Slovenská technická univerzita v Bratislave, Stavebná fakulta

Ing. Michal Hol'ko

Autoreferát dizertačnej práce

OPTIMÁLNY NÁVRH KONŠTRUKCIÍ S UVÁŽENÍM NELINEÁRNYCH FYZIKÁLNYCH VLASTNOSTÍ MATERIÁLOV

na získanie akademického titulu philosophiae doctor - PhD.

v doktorandskom študijnom programe:

Aplikovaná mechanika

Bratislava, august 2015

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Katedre stavebnej mechaniky Stavebnej fakulte STU v Bratislave.

Predkladateľ:	Ing. Michal Hoľko Katedra stavebnej mechaniky Stavebná fakulta STU v Bratislave Radlinského 11, 810 05 Bratislava
Školiteľ:	doc. Ing. Jozef Dický, PhD. Katedra stavebnej mechaniky Stavebná fakulta STU v Bratislave Radlinského 11, 810 05 Bratislava
Oponenti:	prof. Ing. Milan Žmindák, CSc. Katedra aplikovanej mechaniky Strojnícka fakulta, Žilinská univerzita Univerzitná 1, 010 26 Žilina doc. Ing. Jiří Kala, CSc. Ústav stavební mechaniky Fakulta stavební VUT v Brne Veveří 331/95, 602 00 Brno doc. Ing. Eva Kormaníková, PhD. Katedra stavebnej mechaniky Stavebná fakulta TUKE Vysokoškolská 4, 042 00 Košice
Autoreferát bol	l rozoslaný:
Obhajoba dizer	tačnej práce sa koná:h.
na Katedre stav	ebnej mechaniky Stavebnej fakulty STU v Bratislave, Radlinského

Dekan Stavebnej fakulty STU v Bratislave prof. Ing. Stanislav Unčík, PhD.

11, 810 05 Bratislava

OBSAH

1 UVOD	3
2 AKTUÁLNY STAV DANEJ PROBLEMATIKY	4
3 CIELE DIZERTAČNEJ PRÁCE A METÓDY SKÚMANIA	5
4 PROBLEMATIKA KOMPOZITNÝCH MATERIÁLOV	5
5 PROBLEMATIKA OPTIMALIZÁCIE	6
6 FYZIKÁLNE NELINEÁRNE PROBLÉMY	6
7 APLIKAČNÉ ÚLOHY	7
7.1 OPTIMÁLNY NÁVRH DOSKY	7
7.2 OPTIMALIZÁCIA V ZÁKLADOVÝCH KONŠTRUKCIÁCH	8
7.2.1 MODELOVANIE ŽELEZOBETÓNU V MKP	8
7.2.2 STATICKÁ ANALÝZA	11
7.2.3 OPTIMALIZÁCIA	11
7.3 TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZÁCIA VRSTEVNATEJ DOSKY	12
7.3.2 OPTIMALIZÁCIA	14
7.4 CITLIVOSTNÁ ANALÝZA KONŠTRUKCIE Z LAMINÁTU	15
7.5 OPTIMÁLNY NÁVRH KONŠTRUKCIE Z LAMINÁTU	17
7.5.1 MODEL 1	18
7.5.2 MODEL 2	19
7.5.3 MODEL 3	19
7.5.4 MODEL 4	20
7.5.5 LAMINÁTOVÁ KONŠTRUKCIA	20
8 ZÁVER	22
9 SUMMARY	23
VÝBER Z POUŽITEJ LITERATÚRY	23
PUBLIKÁCIE AUTORA	24

1 ÚVOD

Súčasná doba je v oblasti metód a postupov uplatňovaných pri statickej a dynamickej analýze konštrukcií s cieľom nájsť optimálny návrh rozmerov a topológie prvkov a konštrukcií charakterizovaná hlavne tým, že vďaka mohutnému rozvoju moderných numerických metód podporovaných výkonnou výpočtovou technikou je možné väčšinu úloh riešiť nielen na makro, ale pomaly aj na mikroskopickej úrovni. To však kladie nové, nesmierne dôležité nároky na správne určenie výpočtového modelu, kvalifikovaný odhad, alebo experimentálne určenie vstupných materiálových konštánt a zaťažení, pretože inak hrozí riziko, že napriek uplatneniu zložitejších a časovo náročnejších postupov získame menej výstižné a niekedy i menej presné výsledky ako zaužívanými a praxou overenými postupmi.

