujú na základe jednorozmerných frekvenčných analýz jednotlivých premenných (prietok, objem a trvanie), bez jednoznačného zohľadnenia vzájomných závislostí medzi nimi. Tento prístup však nezodpovedá prirodzene viacrozmernému charakteru hydrologických extrémov, a môže viesť k nadhodnoteniu alebo podhodnoteniu rizika. Východiskom práce je snaha o riešenie tohto problému v podobe vytvorenia komplexného viacrozmerného pravdepodobnostného rámca, založeného na teórii kopúl, ktorý umožňuje zachytiť a modelovať závislosti medzi rozhodujúcimi parametrami povodňovej vlny, a to konkrétne kulmináčnym prietokom, objemom a trvaním. Tvorba KVP pre účely vyhodnotenia bezpečnosti nádrže a posúdenie povodňových rizík je testovaná a demonštrovaná na základe údajov z dvoch odlišných a kontrastných povodí na Slovensku.

## 2. Ciele práce

Hlavným cieľom dizertačnej práce je vytvorenie metodického postupu pre zostrojovanie kontrolných povodňových vĺn pre hodnotenie bezpečnosti vodných stavieb a posudzovanie povodňových rizík. Pomocou jednorozmernej frekvenčnej analýzy nemožno dostatočne posúdiť pravdepodobnosti spojené s povodňovým rizikom. Pri tvorbe tejto metodiky bude vykonaná analýza pomocou viacrozmernej frekvenčnej analýzy (kopula funkcií), ktoré presnejšie zachytávajú a opisujú štruktúry závislosti medzi vrcholmi, objemami a trvaním povodňových vĺn. Na základe uvedených skutočností boli formulované podrobnejšie tézy dizertačnej práce pre proces tvorby metodiky, ktoré možno zhrnúť do 6 chronologicky na seba nadväzujúcich častí, a to:

*1. Príprava vstupných údajov:* Údaje, z ktorých sa bude vychádzať tvoria hodinové časové rady prietokov a kulminačné ročné prietoky, poskytnuté z vodomerných staníc SHMÚ pre vybrané pilotné povodia. Dostupnosť meraných údajov je dôležitou časťou výberu pilotných povodí, pre ktoré bude navrhnutý a testovaný metodický postup pre zostrojovanie kontrolných povodňových vĺn. Pre účely tejto práce budú vybrané povodia so záverečným profilom po vodnú nádrž Horné Orešany na toku Parná a vodné dielo Liptovská Mara na toku Váh.

*2. Výber hydrogramov z časového radu prietokov:* Identifikácia povodňových udalostí a ich charakteristík budú spracované pre skupinu ročných a sezónnych maximálnych prietokov. Sezónne maximálne prietoky budú vybrané pre letnú sezónu (napr. z mesiacov jún až október) a pre zimnú sezónu (napr. z mesiacov november až máj) v závislosti od povodia. Výber prietokových vĺn v sezónach zohľadňuje sezónnosť vzniku povodní a s tým spojené typy prietokových vĺn. Identifikácia a následný výber povodňových udalostí pre jednotlivé skupiny (sezóny) bude spracovaná v prostredí softvéru *FloodSep* (Valent, 2019), ktorý bol vyvinutý pre tieto účely na Katedre vodného hospodárstva krajiny SvF STU v Bratislave.

*3. Stanovenie charakteristík prietokových vĺn a posúdenie ich závislosti:* kulminačný prietok, objem a trvanie z identifikovaných a odseparovaných vĺn, prostredníctvom softvéru *FloodSep* a následné zhodnotenie ich závislosti pomocou štatistických testov (napr. Spearmanov, Pearsonov koeficient korelácie a pod.), prípadne vizuálnou kontrolou.

*4. Modelovanie marginálnych rozdelení charakteristik povodňových vln:* Marginálne rozdelenia budú určené pre obe skupiny sezónnych súborov údajov (letné a zimné prietokové vlny) a aj pre súbor ročných údajov. Bude následne potrebné stanoviť marginálne pre potreby modelovania združených rozdelení použitím kopule funkcií. Modelované rozdelenia budú vybrané ako z neparametrických rozdelení – kernel smoothing (ks), tak aj z parametrických rozdelení s tromi parametrami, ktoré sa často využíva v riešení hydrologických úloh, a to napr. Generalizované rozdelenie extrémnych hodnôt (gev), Log-normálne rozdelenie III ( $\ln 3$ ), Pearsonovo rozdelenie ( $p_3$ ), Weibullovo rozdelenie (wei). Výber modelu a fitovanie distribučnej funkcie pre každú povodňovú charakteristiku bude štatisticky testované napr. pomocou Kolmogorov-Smirnovým (KS) a/alebo Cramer-von Misesovým (CvM) testom.

*5. Modelovanie združených (spoločných) rozdelení pravdepodobnosti charakteristik povodňových vln:* Modelovanie združených rozdelení kulminačného prietoku, objemu a trvania bude realizované pomocou flexibilného kopula modelu združených rozdelení pravdepodobností všetkých troch charakteristík tak, aby sa mohol použiť na odhad pravdepodobnosti ich súčasného prekročenia. Ďalej budú modelované podmienené združené pravdepodobnosti prekročenia objemu vlny a trvania vlny podmieneného kulminačným prietokom. Existuje niekoľko metód modelovania kopúl, ktoré sú dostatočne flexibilné na opis tejto závislosti. Pri odhade modelu budeme vychádzať zo skupiny neparametrických modelov založených na empirickej kopule (beta empirická kopula), ale aj z ďalšej skupiny, ktorá obsahuje parametrické triedy, ako sú eliptické kopule (normálna a t-kopula, vine-kopule a hierarchické Archimedove kopule). Výber modelu bude na základe štatistického testu MSE medzi modelovanou a empirickou kopulou a zároveň pomocou vizuálneho porovnania.

*6. Zostrojenie a zhotovenie kontrolnej/návrhovej povodňovej vlny:* Výsledkom modelovania združených rozdelení pravdepodobnosti budú izočiary, vďaka ktorým je možné špecifikovať povodňové riziko, ktoré predstavuje ľubovoľný maximálny ročný hydrogram definovaný kulminačným prietokom povodne so zvolenou pravdepodobnosťou prekročenia, a určiť spoločnú podmienenú pravdepodobnosť jeho prekročenia pre objem a trvanie povodne. Na základe tejto analýzy možno zostrojiť súbor ročných alebo sezónnych kontrolných prietokových vln so

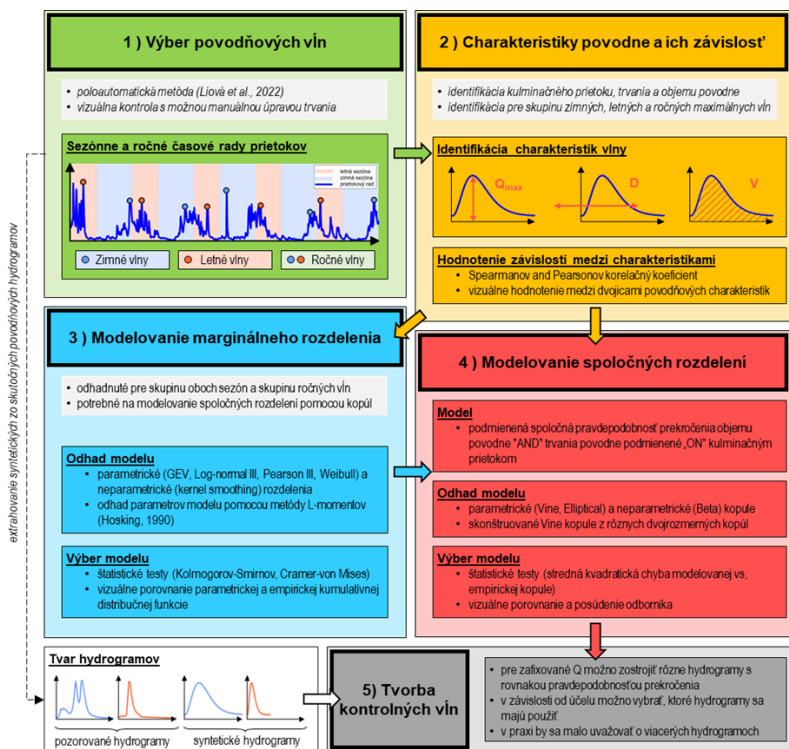
zadefinovaným (napr. návrhovým s rôznou  $N$ -ročnosťou) maximálnym prietokom, príslušným objemom a trvaním so zvolenou pravdepodobnosťou a typickým reprezentatívnym tvarom hydrogramu povodne.

### **3. Návrh procesne orientovaného viacrozmerného pravdepodobnostného rámca pre konštrukciu kontrolných povodňových vln**

Na splnenie hlavného cieľa práce bolo potrebné navrhnuť metodiku, ktorá by poskytla posudzovateľom konzistentný viacrozmerný pravdepodobnostný rámec na hodnotenie bezpečnosti nádrží a posudzovanie povodňových rizík, ktorý rešpektuje a opisuje štruktúry závislosti medzi kulminačnými prietokmi povodní, ich objemami a trvaním, či už pozorovaných alebo syntetických prietokových vln. Práca poskytuje nielen návrhy na vytvorenie širšej a komplexnejšej metodiky pre hodnotenie bezpečnosti nádrží na Slovensku, ale poukazuje aj na potrebu posunúť sa za hranice tradičného jednorozmerného prístupu, ktorý je v praxi často využívaný. Tento krok je kľúčový, pretože spoliehanie sa výlučne na jednorozmernú frekvenčnú analýzu nedokáže v niektorých prípadoch presne posúdiť pravdepodobnosti spojené s rizikom povodní. Pri tvorbe metodiky sa uvažuje aj so zohľadnením sezónnosti vzniku povodní. Navrhovaný viacrozmerný prístup založený na teórii kopúl ponúka cenné nástroje pre posudzovateľov, ktorí sa snažia o spoľahlivé a presné hodnotenie povodňových rizík a bezpečnosti nádrží.