Táto dizertačná práca sa venuje problematike optimalizácie konštrukcií s uvážením nelineárnych fyzikálnych vlastností materiálov konštrukcie a podložia. Optimalizácia je proces získania najlepšieho výsledku pri splnení určitých kritérií. Aj keď sa spočiatku rozvíjala ako matematická disciplína, v ostatných desaťročiach nachádza čoraz častejšie využitie vo všetkých oblastiach ľudskej činnosti, hlavne v technike. Pri návrhu, realizácii a exploatácii hocijakého technického systému musia inžinieri urobiť veľa technologických rozhodnutí. Konečným cieľom všetkých týchto rozhodnutí je buď minimalizovať požadované úsilie alebo maximalizovať požadované výhody. Odkedy vieme vyjadriť požadované úsilie alebo výhody v praktickej situácií funkciou istých vstupných a výstupných premenných, môže byť optimalizácia definovaná ako proces hľadania podmienky, ktorá dáva maximálnu alebo minimálnu hodnotu hľadanej cieľovej funkcie.

2 AKTUÁLNY STAV DANEJ PROBLEMATIKY

Históriu optimalizačných postupov v rozmedzí rokov 1998 – 2003 prezentuje autorov Floudasa, Akrotiriankisho, Mezera a Kallratha práca Globálna optimalizácia v 21. storočí: Postupy a výzvy [3]. V posledných rokoch bolo napísaných viacero štúdií, v ktorých sa uplatnili optimalizačné postupy. Napríklad Chan a Wang sa vo svojej práci [4] zaoberajú problémom tuhosti kĺbov vysokých železobetónových stavebných konštrukcií tak, aby vyhovovali kritériám prevádzkyschopnosti z pohľadu maximálneho bočného posunutia. Táto ich štúdia integruje metódy založené na nelineárnej analýze trhlín pomocou výkonnej optimalizačnej techniky a predstavuje efektívny numerický prístup k optimálnemu návrhu. Autori Hajirasouliha, Pilakoutas a Moghaddam vo svojej publikácií [7] aplikujú optimalizačnú metódu na návrh nelineárnych priehradových konštrukcií vystavených seizmickému zaťaženiu. V práci je dokázané, že aplikovaná metóda by mohla ušetriť 60% hmotnosti konštrukcie v porovnaní s optimalizačnými metódami založenými na elastickom správaní a rovnakom statickom zaťažení a je účinná pri kontrole interpretovaných parametrov pri odozve od účinkov zemetrasenia. Hurd a Truman [15] vytvorili program na návrh optimálneho počtu pilót ich rozmiestnenia a rozmerov pod konštrukciu zaťaženú viacerými zaťažovacími stavmi. Optimalizačný proces kontroluje veľkosť sadnutia a zároveň redukuje celkovú hmotnosť pilótového základu. Hwang a kol. [16] použili na hľadanie optimálneho riešenia skupiny pilót, ktorým cieľom bolo minimalizovať vstupné náklady, nový postup založený na DLM (discrete Langrande multiplier) metóde. Kasap a Oral [26] optimalizovali rovinný problém s cieľom získania minimálnej hmotnosti laminátovej konštrukcie so zakrivenými vláknami. Parnas a kol. [27] prezentovali vo svojej práci metódu pre optimálny návrh laminátov so zakrivenými vláknami použitím Berzierových kriviek pre sklon vlákien a Berzierových plôch pre veľkosť hrúbky lamely.

3 CIELE DIZERTAČNEJ PRÁCE A METÓDY SKÚMANIA

Hlavné ciele dizertačnej práce nadväzujú na úlohy obsiahnuté v grantovom projekte VEGA 1/1186/12 Optimálny návrh konštrukcií z hľadiska analýzy porúch stavieb a stavebných konštrukcií s dôrazom na aspekty spoľahlivosti a životnosti konštrukcií (zodp. riešiteľ O. Ivánková), školiteľ i doktorand boli spoluriešiteľmi tohto projektu.