Metóda procesne orientovaného (konzistentného) viacrozmerného pravdepodobnostného rámca pre hodnotenie bezpečnosti vodných stavieb a posudzovanie rizika povodní zahŕňa prispôsobenie štatistických funkcií pozorovaným hydrogramom povodní, pričom sa zohľadňuje vzájomná závislosť medzi charakteristikami, t. j. vrcholom (kulminačný prietok), objemom a trvaním povodne. Závislosti medzi kulminačnými prietokmi, objemami a trvaniami sú modelované pomocou rôznych typov neparametrických a parametrických kopúl, pričom výsledkom sú podmienené združené pravdepodobnosti prekročenia objemu a trvania vlny podmienených kulminačným prietokom. Metodický postup je znázornený na Obr. 3.1 a pozostáva z 5-tich krokov: výber maximálnych pozorovaných prietokových vln a ich separácia; analýza závislosti povodňových charakteristík pre maximálne ročné povodne a maximálne

sezónne povodne v letnom a zimnom období; modelovanie marginálnych rozdelení povodňových charakteristik; modelovanie spoločného rozdelenia kulminačných prietokov, objemov a trvania povodní a zostrojenie/konštrukcia syntetických povodňových vln spĺňajúcich definíciu KPV. Tvorba KVP pre účely vyhodnotenia bezpečnosti vodných stavieb a posúdenie povodňových rizík je demonštrovaná na základe údajov z dvoch odlišných/kontrastných povodí na Slovensku – vodná nádrž Horné Orešany a vodné dielo Liptovská Mara.



Obr. 3.1 Vývojový diagram opisujúci hlavné kroky navrhnutého postupu použitého na zostrojenie hydrogramov povodní pre hodnotenie bezpečnosti vodných stavieb a posúdenie rizika povodní (Výleta et al., 2023b).

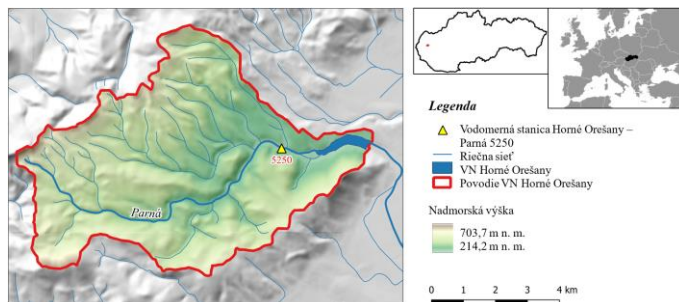
## 4. Vstupné údaje a ich spracovanie

V súlade s navrhnutým viacrozmerným pravdepodobnostným rámcom bola jeho aplikácia a testovanie realizované na dvoch vybraných kontrastných povodiach na území Slovenska. Výber týchto povodí bol podmienený dostupnosťou hydrologických údajov, ako aj ich rozdielnymi fyzicko-geografickými charakteristikami, ktoré umožňujú porovnanie správania povodňových vĺn v rôznych podmienkach. Pre každé z povodí boli spracované historické časové rady prietokov, z ktorých boli identifikované a analyzované charakteristiky povodňových vĺn. Následne boli tieto údaje využité pri tvorbe syntetických prietokových vĺn a overení navrhnutého prístupu.

### 4.1. Vodná nádrž Horné Orešany

Prvou nádržou, na ktorej bola pilotne navrhovaná metodika testovaná, je vodná nádrž Horné Orešany na rieke Parná (rkm 25,00). Bola vybudovaná v rokoch 1987 – 1991 a do prevádzky uvedená v roku 1992 (Slovenský vodohospodársky podnik, š. p., 2009).

Povodie po záverečný profil v mieste koruny hrádze nádrže má plochu 45,59 km<sup>2</sup>, vejárovitý tvar a priemerný sklon 2,5 %. Využitie územia pokrývajú prevažne listnaté lesy (90 %), so stredne priepustnými hlinitými a piesočnato-hlinitými pôdami, čo znižuje riziko rýchlej povrchovej reakcie.



Obr. 4.1 Povodie vodnej nádrže Horné Orešany.

Pri tvorbe metodiky kontrolnej povodňovej vlny boli využité prietoky na toku Parná, merané vo vodomernej stanici s označením 5250, Horné Orešany – Parná, ktorá sa nachádza v rkm 26,8 (pozri Obr. 4.1). Stanica so záchytnou plochou 37,86 km<sup>2</sup> je v prevádzke od roku 1961 až po

súčasnosť, pričom ide o dlhodobý a systematický monitoring, ktorý poskytuje relevantné a verifikované časové rady potrebné na analýzu hydrologických procesov v území. Použité boli:

- hodinové prietoky  $Q_h$  [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ], 1.11.1988 – 31.12.2023,
- denné prietoky  $Q_d$  [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ], 1.11.1960 – 31.12.2023,
- kulminačné ročné prietoky  $Q_{kul}$  [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ], 1961 – 2023.

Vzhľadom na rozdiel plochy povodia medzi stanicou (37,86  $\text{km}^2$ ) a profilom hrádze (45,59  $\text{km}^2$ ) boli prietoky upravené pomocou korekčného koeficientu  $k = 1,2042$  podľa vzťahu (4.1), výsledné prietoky v profile hrádze boli určené podľa rovnice (4.2).

$$k = \frac{A_{ZP}}{A_{VS}} \quad (4.1)$$

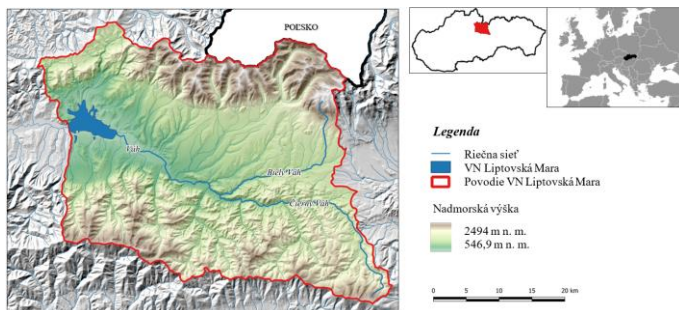
$$Q_{ZP} = k \cdot Q_{VS} \quad (4.2)$$

kde  $k$  – koeficient vyjadrujúci pomer medzi plochou povodia po záverečný profil a plochou povodia po vodomernú stanicu (VS), [–],  $Q_{ZP}$  – prietok v záverečnom profile povodia [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $Q_{VS}$  – meraný prietok vo vodomernej stanici na povodí [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $A_{ZP}$  – plocha povodia v záverečnom profile povodia [ $\text{km}^2$ ] a  $A_{VS}$  – plocha povodia po vodomernú stanicu s meranými údajmi [ $\text{km}^2$ ].

Ako dopĺňujúce boli použité údaje zo zrážkomernej stanice SHMÚ Dolné Orešany – priemerné denné úhrny zrážok za obdobie 1.11.1988 – 31.12.2023, ktoré slúžili ako pomocná informácia pri určovaní začiatku a konca povodňových prietokových vln.

## 4.2. Vodné dielo Liptovská Mara

Vodné dielo Liptovská Mara sa nachádza na rieke Váh v Liptovskej kotline. Slúži ako vrcholová nádrž, ktorá reguluje prietoky Váhu od Bešeňovej po ústie do Dunaja. Sústava Liptovská Mara – Bešeňová pozostáva z priehrady a nádrže Liptovská Mara so združeným funkčným objektom, vodnou elektrárnou a bezpečnostným priepustom, a z vyrovnávacej nádrže Bešeňová s príslušnými objektmi. Dopĺňajú ju ochranné hrádze a prečerpávacie stanice chrániace okolité obce pred povodňami. Výstavba prebiehala v rokoch 1967 – 1975, do trvalej prevádzky bola sústava začlenená od roku 1981 (Bednárová a kol. 2010; Chmelár, 1979; Slovenský vodohospodársky podnik, š. p. 2019;).



Obr. 4.2 Povodie vodného diela Liptovská Mara.

Liptovská Mara sa nachádza na hornom toku Váhu, ktorý vzniká sútokom Čierneho a Bieleho Váhu (pozri Obr. 4.2). Leží v Liptovskej kotline, obklopená Západnými a Nízkymi Tatrami, Veľkou a Malou Fatrou a Chočskými vrchmi, čo výrazne ovplyvňuje zrážkovo-odtokové pomery povodia. Celková plocha povodia je 1477 km<sup>2</sup> s nadmorskou výškou od 547 do 2494 m n. m., čo spôsobuje značné klimatické a hydrologické rozdiely.

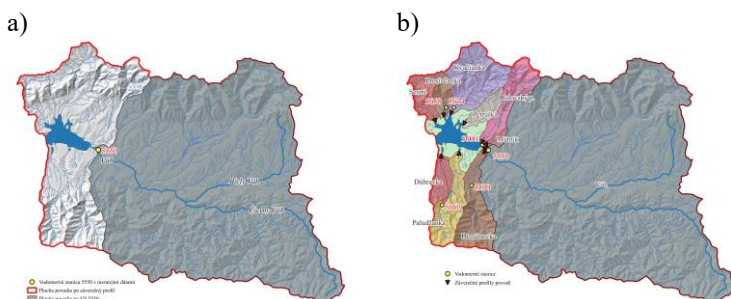
V rámci hydrologickej analýzy boli sledované menšie prítoky, ktoré ústia priamo do nádrže. Medzi pravostranné patria: Mútnik, Jalovský potok, Petruška, Kvačianka, Prosiečanka, Sestrč. Z ľavostranných prítokov sa analyzovali: Demänovka, Paludžanka a Dúbravka. Rozmanitosť povodia a výrazné výškové rozdiely spôsobujú vysokú variabilitu odtoku od jarného topenia snehu po letné dažde. Členitosť terénu a vysoká lesnatosť pritom ovplyvňujú tvorbu povodňových vln a rýchlosť koncentrácie odtoku, čo robí riadenie nádrže technicky náročným a vyžadujúcim detailné hydrologické hodnotenie.

Pri spracovaní metodiky pre zostavenie kontrolnej povodňovej vlny v povodí vodného diela Liptovská Mara bolo nevyhnutné vychádzať z rozsiahlejšieho súboru vstupných údajov, než v prípade menšieho povodia nádrže Horné Orešany. Vzhľadom na veľkosť povodia, členitosť terénu a viaceré prítoky bolo potrebné pracovať nielen s údajmi z hlavného toku Váh, ale aj s prítokovými dátami z viacerých významných prítokov, ktoré do nádrže ústia. Prehľad využitých údajov a spôsob spracovania týchto údajov sú podrobnejšie rozpracované v nasledujúcej podkapitole 4.2.1. Kulminačné ročné prítoky  $Q_{kul}$  [m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>], za obdobie hydrologických rokov 1921 – 2023 boli dostupné v stanici 5550

Liptovský Mikuláš – Váh. Ďalej boli pri analýzach využité aj údaje o úhrne zrážok, a to priemerný denný úhrn zrážok na celé povodie za obdobie 1.1.1981 – 31.12.2021. Tieto údaje boli doplnkovými údajmi v procese separácie povodňových vln, slúžili ako vizuálna pomôcka pri určovaní začiatku a konca vybraných prietokových vln.