Vychádzajúc z priestorových, kapacitných aj finančných možností projektu sa doktorand vo svojej práci sústredí hlavne na tieto ciele:

- 1. Spracovanie prehľadu najnovších trendov v oblasti numerických metód a postupov pri optimalizácii návrhu konštrukčných prvkov s dôrazom na vplyv nelineárnych fyzikálnych vlastností materiálov pri statickom zaťažení konštrukcie.
- Tvorba modelov pre numerický experiment konštrukcií vytvorených z kompozitných materiálov. Pre zvolený typ konštrukcie bude snaha vytvoriť dva modely:
 - komplexný model, založený pravdepodobne na priestorovej variante metódy konečných prvkov, umožňujúci riešenie napätosti a pretvorenia konštrukcií s uvážením nelineárnych fyzikálnych vlastností materiálov,
 - jednoduchý model, založený na rovinnej variante metódy konečných prvkov, umožňujúci zjednodušené riešenie napätosti a pretvorenia konštrukcií s uvážením nelineárnych fyzikálnych vlastností materiálov.
- Optimalizačná štúdia, analýza a porovnanie výsledkov dosiahnutých pri návrhu zvolených konštrukcií rôznymi modelmi s cieľom formulovať odporúčania pre inžinierov v praxi.
- Citlivostná analýza jednotlivých návrhových premenných v optimalizačnom procese s cieľom získať presnejší vplyv neistôt pri návrhu konštrukcií a dôrazom na aspekty ich spoľahlivosti a životnosti.

4 PROBLEMATIKA KOMPOZITNÝCH MATERIÁLOV

Kompozitný materiál je materiál zložený z dvoch alebo viacerých substancií s diametrálne rozdielnymi vlastnosťami, ktoré dohromady dávajú výslednému výrobku nové vlastnosti, ktoré nemá sama o sebe žiadna z jeho súčastí. Kompozitný materiál sa vo všeobecnosti skladá z nosnej časti a z výplne. Hlavnou úlohou výplne je zaistenie celistvosti kompozitného telesa, to znamená dokonalé spojenie nosných častí a vytvorenie vnútorného tvaru, ktorý musí zaistiť správnu funkciu telesa. Materiálové vlastnosti výplne a nosných častí závisia na materiálových charakteristikách komponentov, podielu zložiek, geometrickom usporiadaní a kvalite zložkového rozhrania [28]. Tieto vlastnosti musia byť v súlade pre dosiahnutie optimálnych vlastností celého kompozitu. Výhody kompozitných materiálov sa nachádzajú predovšetkým v ich hmotnosti.

Kompozitné materiály sa výrazne nedeformujú, ich medza elasticity zodpovedá medzi pevnosti. Sú odolné na únavové namáhanie, sú stabilné a spoľahlivé. Aj jeden dnes už v oblasti stavebníctva klasický materiál - železobetón považujeme za kompozitný materiál. Samozrejme, ak by sme chceli analyzovať konštrukciu zo železobetónu, najprv by sme ju museli homogenizovať. Uskutočnenie homogenizácie je založené na predpoklade, že za určitých podmienok je možno heterogénne mikroštruktúry "roztaviť" a materiál na makroúrovni popísať ako homogénny s priestorovými konštantnými efektívnymi vlastnosťami.

5 PROBLEMATIKA OPTIMALIZÁCIE

Vo všeobecnosti poznáme inžinierske problémy dvoch typov: problém analýzy a problém návrhu. V problémoch analýzy sa inžinier pýta ako analyzovať daný systém zaťažený vonkajším zaťažením, teplotnými rozdielmi a inými druhmi zaťaženia. V tomto prípade poznáme konštrukčný systém a celkové zaťaženie. Problémom je správanie sa konštrukcie ako napríklad zistenie reakcií, vnútorných síl, premiestnení a pod.