## 4.2.1. Porovnanie prístupov určenia časového radu prietokov pre vodné dielo Liptovská Mara

Porovnané boli dva rozdielne prístupy k stanoveniu prietokov do vodnej nádrže Liptovská Mara, a teda určenie časového radu prietokov, z ktorých budú následne separované prietokové vlny. Prvý, jednoduchší spôsob spočíva vo výpočte prietokov odvodených z meraní na hlavnom toku tak, aby predstavovali celkový odtok z povodia až po korunu hrádze. Druhý, podrobnejší prístup zahŕňa súčet prietokov jednotlivých prítokov – hlavného toku, ako aj pravostranných a ľavostranných prítokov ústiacych do nádrže. Vizualizácia prístupov je zobrazená na Obr. 4.3. Porovnaním týchto prístupov je možné získať obraz o ich rozdieloch, možnostiach ich využitia a potenciálnych neistotách, ktoré môžu ovplyvniť ďalšie analýzy prietokového režimu v danom povodí. Pre účely výberu povodňových vln z časových radov prietokov je výhodnejšie pracovať s údajmi v hodinovom kroku. Tieto však nie sú vždy dostupné. Keďže na prítokoch boli dostupné iba denné časové rady, celková analýza bola realizovaná v dennom kroku.



Obr. 4.3 a) Prístup 1 - úprava meraných prietokov na hlavnom toku po profil koruny hrádze nádrže; b) Prístup 2 - sčítavanie jednotlivých prítokov do vodnej nádrže.

V prvom prístupe boli ako vstupné údaje použité denné prietoky zo stanice 5550 Váh – Liptovský Mikuláš. Tieto boli následne upravené pomocou pomerného výpočtu plochy povodia po profil koruny hrádze,

pomocou vzťahov (4.1) a (4.2). Priemerný ročný prietok v tejto stanici za obdobie 1977 – 2021 dosahuje hodnotu  $19,9 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Po prepočte po profil hrádze jednotlivých denných prietokov dosahuje priemerný ročný prietok hodnotu  $26,64 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

V druhom prístupe sa opäť uplatnil pomerný výpočet prietokov, vzťahy (4.1) a (4.2), tentokrát však samostatne pre každý prítok. Výsledný celkový prietok bol určený ako súčet denných hodnôt za všetky prítoky v danom období. Takto získaný dlhodobý ročný priemer predstavuje hodnotu  $27,19 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Odchýlka v objeme časových radov za hydrologické roky 1977-2021 určených oboma prístupmi je rovná približne 2 %. Na základe tejto malej odchýlky možno konštatovať, že oba prístupy poskytujú porovnateľné výsledky.

Do ďalších analýz tak možno využiť jednoduchší prvý prístup, čo predstavuje výhodu najmä v prípadoch, keď nie sú k dispozícii dostatočné merania na jednotlivých prítokoch. Taktiež môžeme využiť dáta pozorované v kratšom časovom kroku, a to hodinové prietoky dostupné v stanici 5550, vďaka ktorým možno lepšie zachytiť tvar a celkový priebeh povodňových vln, detailnejšiu separáciu týchto vln.

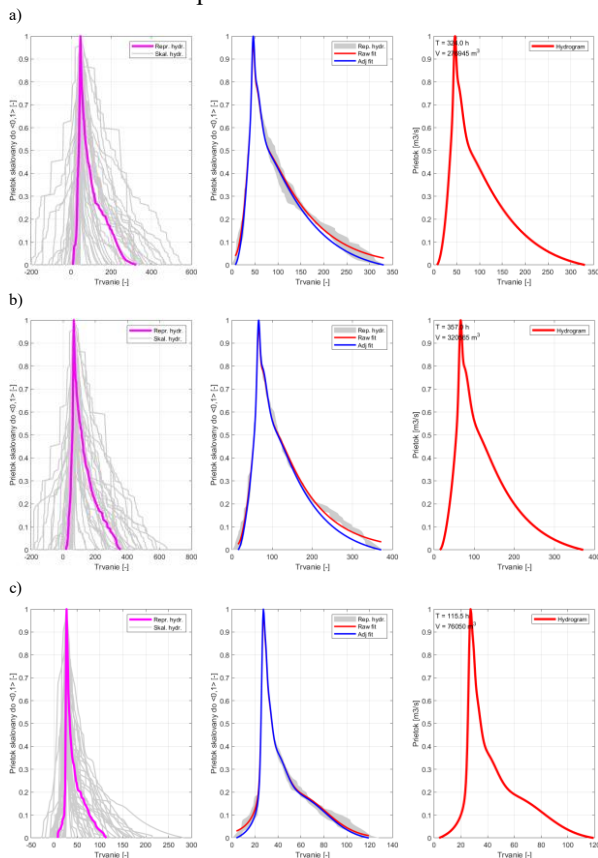
## 5. Výsledky práce

### 5.1. Výber povodňových vln a tvorba jednotkového hydrogramu

V tejto časti sú prezentované výsledky z aplikácie softvéru *FloodSep*, ktorý bol použitý na identifikáciu a separáciu jednotlivých povodňových vln. Cieľom bolo získať reprezentatívne tvary hydrogramov a charakteristiky jednotlivých prietokových vln, ktoré budú následne slúžiť ako vstup pre viacrozmerné štatistické spracovanie a modelovanie kontrolných povodňových vln. Výsledky sú prezentované osobitne pre skupinu ročných maximálnych prietokov, ako aj pre sezónne rozdelené povodne – skupina zimná sezóna a skupina letná sezóna. V každom hydrologickom roku sú selektované dve maximálne prietokové vlny, v zimnej sezóne, v letnej sezóne, pričom jedna z nich – maximálna ročná pripadne do skupiny ročných maxim. Získané charakteristiky jednotlivých vln sú analyzované z hľadiska ich tvaru, objemu, kulminačných prietokov a trvania.

Na určenie tvaru kontrolnej prietokovej vlny bol použitý postup založený na tvorbe jednotkového hydrogramu, ktorý reprezentuje typický

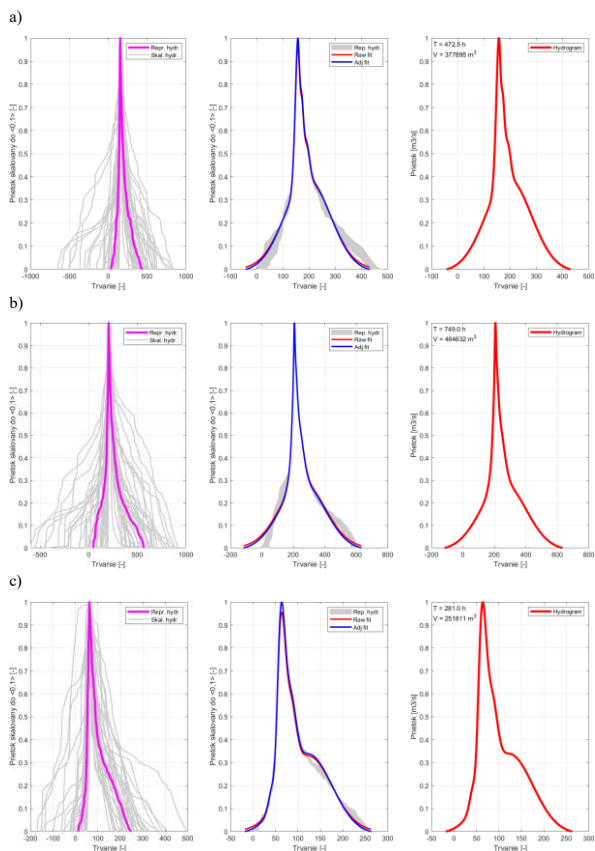
priebeh povodňovej udalosti v skúmanom povodí. Z vybraných reálnych pozorovaných hydrogramov boli najskôr odstránené odchýlky, oddelená priamka od základného odtoku a následne boli rozdelené na vzostupnú a zostupnú vetvu. Obe vetvy boli preškálované do intervalu  $<0,1>$  a centrované na kulmináciu prietoku.



Obr. 5.1 Centrované škálované hydrogramy s vyznačeným reprezentatívnym hydrogramom; Fitovaný reprezentatívny hydrogram; Jednotkový hydrogram pre skupinu a) ročných vln; b) zimných vln; c) letných vln; pre profil VN Horné Orešany.

Výsledné tvary boli zjednodušené tak, aby mali monotónny priebeh. Z tejto množiny bol vytvorený reprezentatívny hydrogram výpočtom

percentilu priesečníkov jednotlivých vetiev. Reprezentatívny tvar bol následne vyhladený zloženou Gaussovou funkciou a opätovne preškálovaný, čím vznikol výsledný jednotkový hydrogram použitý pri tvorbe kontrolnej povodňovej vlny. Na Obr. 5.1 a Obr. 5.2 môžeme vidieť výsledky pre obe skúmané povodia.



Obr. 5.2 Centrované škálované hydrogramy s vyznačeným reprezentatívnym hydrogramom; Fitovaný reprezentatívny hydrogram; Jednotkový hydrogram pre skupinu a) ročných vln; b) zimných vln; c) letných vln; pre profil VD Liptovská Mara.

## 5.2. Vyhodnotenie závislostí medzi charakteristikami odseparovaných povodňových vln

Vzťahy medzi povodňovými charakteristikami kulminačným prietokom, objemom a trvaním vlny pre skupinu maximálnych ročných a sezónnych vln v letnom a zimnom období boli hodnotené pomocou Pearsonovho a Spearmanovho korelačného koeficientu. Významnosť závislostí bola posudzovaná na základe  $p$ -hodnôt, pričom za štatisticky významné boli považované hodnoty  $p < 0,05$ . Výsledky korelácií pre jednotlivé povodia sú prezentované v Tab. 5.1 a Tab. 5.2.