Pri návrhovej optimalizácii sa menia hodnoty nezávislých premenných, aby sme dostali minimum alebo maximum hľadanej cieľovej funkcie pri splnení určitých obmedzení. Z toho vyplýva, že návrhovú optimalizáciu vieme vo všeobecnosti charakterizovať tromi zložkami [32, 33]:

1, sada *n* nezávislých premenných $x_1, x_2, ..., x_n$ tvoriacich vektor **X**

2, sada funkcií, ktoré budú optimalizované $f_1(x), f_2(x), \dots f_m(x)$, ktoré sa nazývajú cieľové funkcie

3, sada obmedzení, ktoré musia byť splnené $g_1(x) \leq 0, g_2(x) \leq 0, \dots, g_s(x) \leq 0$

Topologická optimalizácia vyhľadáva vopred neznámu topológiu konštrukcie tak, aby bola optimálna. Vopred je známe len prostredie (napríklad umiestnenie podpier), optimalizačné kritéria a zaťaženie. Optimalizačných kritérií môže byť niekoľko.

6 FYZIKÁLNE NELINEÁRNE PROBLÉMY

Množstvo problémov reálneho sveta zahŕňa nelineárne správanie. Základný princíp nelineárneho správania je, že vzťah medzi príčinou a následkom na rozdiel od lineárneho systému nie je úmerný. Riešenie nelineárnych problémov ešte nie je tak dobre zaužívané a jednoducho pochopiteľné ako riešenie lineárnych problémov, z tohto dôvodu je dosť náročné zohľadňovať fyzikálnu nelinearitu vo výpočtoch.

Odchýlka z lineárnej pružnosti znamená, že podstatná časť rovníc platných v lineárnej pružnosti už neplatí, pretože materiálová matica už nie je konštantná. Premenná materiálová matica predstavuje nelineárne konštitutívne rovnice

zodpovedajúce prevzatému modelu z nelineárneho materiálu. V dôsledku toho podmienky rovnováhy odvodené v metóde konečných prvkov z princípu virtuálnych premiestnení sú nelineárne. Riešenie týchto rovníc je založené na rovnakej metóde ako v prípade geometrickej nelinearity. Obvykle je potrebné rozdeliť zaťaženie na prírastky a vykonávať rovnovážne iterácie (napríklad metóda Newton-Raphson) pre každý prírastok [46]. Okrem toho je potrebné vykonať iterácie pre napätie pre každý prírastok zaťaženia, keďže materiálová matica je funkcia pomerných deformácií.

7 APLIKAČNÉ ÚLOHY

7.1 OPTIMÁLNY NÁVRH DOSKY

Nasledujúci odsek demonštruje, aký vplyv má aplikovanie fyzikálnej nelinearity a veľkosť aplikovaného zaťaženia na optimálny návrh jednoduchej konštrukcie. Z tohto dôvodu boli vytvorené dva modely, ktoré sa líšili len materiálovým modelom. V prvom modeli bol použitý lineárny materiál s konštantným modulom pružnosti s hodnotou E = 35 GPa, v druhom modeli bolo správanie sa materiálu riadené nelineárnou funkciou so začiatočným modulom pružnosti E = 35 GPa. Geometria konštrukcie pozostávala z dosky štvorcového pôdorysu s rozmermi 10 x 10 m. Zmena hrúbky dosky bola definovaná tak, že v každom "elemente" s rozmermi 1 x 1 m je konštantná a tvorí jeden z parametrov optimalizácie (obr. 7.2). Začiatočné hrúbky všetkých "elementov" boli dané hodnotou $h_o = 0,3$ m.



Obr. 7.2 Geometria dosky

Konštrukcia bola po celom obvode votknutá a zaťažená spojitým rovnomerným zaťažením na hornej ploche konštrukcie. Veľkosť zaťaženia bola uvažovaná s hodnotami 1, 3 a 5 kN/m². Doska bola modelovaná osemuzlovým prvkom SOLID45 a bola rozdelená na konečno – prvkové elementy veľkosti 0,20 m. Na výpočtové modely jednotlivých materiálových modelov sa aplikoval modul zo softvéru ANSYS s názvom návrhová optimalizácia (design optimization). Návrhové premenné boli určené jednotlivé hrúbky (h₁ - h₃₆) vo zvolených bodoch v rozmedziach od 0,01 do 0,5 m. Ako obmedzenie bola v tomto prípade zvolená hodnota maximálneho priehybu w_{max} = 0,05 m Cieľová funkcia bola veľkosť objemu dosky, ktorý sme chceli minimalizovať.