Tab. 5.1 Závislosti medzi jednotlivými premennými odseparovaných prietokových vln – kulminačným prietokom  $Q$ , objemom  $V$  a trvaním  $D$ , vyjadrené pomocou Pearsonovho korelačného koeficientu  $r$  a Spearmanovho korelačného koeficientu  $\rho$ , s prislúchajúcou  $p$ -hodnotou; pre profil VN Horné Orešany.

| Skupina | Skúmané charakteristiky | Pearson $r$<br>( $p$ -hodnota) |          | Spearman $\rho$<br>( $p$ -hodnota) |          |
|---------|-------------------------|--------------------------------|----------|------------------------------------|----------|
| Ročné   | $Q - V$                 | 0,1788                         | (0,3041) | 0,3905                             | (0,0204) |
|         | $Q - D$                 | -0,3142                        | (0,066)  | -0,2247                            | (0,1944) |
|         | $V - D$                 | 0,7055                         | (0)      | 0,7395                             | (0)      |
| Zimné   | $Q - V$                 | 0,7061                         | (0)      | 0,7499                             | (0)      |
|         | $Q - D$                 | 0,1621                         | (0,3523) | 0,2401                             | (0,1648) |
|         | $V - D$                 | 0,7119                         | (0)      | 0,7576                             | (0)      |
| Letné   | $Q - V$                 | 0,7288                         | (0)      | 0,814                              | (0)      |
|         | $Q - D$                 | 0,0993                         | (0,5704) | 0,3397                             | (0,0459) |
|         | $V - D$                 | 0,5586                         | (0,0005) | 0,7553                             | (0)      |

Tab. 5.2 Závislosti medzi jednotlivými premennými odseparovaných prietokových vln – kulminačným prietokom  $Q$ , objemom  $V$  a trvaním  $D$ , vyjadrené pomocou Pearsonovho korelačného koeficientu  $r$  a Spearmanovho korelačného koeficientu  $\rho$ , s prislúchajúcou  $p$ -hodnotou; pre profil VD Liptovská Mara.

| Skupina | Skúmané charakteristiky | Pearson $r$<br>( $p$ -hodnota) |          | Spearman $\rho$<br>( $p$ -hodnota) |          |
|---------|-------------------------|--------------------------------|----------|------------------------------------|----------|
| Ročné   | $Q - V$                 | 0,1294                         | (0,4586) | 0,1398                             | (0,4232) |
|         | $Q - D$                 | -0,1929                        | (0,2669) | -0,3217                            | (0,0595) |
|         | $V - D$                 | 0,8930                         | (0,0000) | 0,8299                             | (0,0000) |
| Zimné   | $Q - V$                 | 0,3488                         | (0,0400) | 0,4860                             | (0,0031) |
|         | $Q - D$                 | 0,0450                         | (0,7975) | 0,0863                             | (0,6221) |
|         | $V - D$                 | 0,8880                         | (0,0000) | 0,8739                             | (0,0000) |
| Letné   | $Q - V$                 | 0,6913                         | (0,0000) | 0,7465                             | (0,0000) |
|         | $Q - D$                 | 0,1665                         | (0,3390) | 0,1955                             | (0,2603) |
|         | $V - D$                 | 0,7297                         | (0,0000) | 0,7390                             | (0,0000) |

## 5.3. Výber marginálnych rozdelení pravdepodobnosti pre kulminačný prietok, objem a trvanie vlny

Presná identifikácia marginálnych pravdepodobnostných rozdelení je kľúčovým krokom pri modelovaní hydrologických premenných. Dáta využité pri modelovaní pochádzali z odseparovaných pozorovaných vln, teda bolo pracované so súborom 35 hodnôt pre každú charakteristiku – prietok, objem a trvanie, a to pre každú skupinu samostatne v rámci oboch vybraných povodí. Bola vykonaná komplexná analýza niekoľkých typov pravdepodobnostných rozdelení, ktoré sa bežne používajú v hydrologických štúdiách zameraných na extrémne hodnoty. Konkrétne boli využité Log-normálne rozdelenie (ln3), Johnsonovo rozdelenie (joh), Generalizované rozdelenie extrémnych hodnôt (gev), Weibullovo rozdelenie (wei) a Pearsonovo rozdelenie 3. typu (pe3). Pre každú z nich boli najprv vypočítané L-momenty, ktoré boli následne použité na odhad parametrov príslušného rozdelenia. Hodnotenie bolo realizované samostatne všetky skupiny, teda pre ročné, zimné aj letné vlny.

Na základe porovnania strednej kvadratickej chyby (MSE) boli následne vybrané najvhodnejšie distribučné funkcie pre účely spoločného modelovania prietoku, objemu a trvania povodní.

Tab. 5.3 Výkonnosť rôznych pravdepodobnostných modelov s využitím MSE pre fitovanie marginálnych rozdelení pre kulminačný prietok ( $Q$ ), objem ( $V$ ) a trvanie ( $D$ ) v skupine ročných, zimných a letných vln pre profil VN Horné Orešany; najvhodnejšie, vybrané rozdelenie je označené zelenou farbou.

| Skupina | Skúmané charakteristiky | MSE     |         |         |         |         |
|---------|-------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
|         |                         | ln3     | joh     | gev     | wei     | pe3     |
| Ročné   | Q                       | 0,00133 | 0,00136 | 0,00151 | 0,00173 | 0,00202 |
|         | V                       | 0,00235 | 0,00278 | 0,00171 | 0,00088 | 0,00098 |
|         | D                       | 0,0055  | 0,00126 | 0,00126 | 0,00107 | 0,00135 |
| Zimné   | Q                       | 0,00112 | 0,00058 | 0,00121 | 0,00055 | 0,00059 |
|         | V                       | 0,0034  | 0,00172 | 0,00277 | 0,00161 | 0,00183 |
|         | D                       | 0,00392 | 0,00191 | 0,0008  | 0,00085 | 0,00071 |
| Letné   | Q                       | 0,00102 | 0,00091 | 0,00127 | 0,00216 | 0,00427 |
|         | V                       | 0,00139 | 0,00079 | 0,00253 | 0,00092 | 0,00149 |
|         | D                       | 0,00217 | 0,00077 | 0,00087 | 0,0008  | 0,00087 |

Rozdelenie, ktoré bolo použité ďalej vo výpočtoch je zvýraznené zelenou farbou (pozri Tab. 5.3 a Tab. 5.4). Vhodnosť vybraných modelov bola posudzovaná pomocou testov zhody, konkrétne Kolmogorov-Smirnov (KS) a Cramér-von Mises (CvM) testov. Štatistické testy zhody,

realizované na hladine významnosti 5 %, preukázali, že všetky vybrané pravdepodobnostné modely dobre vystihujú empirické rozdelenia jednotlivých premenných, a teda zvolené marginálne rozdelenia možno považovať za štatisticky prijateľné a vhodné na ďalšiu analýzu.

Tab. 5.4 Výkonnosť rôznych pravdepodobnostných modelov s využitím MSE pre fitovanie marginálnych rozdelení pre kulminačný prietok ( $Q$ ), objem ( $V$ ) a trvanie ( $D$ ) v skupine ročných, zimných a letných vln pre profil VD Liptovská Mara; najvhodnejšie, vybrané rozdelenie je označené zelenou farbou.

| Skupina | Skúmané charakteristiky | MSE     |         |         |         |         |
|---------|-------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
|         |                         | $ln3$   | $joh$   | $gev$   | $wei$   | $pe3$   |
| Ročné   | Q                       | 0,00217 | 0,00185 | 0,00133 | 0,00182 | 0,00169 |
|         | V                       | 0,0015  | 0,00116 | 0,0017  | 0,00103 | 0,00121 |
|         | D                       | 0,00224 | 0,00211 | 0,0026  | 0,00183 | 0,00187 |
| Zimné   | Q                       | 0,00216 | 0,00244 | 0,00191 | 0,00241 | 0,00231 |
|         | V                       | 0,00406 | 0,00071 | 0,00186 | 0,0014  | 0,0018  |
|         | D                       | 0,00425 | 0,00143 | 0,00232 | 0,00192 | 0,00236 |
| Letné   | Q                       | 0,00096 | 0,00113 | 0,00063 | 0,00082 | 0,00073 |
|         | V                       | 0,00127 | 0,00088 | 0,00089 | 0,0006  | 0,00062 |
|         | D                       | 0,00178 | 0,00072 | 0,00152 | 0,00104 | 0,00134 |

### 5.3.1. Porovnanie $N$ -ročností prietokov pre VN Horné Orešany

Keďže k dispozícii boli kulminačné ročné prietoky od začiatku doby pozorovania, teda od hydrologického roku 1961, teda súbor pre ročné vlny sa rozšíril na 63 hodnôt (z predchádzajúcich 35 hodnôt), z ktorých 48 patrilo do skupiny zimných vln a 15 do skupiny letných vln. Následne bola vykonaná analýza viacerých pravdepodobnostných rozdelení, ktoré sú bežne používané v hydrológii na modelovanie extrémnych hodnôt, podobne ako v predchádzajúcom postupe.

Tab. 5.5 Porovnanie  $N$ -ročností prietokov určených z dvoch rozličných dostupných dátových súborov;  $P1$  – 1989-2023,  $P2$  – 1961-2023; pre profil VN Horné Orešany.

| Skupina | $N$ -ročnosť |       |       |       |       |       |       |       |
|---------|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|         | 100          |       | 300   |       | 500   |       | 1000  |       |
|         | $P1$         | $P2$  | $P1$  | $P2$  | $P1$  | $P2$  | $P1$  | $P2$  |
| Ročné   | 28,2         | 19,95 | 39,14 | 24,5  | 45,02 | 26,61 | 53,88 | 29,49 |
| Zimné   | 12,7         | 12,74 | 15,2  | 14,61 | 16,3  | 15,43 | 17,8  | 16,52 |
| Letné   | 33,1         | 40,17 | 53,5  | 56,31 | 65,5  | 65,04 | 84,8  | 78,28 |

Porovnávané hodnoty  $N$ -ročných prietokov boli určené z dvoch dátových súborov, v prvej perióde boli zahrnuté dáta z odseparovaných vln, teda kulminácie za roky 1989-2023 vo všetkých skupinách. V druhej perióde

boli použité dostupné kulminácie z obdobia 1961-2023. Výsledné hodnoty sú zhrnuté v Tab. 5.5.

Vzhľadom na typ úlohy a riešené ciele (tvorba súboru KPV pre hodnotenie povodňového rizika a bezpečnosť vodných stavieb), boli z hľadiska bezpečnosti zvolené do nasledujúcich analýz vyššie návrhové hodnoty  $Q_N$ , teda určené za obdobie 1989-2023.

### 5.3.2. Porovnanie $N$ -ročností prietokov pre VD Liptovská Mara

Pre riešenie vodného diela Liptovská Mara boli k dispozícii ešte rozsiahlejšie dáta kulminačných ročných prietokoch ako pre VN Horné Orešany, a to od hydrologického roku 1921. Súbor sa rozšíril na 103 hodnôt (z predchádzajúcich 35), z ktorých 54 patrilo do skupiny zimných vln a 49 patrilo do skupiny letných vln. Následne bola vykonaná analýza viacerých pravdepodobnostných rozdelení, podobne ako v predchádzajúcom postupe. Porovnávané hodnoty  $N$ -ročných prietokov boli určené z dvoch dátových súborov, pre prvú periódu (P1) boli použité dáta z odseparovaných vln, teda kulminácie za roky 1989-2023 vo všetkých skupinách. V druhej perióde (P2) sa použili kulminácie z obdobia 1921-2023, taktiež vo všetkých skupinách. Výsledné hodnoty sú zhrnuté v Tab. 5.6.