Na nasledujúcich obrázkoch uvádzame grafy porovnania výsledkov medzi doskou po optimalizovaní z lineárneho materiálu (ružová farba) a doskou z nelineárneho materiálu (modrá farba).



Obr. 7.16 Porovnanie dosiahnutého priebehu (vľavo) a napätí (vpravo)pred a po optimalizačnom procese pri zaťažení 1 kN/m²



Obr. 7.17 Porovnanie dosiahnutého priebehu (vľavo) a napätí (vpravo)pred a po optimalizačnom procese pri zaťažení 3 kN/m²



Obr. 7.18 Porovnanie dosiahnutého priebehu (vľavo) a napätí (vpravo)pred a po optimalizačnom procese pri zaťažení 5 kN/m²

7.2 OPTIMALIZÁCIA V ZÁKLADOVÝCH KONŠTRUKCIÁCH

7.2.1 Modelovanie železobetónu v MKP

Komerčný program ANSYS nám ponúka železobetónový materiálový model (concrete), schopný predpovedať zlyhanie krehkého materiálu. Tento materiál je schopný potrhať sa pri prekročení maximálneho napätia v ťahu a rozdrviť sa pri prekročení maximálneho napätia v tlaku. Tento materiálový model sa požíva len v kombinácií s elementom SOLID65.

Element SOLID65 je špecifický na modelovanie železobetónových konštrukcií, keď že v rámci tohto prvku je možné zadať veľkosť výstuže v každom smere, formou rozmazania plochy výstuže.



Obr. 7.21 Geometria riešeného modelu (priehľadný model)

Pre zjednodušenie modelovania a zmenšenie výpočtového času rozsiahlejších železobetónových konštrukcií sa uvažuje, že vzťah medzi napätím a pomerným pretvorením má lineárny charakter. V nasledujúcej štúdii skupiny veľkopriemerových pilót uvidíme aký vplyv má voľba materiálového modelu a zmena tuhosti podložia na celkové maximálne sadnutie. V prvom prípade (variant A) budú fyzikálne vlastnosti modelu riadené multilineárnou funkciou v druhom prípade (variant B) bude materiál modelu zadefinovaný ako lineárne pružný.

Geometria riešeného modelu sa skladala zo zemného masívu rozmerov 34,5 m x 19,7 m x 35 m modelovaného z elementov SOLID45 a 45 železobetónových pilót, modelovaných z elementov SOLID65, dĺžky 18 m a priemeru 0,9 m rozmiestnených v piatich radoch v rozostupoch po 1,75 m a deviatich stĺpcoch vzdialených od seba po 1,60 m (obr. 7.21). Ako môžeme vidieť na obrázku 7.21 je

	CS	GW	CI/CH/CS	S - F	СН	Pilóty
Vrstva č.	1	2	3	4	5	18
Hĺbka (m)	4,4	8,8	11,10	18,40	35	18
Hrúbka vrstvy						10
(m)	4,4	4,4	2,3	7,3	16,6	18
E (MPa)	-	-	-	-	-	32000
E_{50}^{MPa} (MPa)	7,26	53,46	26,18	59,62	44,22	-
V(-)	0,35	0,34	0,4	0,33	0,37	0,3

znázornená aj železobetónová roznášacia doska, tá však nebola modelovaná, slúži len na priestorovú predstavu.

Tab. 7.1 Vstupné hodnoty riešeného modelu

Všetko zaťaženie bolo v modeli aplikované na vrchné plochy jednotlivých pilót, ktoré boli odsadené o hrúbku roznášacej dosky s hodnotou 2,338 m pod úroveň terénu. Modelovaný zemný masív sa skladal z piatich vrstiev, daných podľa geologického vrtu nakresleného na obr. 7.21, ktorých jednotlivé charakteristiky môžeme vidieť v tabuľke 7.1. V oboch variantoch sa tiež menila pevnosť podložia o ± 30 % s cieľom určenia, ako to ovplyvní maximálne sadnutie skupiny pilót.