Tab. 5.6 Porovnanie  $N$ -ročností prietokov určených z dvoch rozličných dostupných dátových súborov; P1 – 1989-2023, P2 – 1921-2023 pre profil VD Liptovská Mara.

| Skupina<br>vln | $N$ -ročnosť |        |       |        |       |        |       |        |
|----------------|--------------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|
|                | 100          |        | 300   |        | 500   |        | 1000  |        |
|                | P1           | P2     | P1    | P2     | P1    | P2     | P1    | P2     |
| Ročné          | 485,1        | 557,05 | 617,1 | 648,04 | 687,5 | 689,20 | 793,4 | 744,06 |
| Zimné          | 421,6        | 391,33 | 540,3 | 442,49 | 603,6 | 465,23 | 698,9 | 495,19 |
| Letné          | 422,1        | 647,37 | 527,3 | 744,70 | 580,5 | 788,23 | 657,7 | 845,81 |

Model z obdobia P1 bol vytvorený na základe údajov z obdobia 1989–2023 a využíva generalizované rozdelenie extrémnych hodnôt (gev), model P2 vychádza z dlhšieho časového radu, 1921–2023 a používa Weibullovo rozdelenie, ktoré má odlišnú štruktúru a citlivosť na extrémny. Kratší časový rad obdobia (P1) môže byť citlivejší na niekoľko výrazných extrémov, čo môže viesť k nadhodnoteniu vysokých kvantilov, teda pri vyšších  $N$ -ročnostiach, v tomto prípade najmä v skupine zimných vln. Naopak, dlhší časový rad obdobia (P2) zahŕňa viac miernych rokov, čo môže mať za následok vyhladenie odhadov a mierne nižšie hodnoty extrémov pre ročné a zimné vlny. V prípade letných vln môže byť

tendencia opačná, keďže u údajov pochádzajúcich z minulosti (viac rokov do minulosti) dominujú výrazné letné kulminačné prietoky, napríklad historicky najvyššia zaznamenaná povodeň na Váhu je z roku 1958. Zároveň Weibullovo rozdelenie môže viac reflektovať extrémne hodnoty ako generalizované rozdelenie extrémnych hodnôt. Tieto rozdiely poukazujú na význam výberu vstupného obdobia aj pravdepodobnostného modelu pri analýze extrémnych hydrologických udalostí, najmä pri výpočte prietokov s vysokou dobou opakovania. V rámci ďalších analýz boli využité návrhové hodnoty QN určené za rozšírené obdobie 1921-2023.

## 5.4. Odhad kopula modelu a modelovanie spoločného rozdelenia premenných povodňovej vlny

Na modelovanie trojrozmerných charakteristík povodní boli použité modely vine kopúl (vin) a dve eliptické kopule – normálna (nor) a Studentova t-kopula (tco). Vine kopula umožňuje spoločné modelovanie povodňového objemu a trvania, pričom tieto premenné sú podmienené maximálnym kulminačným prietokom. Výber najvhodnejšieho modelu bol realizovaný najskôr vizuálnou analýzou a následne bol potvrdený pomocou hodnoty strednej kvadratickej chyby (MSE) a štatistického testu zhody Cramér–von Mises (CvM).

Tab. 5.7 Výkonnosť kopula modelov s využitím MSE v skupine ročných, zimných a letných povodňových vln; najvhodnejší kopula model je označený zelenou farbou; pre profil VN Horné Orešany.

| Skupina | Kopula model | MSE      |
|---------|--------------|----------|
| Ročné   | nor          | 0,00148  |
|         | tco          | 0,00149  |
|         | vin          | 0,00110  |
| Zimné   | nor          | 0,00106  |
|         | tco          | 0,00103  |
|         | vin          | 0,00103  |
| Letné   | nor          | 0,001390 |
|         | tco          | 0,001320 |
|         | vin          | 0,000907 |

Tab. 5.8 Výkonnosť kopula modelov s využitím MSE v skupine ročných, zimných a letných vĺn pre profil VN Liptovská Mara; najvhodnejší vybraný kopula model je označený zelenou farbou.

| Skupina vln | Kopula model | MSE      |
|-------------|--------------|----------|
| Ročné       | nor          | 0,001300 |
|             | tco          | 0,001290 |
|             | vin          | 0,000648 |
| Zimné       | nor          | 0,000923 |
|             | tco          | 0,000927 |
|             | vin          | 0,001020 |
| Letné       | nor          | 0,000930 |
|             | tco          | 0,000941 |
|             | vin          | 0,000908 |

Na základe zvoleného kopula modelu a príslušných marginálnych rozdelení bolo zostavené spoločné rozdelenie medzi charakteristikami  $Q$ ,  $V$  a  $D$ , pre jednotlivé povodia (pozri Tab. 5.7 a Tab. 5.8). Funkcie tohto rozdelenia zahŕňajú kumulatívnu distribučnú funkciu, hustotu pravdepodobnosti a generovanie náhodných vzoriek. Pre účely vizualizácie a hodnotenia výkonnosti modelu bolo vygenerovaných 1000 náhodných trojíc zo spoločného rozdelenia, ktoré boli následne spätne transformované do pôvodných jednotiek pomocou kvantilových funkcií marginálnych rozdelení.

### 5.5. Vyhodnotenie podmienenej pravdepodobnosti prekročenia a tvorba kontrolných povodňových vĺn

Pre účely komplexného návrhu a hodnotenia kontrolných povodňových vĺn bolo realizované vyhodnotenie podmienenej pravdepodobnosti prekročenia kombinácií objemu a trvania povodne za predpokladu výskytu stanoveného kulminačného prietoku so zodpovedajúcou dobou opakovania. Tento prístup umožňuje lepšie pochopiť závislosť medzi jednotlivými charakteristikami povodne a poskytuje robustnejší základ pre návrh zaťaženia vodohospodárskych objektov práve vo forme súboru KPV.

Na výpočet podmienenej združenej (spoločnej) hustoty pravdepodobnosti dvojice objem–trvanie ( $V$ - $D$ ) bola využitá funkcia založená na trojrozmernom vine kopula modeli. Základom bol výber kulminačného prietoku pre konkrétnu dobu opakovania ( $N$ -ročnosť), v prípade práce sa  $N$  rovná 100, 300, 500 a 1000 rokov, ktorý bol následne fixovaný ako podmienka pri odhade rozdelenia zostávajúcich dvoch premenných (objemu a trvania). Hustota bola počítaná na jemnej mriežke

# STU

hodnôt objemu a trvania, ktoré boli transformované pomocou marginálnych distribučných funkcií, čím sa zabezpečilo ich vyjadrenie v jednotkovom intervale a ich následné využitie v rámci kopula štruktúry. Vypočítané hustoty boli následne numericky integrované za účelom získania podmienenej pravdepodobnosti prekročenia.

Na základe týchto výpočtov bolo možné identifikovať pravdepodobnostne konzistentné kombinácie objemu ( $V$ ) a trvania ( $D$ ), ktoré sa viažu k určitej extrémnej hodnote prietoku ( $Q$ ). Tieto trojice  $Q$ – $V$ – $D$  následne slúžia ako návrhové scenáre, súbor KPV, reprezentujúce realistické hydrologické situácie zodpovedajúce rôznym dobám opakovania. Tento postup umožňuje prekonať nedostatky tradičných návrhových prístupov, ktoré často predpokladajú nezávislosť medzi parametrami alebo používajú nerealisticky extrémne kombinácie hodnôt.

Na základe zvoleného kopula modelu a marginálnych rozdelení boli odhadnuté hodnoty spoločnej podmienenej hustoty pravdepodobnosti a príslušnej pravdepodobnosti prekročenia pre kombinácie objemu a trvania vlny, podmienená kulminačným prietokom s dobou opakovania  $N$ -rokov –  $Q_N$ . Bol vypočítaný priestorový rozklad spoločnej podmienenej hustoty pravdepodobnosti a následne numerickou integráciou odvodený povrch pravdepodobnosti prekročenia  $P(V > v, D > d \mid Q_N)$ . Tento výsledok bol následne interpolovaný na náhodne generované páry objem–trvanie ( $V, D$ ), ktoré vychádzali zo simulácií podmienenej distribúcie pre  $Q_N$ . Vytvorené boli úrovňové množiny, ktoré zodpovedajú spoločným pravdepodobnostiam prekročenia 0,3, 0,5 a 0,7 a reprezentujú varianty kontrolných vln. Najpravdepodobnejšie kombinácie objemu a trvania pre jednotlivé úrovne spoločnej pravdepodobnosti prekročenia boli identifikované ako tie, ktoré mali v rámci danej hladiny maximálnu hodnotu spoločnej hustoty pravdepodobnosti. Tieto varianty predstavujú realistické kombinácie povodňových charakteristík pre fixný kulminačný prietok.

Pre povodie VN Horné Orešany je na základe dostupných charakteristík kontrolných povodňových vln uvedených v Tab. 5.9 a určeného tvaru vyjadreného jednotkovým hydrogramom prezentovaným na Obr. 5.1 možné zhotoviť kontrolné povodňové vlny. Prietoky na začiatku a konci výslednej KPV boli stanovené na hodnotu  $0,356 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , čo predstavuje hodnotu priemerného denného prietoku za obdobie 1989–2023, a to aj na začiatku aj na konci vlny. Výsledné KPV sú na Obr. 5.3.

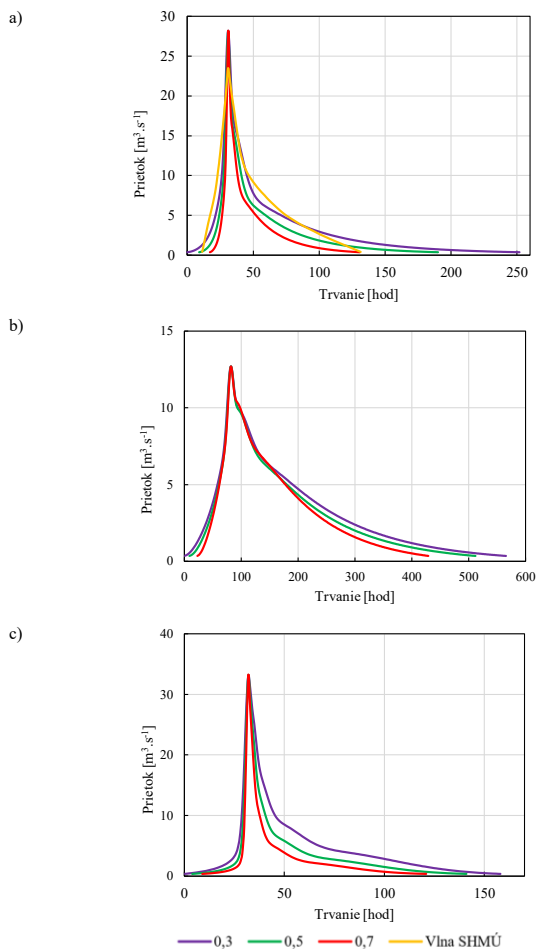
Tab. 5.9 Charakteristiky kontrolných povodňových vln pre profil VN Horné Orešany so spoločnou pravdepodobnosťou prekročenia objemu a trvania (0,3; 0,5 a 0,7) prietokovej vlny podmienenej kulmináčnym prietokom  $Q_{100}$ .

| Skupina | $Q_{100}$<br>[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ] | Pravdepodobnosť<br>prekročenia | Objem<br>[mil. m <sup>3</sup> ] | Trvanie<br>[hod] |
|---------|-------------------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Ročné   | 28,2                                            | 0,3                            | 3,03                            | 252,3            |
|         |                                                 | 0,5                            | 2,15                            | 180,5            |
|         |                                                 | 0,7                            | 1,48                            | 113,5            |
| Zimné   | 12,7                                            | 0,3                            | 6,48                            | 565,9            |
|         |                                                 | 0,5                            | 5,80                            | 503,0            |
|         |                                                 | 0,7                            | 5,24                            | 405,7            |
| Letné   | 33,1                                            | 0,3                            | 2,62                            | 158,4            |
|         |                                                 | 0,5                            | 1,80                            | 137,1            |
|         |                                                 | 0,7                            | 1,25                            | 112,1            |

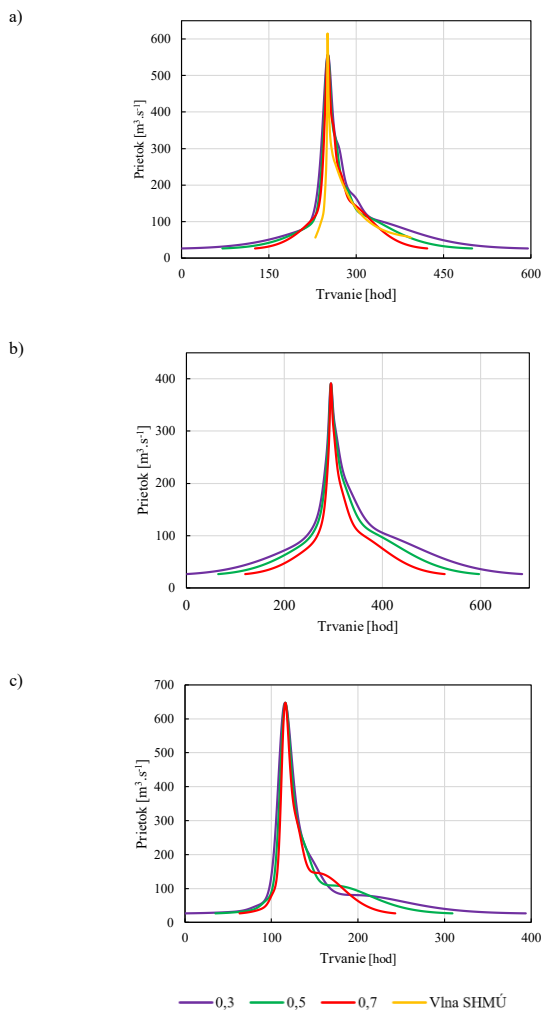
Pre povodie VD Liptovská Mara je na základe dostupných charakteristík kontrolných povodňových vln uvedených v Tab. 5.10 určeného tvaru vyjadreného jednotkovým hydrogramom prezentovaným na Obr. 5.2 možné zhotoviť kontrolné povodňové vlny. Prietoky na začiatku a konci zostrojenej KPV sa stanovili na hodnotu 26,5 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>, čo predstavuje hodnotu priemerného denného prietoku za obdobie 1989-2023, a to aj na začiatku aj na konci prietokovej vlny. Výsledné KPV sú na obrázku Obr. 5.4.

Tab. 5.10 Charakteristiky kontrolných povodňových vln so spoločnou pravdepodobnosťou prekročenia objemu a trvania (0,3; 0,5 a 0,7) prietokovej vlny podmienenej kulmináčnym prietokom  $Q_{100}$  pre profil VN Liptovská Mara.

| Skupina | $Q_{100}$<br>[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ] | Pravdepodobnosť<br>prekročenia | Objem<br>[mil. m <sup>3</sup> ] | Trvanie<br>[hod] |
|---------|-------------------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|------------------|
| Ročné   | 557,05                                          | 0,3                            | 180,9                           | 595,1            |
|         |                                                 | 0,5                            | 141,7                           | 428,6            |
|         |                                                 | 0,7                            | 114,9                           | 295,8            |
| Zimné   | 391,33                                          | 0,3                            | 202,9                           | 684,9            |
|         |                                                 | 0,5                            | 161,1                           | 532,5            |
|         |                                                 | 0,7                            | 118,5                           | 406,7            |
| Letné   | 647,37                                          | 0,3                            | 129,7                           | 394,2            |
|         |                                                 | 0,5                            | 106,6                           | 273,6            |
|         |                                                 | 0,7                            | 83,7                            | 180,2            |



Obr. 5.3 Hydrogramy kontrolných povodňových vln pre profil VN Horné Orešany so zvolenou spoločnou pravdepodobnosťou prekročenia 0,3; 0,5 a 0,7 podmienenou prietokom  $Q_{100}$ , pre skupinu a) ročných vln s vlnou poskytnutou SHMÚ; b) zimných vln; c) letných vln.



Obr. 5.4 Hydrogramy kontrolných povodňových vln pre profil VN Liptovská Mara so zvolenou pravdepodobnosťou prekročenia 0,3; 0,5 a 0,7 podmienenou prietokom  $Q_{190}$ , pre skupinu a) ročných vln s vlnou poskytnutou SHMÚ; b) zimných vln; c) letných vln.

## 6. Diskusia a prínos práce

Výsledky prezentované v tejto práci potvrdzujú, že využitie viacrozmerného pravdepodobnostného rámca založeného na teórii kopúl významne zvyšuje presnosť a konzistentnosť hodnotenia kontrolných povodňových vln (KPV) v porovnaní s tradičnými jednorozmernými prístupmi. Zároveň ponúka vytvorenie konzistentného metodického postupu, ktorého výsledkom nie je jeden variant návrhovej vlny, ale súbor presne definovaných, kvantifikovateľných kontrolných povodňových vln. Analýzy vykonané pre vodnú nádrž Horné Orešany a vodné dielo Liptovská Mara ukázali, že medzi hlavnými charakteristikami povodne – kulminačným prietokom, objemom a trvaním existujú závislosti, ktoré je možné vierohodne zachytiť pomocou viacrozmerných štatistických nástrojov.

V hydrologických analýzach zameraných na povodňové prietokové vlny zohrávajú zdroje neistoty kľúčovú úlohu. Táto práca sa medzi prvými úlohami zamerala na problematiku vymedzenia trvania povodňových udalostí, čo je priamo prepojené s určením začiatku a konca vybraných prietokových vln a vymedzením základného odtoku (Pandi, 2010; Zhang a kol., 2021). Zároveň trvanie priamo vplyva aj na objem vlny. Základný odtok, tvorený najmä príspevkom podzemných vôd, tvorí dôležitú, no často podceňovanú zložku celkového prietoku. Jeho nesprávne odhadnutie môže viesť k chybnému určeniu objemu a trvania vlny, a tým aj k deformovaniu výsledných pravdepodobnostných modelov. Na vymedzenie objemu povodne je preto potrebné zvoliť vhodnú metódu separácie základného odtoku, či už ide o grafické prístupy, digitálne filtre alebo konceptuálne modely. Ich výber by mal vždy zohľadňovať lokálne hydrologické podmienky a typ analyzovaných povodňových udalostí. Vzhľadom na rôznorodosť typov povodní, sezónne podmienky a rôzne spôsoby vzniku, bolo v práci zvolené riešenie v podobe grafického prístupu, v ktorom sa začiatok udalosti identifikoval ako náhly vzostup hydrogramu a jej koniec ako približný návrat späť k úrovni základného odtoku. Hoci tento prístup zahŕňa určitú subjektivnosť, ukázal sa ako flexibilný a prakticky uplatniteľný. Na záver treba povedať, že výber objemu povodne pre analýzu závislosti musí byť uskutočnený s ohľadom na cieľ aplikácie, pre ktorú je analýza vykonávaná. Vymedzenie trvania povodne má pritom väčší vplyv na výsledky analýzy. Pôsobiaci faktory (zrážky, topenie snehu alebo oboje)

môžu analytikovi rizika napomôcť pri určovaní trvania. Je však potrebné si uvedomiť, že pri predĺžení trvania zostupnej vetvy sa hodnoty objemu zásadne nemenia, ale pravdepodobnostné vlastnosti trojice maximálny prietok – objem – trvanie povodne sa môžu zmeniť. V tomto smere by preto nemalo byť vylúčené ani skúmanie horného a dolného ohraničenia distribučnej funkcie trvaní (Výleta a kol., 2023a).

V kontexte tejto práce je dôležité sa zamerať na neistoty vyplývajúce z odhadu povodňových charakteristík, či už pri určovaní marginálnych rozdelení jednotlivých charakteristík alebo spoločných rozdelení. Viacrozmerná analýza má svoje špecifické požiadavky, predpoklady a obmedzenia (Genest a Favre, 2007; Gräler a kol., 2013). Aj pri dôslednom uplatnení týchto odporúčaní však môže vzniknúť neistota spojená s výberom modelu, pretože vo viacerých prípadoch nebolo možné jednoznačne zamietnuť jednotlivé skúmané kopula modely alebo marginálne rozdelenia pravdepodobnosti. Na výber vhodného modelu sa použili odporúčané štatistické testy a hodnota strednej kvadratickej chyby (MSE), ktorá však sama o sebe nesie určitú neistotu. Hodnota MSE závisí od použitej vzorky dát a odhadnutých parametrov, čo vedie k vzorkovacej a modelovej neistote. Navyše, rozdiely v MSE medzi jednotlivými modelmi nemusia byť vždy štatisticky významné.

Ďalším zdrojom neistoty je výber pravdepodobnosti prekročenia povodňových charakteristík pri podmienenej pravdepodobnosti. Viacero udalostí môže mať identickú pravdepodobnosť prekročenia a nachádzať sa na rovnakej izočiare. V literatúre sa preto navrhujú rôzne stratégie, ako určiť reprezentatívnu hodnotu pre praktickú aplikáciu (Brunner a kol., 2016a; Brunner a kol. 2016b). Každá z týchto metód však vnáša do procesu ďalšiu úroveň neistoty, keďže je možné vybrať aj inú dvojicu návrhových charakteristík na tej istej izočiare.