Predpokladalo sa, že riešené pilóty boli vytvorené zo železobetónu hustoty 2400 kgm⁻³. Obe varianty obsahovali materiálový model *concrete*, v ktorom bolo zadefinované maximálne možné tlakové napätie pred rozdrvením s hodnotou 38 *MPa* a maximálne možné ťahové napätie pred roztrhnutím s hodnotou 2,9 *MPa*. V oboch variantoch boli tiež zadefinované rovnaký modul pružnosti s hodnotou 35 *GPa* a Poissonovo číslo s hodnotou 0,3. Každá pilóta bola vystužená ôsmimi kusmi výstuže priemeru $\Phi 12$ s modulom pružnosti 210 *GPa*, hodnotou Poissonovho čísla 0,2 a hustotou 7850 kgm⁻³.

Na výpočtový model oboch variant boli aplikované plošné okrajové podmienky (posuny v smere osí X, Y a Z sú rovné nule) - na spodnej úrovní podložia (Z = -35 m).

rad/stĺpec	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3548	3579	3611	3641	3672	3704	3734	3765	3796
2	3298	3328	3359	3391	3421	3452	3484	3515	3545
3	3046	3078	3109	3139	3171	3202	3232	3263	3295
4	2796	2826	2858	2889	2921	2950	2982	3013	3043

V tabuľke 7.2 sú uvedené hodnoty zaťaženia aplikovaného na všetkých horných uzloch na hornom povrchu každej pilóty.

Tab. 7.2 Zaťaženie aplikované na jednotlivé pilóty (kN/m²)

Vonkajšie prostredie bolo delené na konečno – prvkové elementy veľkosti 5 *m.* Prostredie v okolí pilót malo rozmery 9,7 *m* x 15,5 *m* x 20 *m* a bolo delené na konečno – prvkové elementy veľkosti 0,7 *m.* Jednotlivé pilóty boli delené na konečno – prvkové elementy veľkosti 0,5 *m.* Celkový objem železobetónu potrebný na všetky pilóty mal hodnotu 515,04 m^3 .

7.2.2 <u>Statická analýza</u>

Po spustení statickej analýzy, pozostávajúcej iba z jedného zaťažovacieho stavu, jednotlivých variant sa porovnával vplyv zmeny tuhosti prostredia a zmeny materiálového modelu na veľkosť sadnutia a veľkosť dosiahnutého maximálneho napätia. V nasledujúcej tabuľke 7.3 sú uvedené výsledné hodnoty statickej analýzy v jednotlivých variantoch, pričom Variant A_0 pozostáva z nelineárneho materiálového modelu s nezmenenou tuhosťou podložia, Variant A_1 pozostáva z nelineárneho materiálového modelu s tuhosťou podložia zväčšenou o 30%, Variant A_2 pozostáva z nelineárneho materiálového modelu s tuhosťou podložia zväčšenou o 30%, Variant B_0 pozostáva z lineárneho materiálového modelu s nezmenenou tuhosťou podložia zväčsenou o 30% a Variant B_2 pozostáva z lineárneho materiálového modelu s tuhosťou podložia zväčšenou o 30% a Variant B_2 pozostáva z lineárneho materiálového modelu s tuhosťou podložia zväčsenou o 30%.

Variant	A_0	A_1	A_2	B_0	B_1	B_2
Sadnutie (uz) [m]	0,0757	0,0587	0,1073	0,0757	0,0587	0,1073
Napätie						
(Von Misses) [kPa]	16668	16221	17485	16966	16078	17586

Tab. 7.3 Výsledne hodnoty statickej analýzy

7.2.3 <u>Optimalizácia</u>

V tomto prípade boli ako návrhové premenné určené jednotlivé dĺžky všetkých pilót (H_1 - H_{45}) v rozmedziach 17 - 19 m. Obmedzenia boli zvolené ako ohraničenie maximálneho dosiahnutého napätia σ_x hodnotou 38 MPa s maximálna hodnota sadnutia s hodnotou 0,1 m. Ako je vyššie spomenuté cieľová funkcia sa zvolila veľkosť objemu železobetónu použitého na pilóty, ktorý sme chceli minimalizovať. Pri porovnávaní jednotlivých výsledkov sa sledovala nielen veľkosť optimálnych dĺžok pilót pri jednotlivých materiálových modeloch ale tiež výpočtový čas potrebný na dosiahnutie daných výsledkov.