Všetky tieto zistenia poukazujú na to, že viacrozmerný prístup k analýze povodňových charakteristík umožňuje realistickejšie a flexibilnejšie hodnotenie extrémnych hydrologických udalostí, no zároveň si vyžaduje citlivý prístup k neistotám, ktoré vznikajú pri spracovaní vstupných údajov, výbere modelov aj pri interpretácii výsledkov. Uplatnená metodika dokáže identifikovať a kvantifikovať závislosti medzi jednotlivými parametrami povodňovej vlny spôsobom, ktorý je v súlade s aktuálnymi trendmi v oblasti technicko-bezpečnostného dohľadu nad vodnými stavbami. Výsledky tejto práce zároveň naznačujú potrebu vytvorenia štandardizovaného postupu alebo

metodického rámca, ktorý by pomohol pri jednotnom posudzovaní a zohľadňovaní neistôt pri rozhodovaní založenom na riziku. Do budúcnosti bude preto dôležité venovať zvýšenú pozornosť integrácii týchto prístupov do vodohospodárskej praxe.

## 7. Záver

Hlavným cieľom dizertačnej práce bolo vytvoriť metodiku pre tvorbu súboru kontrolných povodňových vln založenom na procesne orientovanom viacrozmernom pravdepodobnostnom rámci, ktorá by poskytla posudzovateľom rizika konzistentný prístup na hodnotenie bezpečnosti nádrží a posudzovanie povodňových rizík, ktorý rešpektuje a opisuje štruktúry závislosti medzi kulminačnými prietokmi, objemami a trvaním povodní.

V práci bol navrhnutý metodický postup testovaný a demonštrovaný na dvoch kontrastných povodi na Slovensku – vodná nádrž Horné Orešany a vodné dielo Liptovská Mara. Metodický postup pozostáva z piatich na seba nadväzujúcich krokov, pričom pri zostavení výpočtového aparátu sa použili viaceré typy kopulových modelov vrátane vine kopúl, ktoré poskytujú väčšiu flexibilitu pri modelovaní zložitých závislostí povodňových charakteristík. Zohľadnená bola sezónnosť povodní, čím sa zabezpečila lepšia reprezentácia povodňových procesov v rôznych klimatických a geografických podmienkach. Dôležitým časťou práce bola aj identifikácia a diskusia zdrojov neistoty, ktoré významne ovplyvňujú výsledky analýzy – od výberu vhodných marginálnych rozdelení a kopula funkcií, cez stanovenie objemu a trvania vln až po interpretáciu spoločných a podmienených pravdepodobností. Špeciálna pozornosť bola venovaná vymedzeniu začiatku a konca povodňových vln, čo je často subjektívny krok s vysokým vplyvom na výsledné závislosti. Práca ukazuje, že aj malé rozdiely v definícii začiatku a konca vlny môžu meniť štruktúru závislosti medzi premennými, čo je potrebné zohľadniť najmä pri praktických aplikáciách.

Práca prináša nielen podnety na rozšírenie a vytvorenie komplexnejšej metodiky hodnotenia bezpečnosti nádrží na Slovensku, ale zároveň zdôrazňuje aj nutnosť prekročiť rámec tradičného jednorozmerného prístupu, ktorý je v praxi často využívaný. Výsledky práce zároveň odhaľujú niektoré limity súčasných metodík. Patrí medzi ne najmä absencia štandardizovaných postupov pre viacrozmernú analýzu v

# STU

slovenskej technickej praxi. Z pohľadu praktickej aplikácie navrhnutý rámec teda predstavuje možnosť nahradiť jednorozmerný návrh KPV súborom realistických, pravdepodobnostne definovaných vln, ktoré zohľadňujú sezónnosť, vzájomnú závislosť charakteristík. Navrhovaný viacrozmerný prístup založený na kopulách ponúka cenné nástroje pre posudzovateľov, ktorí sa snažia o spoľahlivé a presné hodnotenie povodňových rizík a bezpečnosti nádrží. Dizertačná práca tak prispieva nielen k rozvoju teoretického poznania v oblasti viacrozmerného modelovania extrémnych hydrologických javov, ale aj k jeho praktickej implementácii v systémoch riadenia vodného hospodárstva.

## Zoznam použitej literatúry

- Bednárová, E., Lukáč, M., Lukáč, M., Minárik, M., Bakaljarová, M., Lipták, B., Miščík, M., Panenka, P., Stoličný, J., 2010. Priehradné staviteľstvo na Slovensku: Originality. Míľniky. Zaujímavosti. KUSKUS, Bratislava.
- Brunner, M.I., Seibert, J., Favre, A.-C., 2016a. Bivariate return periods and their importance for flood peak and volume estimation. *WIREs Water* 3, 819-833.. <https://doi.org/10.1002/wat2.1173>
- Brunner, M.I., Vannier, O., Favre, A.-C., Viviroli, D., Meylan, P., Sikorska, A.E., Seibert, J., 2016b. Flood volume estimation in Switzerland using synthetic design hydrographs - a multivariate statistical approach. 13th Congress INTERPRAEVENT 2016, Luzern, 30 May 2016 - 2 June 2016 468-476.. <https://doi.org/https://doi.org/10.5167/uzh-124430>
- Genest, C., Favre, A.-C., 2007. Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask. *Journal of hydrologic engineering* 12, 347-368.
- Gräler, B., van den Berg, M.J., Vandenbergh, S., Petroselli, A., Grimaldi, S., De Baets, B., Verhoest, N.E.C., 2013. Multivariate return periods in hydrology: a critical and practical review focusing on synthetic design hydrograph estimation. *Hydrology and Earth System Sciences* 17, 1281-1296.. <https://doi.org/10.5194/hess-17-1281-2013>
- Chmelár, V., 1979. Vodné dielo Liptovská Mara. Alfa, Bratislava.
- Liová, A., Valent, P., Hlavčová, K., Kohnová, S., Bacigál, T., Szolgay, J., 2022. A methodology for the estimation of control flood wave hydrographs for the Horné Orešany reservoir. *Acta Hydrologica Slovaca* 23, 52-61. <https://doi.org/10.31577/ahs-2022-0023.01.0006>
- Pandi, G., 2010. The analysis of flood waves. *Aerul si Apa. Componente ale Mediului* 35-44.
- Slovenský vodohospodársky podnik, š. p., 2009. Manipulačný poriadok pre vodnú stavbu Horné Orešany. Piešťany, 2009. 19 s.
- Slovenský vodohospodársky podnik, š. p., 2019. Manipulačný poriadok pre vodné stavby Liptovská Mara-Bešeňová. Piešťany, 2019. 41 s., 41 s. ed.

- Valent, P., 2019. FloodSep: užívateľská príručka. SvF STU v Bratislave.
- Výleta, R., Hlavčová, K., Kohnová, S., Bacigál, T., Liová, A., Szolgay, J., 2023a. An assessment of the uncertainty of the extremity of flood waves with vine copulas. *Acta hydrologica Slovaca* 24, 82-93.. <https://doi.org/10.31577/ahs-2023-0024.01.0010>
- Výleta, R., Rončák, P., Liová, A., Valent, P., Bacigál, T., Gribovski, Z., Danáčová, Z., Šurda, P., Vitková, J., Hlavčová, K., 2023b. The testing of a multivariate probabilistic framework for reservoir safety evaluation and flood risks assessment in Slovakia: A study on the Parná and Belá Rivers. *Journal of Hydrology and Hydromechanics* 71, 449-463.. <https://doi.org/10.2478/johh-2023-0027>
- Zhang, W., Luo, M., Gao, S., Chen, W., Hari, V., Khouakhi, A., 2021. Compound Hydrometeorological Extremes: Drivers, Mechanisms and Methods. *Frontiers in Earth Science* 9. <https://doi.org/10.3389/feart.2021.673495>

## Vlastná publikačná činnosť

LIOVÁ, Anna - VALENT, Peter - HLAVČOVÁ, Kamila - KOHNOVÁ, Silvia - BACIGÁL, Tomáš - SZOLGAY, Ján. A methodology for the estimation of control flood wave hydrographs for the Horné Orešany reservoir. In Acta hydrologica Slovaca. Roč. 23, č. 1 (2022), s. 52-61. ISSN 2644-4690 (2022: 0.159 - SJR, Q4 - SJR Best Q). V databáze: SCOPUS: 2-s2.0-85133183007 ; DOI: 10.31577/ahs-2022-0023.01.0006.

VÝLETA, Roman - HLAVČOVÁ, Kamila - KOHNOVÁ, Silvia - BACIGÁL, Tomáš - LIOVÁ, Anna - SZOLGAY, Ján. An assessment of the uncertainty of the extremity of flood waves with vine copulas. In Acta hydrologica Slovaca. Roč. 24, č. 1 (2023), online, s. 82-93. ISSN 2644-4690 (2023: 0.306 - SJR, Q3 - SJR Best Q). V databáze: SCOPUS: 2-s2.0-85162780381 ; DOI: 10.31577/ahs-2023-0024.01.0010.

Ohlasy:

HLAVÁČIKOVÁ, Hana - HRUŠKOVÁ, Kateřina - SHENGA, Zinaw - LEŠKOVÁ, Danica - KOPÁČIKOVÁ, Eva. Testing sensitivity of hydrological operational models to finer resolution of input data for purpose of applying high resolution Destination Earth forecasts. Case study, part one. In: Acta Hydrologica Slovaca, 2024, Vol. 25, no. 1, pp. 14-24., Registrované v: SCOPUS

JAFRY, N. A. - SUHAILA, J. - YUSOF, F. - NOR, S. R. M. - ALIAS, N. E. - SHAHID, L. Joint probabilistic assessments of four-dimensional flood characteristics using the vine copula-based methodology. In: ENVIRONMENTAL EARTH SCIENCES, 2024, Vol. 83, no. 16, art. no. 470. ISSN 1866-6280., Registrované v: SCOPUS, WOS

SOUSSI, Ismehen - TALIA, Amel - BEKKOUSSA, Belkacem Samir - BENSTAALI, Imene - MEDDI, Mohamed. Sensitivity analysis of the GR4J hydrological model to potential evapotranspiration estimates in the Tafna watershed, northwestern Algeria. In: Acta Hydrologica Slovaca, 2024, Vol. 25, no. 2, pp. 145-155., Registrované v: SCOPUS

VÝLETA, Roman - RONČÁK, Peter - LIOVÁ, Anna - VALENT, Peter - BACIGÁL, Tomáš - GRIBOVŠZKI, Zoltán - DANÁČOVÁ, Zuzana - ŠURDA, Peter - VITKOVÁ, Justína - HLA VČOVÁ, Kamila. The testing of a multivariate probabilistic framework for reservoir safety evaluation and flood risks assessment in Slovakia: A study on the Parná and Belá Rivers. In Journal of hydrology and hydromechanics = Vodohospodársky časopis. Vol. 71, no. 4 (2023), s. 449-463. ISSN 0042-790X (2023: 2.3 - JIF, Q3 - JIF Best Q, 0.524 - SJR, Q2 - SJR Best Q, 0.395 - AIS, Q3 - AIS Best Q). V databáze: DOI: 10.2478/johh-2023-0027 ; SCOPUS: 2-s2.0-85179333499 ; CC: 001104569900008.

Ohlasy:

LEIVADIOTIS, Evangelos - KOHNOVÁ, Silvia - PSILOVIKOS, Aris. Evaluating flood events caused by Medicane “Daniel” in the Thessaly District (Central Greece) using remote sensing data and techniques. In: Acta Hydrologica Slovaca, 2024, Vol. 25, no. 1, pp. 115-126., Registrované v: SCOPUS

LIOVÁ, Anna - VÝLETA, Roman - HLA VČOVÁ, Kamila - KOHNOVÁ, Silvia - BACIGÁL, Tomáš - POÓROVÁ, Jana - SZOLGAY, Ján. Design flood hydrographs based on scaled flood data using vine copulas. In Pollack Periodica. Vol. 19, no. 1 (2024), s. 105-110. ISSN 1788-1994 (2024: 0.385 - SJR, Q3 - SJR Best Q). V databáze: DOI: 10.1556/606.2023.00827 ; SCOPUS: 2-s2.0-85185188526.

LIOVÁ, Anna - VÝLETA, Roman - VALENT, Peter - BACIGÁL, Tomáš - HLA VČOVÁ, Kamila - KOHNOVÁ, Silvia - DANÁČOVÁ, Michaela - DANÁČOVÁ, Zuzana - JENEIOVÁ, Katarína - BLÁŠKOVIČOVÁ, Lotta - POÓROVÁ, Jana - SZOLGAY, Ján. A multivariate probabilistic framework for estimating control flood hydrographs for reservoir safety re-evaluation in Slovakia. In Abstracts and Presentation EGU General Assembly 2025 (EGU25) : EGU sphere - The EGU interactive community platform. 1. vyd. Göttingen : Copernicus Publications, 2025, online, [2] s., art. no. EGU25-8955. V databáze: DOI: 10.5194/egusphere-egu25-8955.

LIOVÁ, Anna - VÝLETA, Roman - HLA VČOVÁ, Kamila - KOHNOVÁ, Silvia - BACIGÁL, Tomáš - SZOLGAY, Ján. A vine copula-based approach for constructing nonparametric synthetic design

flood hydrographs. In Abstracts and Presentation EGU General Assembly 2023 (EGU23) [elektronický zdroj] : EGUsphere - The EGU interactive community platform. 1. vyd. Göttingen : Copernicus Publications, 2023, online, [1] s., art. no. EGU23-6179. V databáze: DOI: 10.5194/egusphere-egu23-6179.

VALENT, Peter - LIOVÁ, Anna - HLAVČOVÁ, Kamila - KOHNOVÁ, Silvia - BACIGÁL, Tomáš - VÝLETA, Roman - SZOLGAY, Ján. A process-based multivariate framework for reservoir safety evaluation for Slovakia. In IAHS Scientific Assembly 2022 [elektronický zdroj]. 1. vyd. Göttingen : Copernicus Publications, 2022, online, [1] s., art. no. IAHS2022-355. V databáze: DOI: 10.5194/iahs2022-355.

LIOVÁ, Anna. Určenie kontrolnej povodňovej vlny na základe jej objemu a tvaru. In Zborník príspevkov z 33. konferencie mladých hydroológov, 20. konferencie mladých vodohospodárov, 22. konferencie mladých meteorológov, klimatológov a odborníkov na kvalitu ovzdušia [elektronický zdroj] : Bratislava, online, 11. november 2021. 1. vyd. Bratislava : Slovenský hydrometeorologický ústav, 2021, USB-kľúč, [10] s. ISBN 978-80-99929-30-3.

LIOVÁ, Anna. Analýza parametrov prietokových vln a zostrojenie kontrolných vln pre posudzovanie bezpečnosti nádrží. In Advances in Architectural, Civil and Environmental Engineering [elektronický zdroj] : 32nd Annual PhD Student Conference on Applied Mathematics, Building Technology, Geodesy and Cartography, Landscaping, Theory and Environmental Technology of Buildings, Theory and Structures of Buildings, Theory and Structures of Civil Engineering Works, Water Resources Engineering. October 26th 2022, Bratislava, Slovakia. 1. vyd. Bratislava : Spektrum STU, 2022, CD-ROM, s. 569-575. ISBN 978-80-227-5251-0.

LIOVÁ, Anna. Zhotovenie súboru návrhových kontrolných povodňových vln pomocou viacrozmernej analýzy. In Advances in Architectural, Civil and Environmental Engineering (AACEE 2023) [elektronický zdroj] : 33rd Annual PhD Student Conference on Applied Mathematics, Building Technology, Geodesy and Cartography, Landscaping, Theory and Environmental Technology of Buildings, Theory and Structures of

Buildings, Theory and Structures of Civil Engineering Works, Water Resources Engineering. October 25th 2023, Bratislava, Slovakia. 1. vyd. Bratislava : Spektrum STU, 2023, CD-ROM, s. 479-486. ISBN 978-80-227-5378-4.

LIOVÁ, Anna. Jednoduchý vs. komplexný prístup stanovenia prietokov do vodnej nádrže Liptovská Mara. In Advances in Architectural, Civil and Environmental Engineering (AACEE 2024) : 34th Annual PhD Student Conference on Applied Mathematics, Building Technology, Geodesy and Cartography, Landscaping, Theory and Environmental Technology of Buildings, Theory and Structures of Buildings, Theory and Structures of Civil Engineering Works, Water Resources Engineering. October 23rd 2024, Bratislava, Slovakia. 1. vyd. Bratislava : Spektrum STU, 2024, online, s. 452-457. ISBN 978-80-227-5461-3.

LIOVÁ, Anna - VÝLETA, Roman - HLAVČOVÁ, Kamila - KOHNOVÁ, Silvia - BACIGÁL, Tomáš - SZOLGAY, Ján. Constructing of control flood wave using a vine copula-based approach. In HydroCarpath 2023. Hydrology of the Carpathian Basin: Catchment Experiments and Modeling for Improved Description and Prediction of Hydrological Processes [elektronický zdroj] : proceedings of the conference. Vienna/Bratislava/Sopron, 9. 11. 2023. 1. vyd. Sopron : University of Sopron Press, 2023, USB kľúč, s. 51, art. ID P14. ISBN 978-963-334-505-4.

LIOVÁ, Anna - VÝLETA, Roman - HLAVČOVÁ, Kamila. Multivariate analysis of seasonal flood waves: a case study of the Liptovská Mara reservoir. In HydroCarpath 2024. The Hydrology of the Carpathians: Coupling Experiments, Remote Sensing, and Modeling for Examining Processes, Patterns, and Regimes : proceedings of the conference. Vienna/Bratislava/Sopron, 5. 12. 2024. 1. vyd. Sopron : University of Sopron Press, 2024, CD-ROM, s. 147-149, art. ID: P14. ISBN 978-963-334-546-7.

LIOVÁ, Anna - VÝLETA, Roman - SZOLGAY, Ján. Analysis of seasonal flood patterns for reservoir safety evaluation in a Slovak mountain catchment. In Transport of water, chemicals and energy in the soil-plant-atmosphere system in conditions of the climate variability :

book of abstracts from the 31st Poster day 2024. Bratislava, 13 November, 2024. 1. vyd. Bratislava : Institute of Hydrology of the Slovak Academy of Sciences, 2024, online, s. 27. ISBN 978-80-89139-62-0.

LIOVÁ, Anna - HLAVČOVÁ, Kamila. Determination of the control flood wave for the assessment of reservoir safety in Slovakia. In Abstract book for the 18th Miklós Iványi International PhD & DLA Symposium [elektronický zdroj] : Architectural, Engineering and Information Sciences. Hungary, Pécs, 3-4 November 2022. Pécs : Pollack Press, 2022, online, [1] s., paper no. 57. ISBN 978-963-626-040-8.

VÝLETA, Roman - LIOVÁ, Anna - VALENT, Peter - BACIGÁL, Tomáš - HLAVČOVÁ, Kamila - KOHNOVÁ, Silvia - DANÁČOVÁ, Michaela - DANÁČOVÁ, Zuzana - JENEIOVÁ, Katarína - BLÁŠKOVIČOVÁ, Lotta - POÓROVÁ, Jana - SZOLGAY, Ján. A multivariate copula-based framework for reservoir safety evaluation: a case study on the Parná River, Slovakia. In Transport of water, chemicals and energy in the soil-plant-atmosphere system in conditions of the climate variability [elektronický zdroj] : book of abstracts from the 30th Poster day 2023. Bratislava, 8 November 2023. 1. vyd. Bratislava : Institute of Hydrology of the Slovak Academy of Sciences, 2023, online, s. 20-21. ISBN 978-80-89139-59-0.

LIOVÁ, Anna - HLAVČOVÁ, Kamila - SZOLGAY, Ján - KESZELIOVÁ, Anita. Estimation of a control flood wave for ensuring safety of water constructions. In Transport of water, chemicals and energy in the soil-plant-atmosphere system in conditions of the climate variability [elektronický zdroj] : book of Abstracts from the 28th POSTER DAY 2021. Virtuálny priestor, 10 November, 2021. 1. vyd. Bratislava : Institute of Hydrology of the Slovak Academy of Sciences, 2021, online, s. 32. ISBN 978-80-89139-51-4.

RATTAYOVÁ, Viera - LIOVÁ, Anna - HLAVČOVÁ, Kamila - SZOLGAY, Ján - VÝLETA, Roman - VALENT, Peter. Design of the characteristics of control flood waves in conditions of changes in a hydrological regime. In HydroCarpath 2021. Catchment and River Processes in Regional Hydrology: Coupling Field Experiments and Data Assimilation into Process Understanding and Modeling in Carpathian



Basins [elektronický zdroj] : abstracts and posters of the conference. Vienna/Bratislava/Sopron, 26. 11. 2021. 1. vyd. Sopron : University of Sopron Press, 2021, USB klíč, s. 17, article ID: P5. ISBN 978-963-334-414-9.