Obr. 7.25 Výpočtový čas optimalizačnej analýzy jednotlivých modelov



Obr. 7.26 Zmena sledovaného objemu jednotlivých modelov počas iterácií

Obrázky 7.25 a 7.26 demonštrujú ako sa počas procesu optimalizácie menili jednotlivé parametre, ktoré boli v tejto štúdií sledované.

Tabuľka 7.4 popisuje ako sa menila priemerná dĺžka pilóty v jednotlivých modeloch v jednotlivých iteračných krokoch.

	A_0	A_1	A_2	B_0	B_1	B_2
1 iteracia	18,000	18,000	18,000	18,000	18,000	18,000
2 iteracia	17,159	17,000	18,018	17,158	17,000	18,038
3 iteracia	17,118			17,120		

Tab. 7.4 Zmena priemernej dĺžky pilóty po optimalizácií v jednotlivých iteráciách (m)

7.3 TOPOLOGICKÁ OPTIMALIZÁCIA VRSTEVNATEJ DOSKY

Tento odsek sa zaoberá optimálnym návrhom vrstevnatej konštrukcie. Riešená konštrukcia bola štvorcového tvaru s rozmerom bočnej hrany 5 m. Bola modelovaná osemuzlovým priestorovým viacvrstvovým prvkom SOLID46, nachádzajúcim sa v databáze ANSYSu.

Prvok SOLID46 je špecifický tým, že ho môžeme rozdeliť po výške až na 250 vrstiev, z ktorých každá môže mať rozdielnu hrúbku, alebo môže byť zložená z rôzneho materiálového modelu.



Obr. 7.30 Rozloženie hrúbok vrstiev dosky

V tomto prípade prvok SOLID46 obsahoval tri vrstvy. Celková hrúbka konštrukcie mala hodnotu H = 0,14 m. Spodná a horná vrstva mala počiatočnú hrúbku $H_n = 0,01$ m. Hrúbka strednej vrstvy bola definovaná ako $H_S = H - H_n$ (obr. 7.30). Hrúbka nosnej vrstvy (spodná a horná vrstva) bola následne v optimalizačnom procese zadaná ako parameter. Celkovo bolo zadaných 25 parametrov H_1 - H_{25} (obr. 7.31).

Na obrázku 7.31 vidíme riešenú dosku rozdelenú na jednotlivé objemy. Každý objem mal rovnakú začiatočnú hodnotu náhradnej hrúbky, ale zároveň každý objem mal parametricky vyjadrenú náhradnú hrúbku nosnej časti (H_1 - H_{25}).



Obr. 7.31 Geometria riešeného modelu

Na výpočtový model boli aplikované nasledujúce okrajové podmienky:

- po obvode dosky v spodnej rovine je predpokladaná líniová okrajová podmienka (posuny v smeroch osí Z vo všetkých bodoch línie sú rovné nule),

- v bodoch na spodných hranách dosky v mieste osi symetrii X a Y je zabránené posunom v smere osi X a Y.

Na výpočtový model bolo zadané spojité rovnomerné zaťaženie s hodnotou 25 kN/m^2 aplikované vo všetkých horných uzloch na hornom povrchu dosky. Výpočtový model bol delený na konečno prvkové elementy veľkosti 0,25 m. Predpokladalo sa, že riešená doska bola vytvorená z dvoch materiálov. Oceľ reprezentujúca nosnú časť dosky, horná a spodná vrstva, mala modul pružnosti s hodnotou $E_1 = 200$ GPa a hustotu s hodnotou 7800 kg·m⁻³. Materiál v strednej časti dosky mal modul pružnosti s hodnotou $E_2 = 3$ GPa a hustotu s hodnotou 800 kg·m⁻³. Pre lepšie spolupôsobenie boli v strednej časti dosky v každom metri umiestnené oceľové výstuhy hrúbky 1 mm. V konečno prvkovom modeli boli tieto výstuhy zohľadnené rozmazanou tuhosťou v strednej časti dosky. To znamená, že výplňová vrstva mala náhradný modul pružnosti $E_n = 3,197$ GPa a hustotu s hodnotou 807 kg·m⁻³.

7.3.2 Optimalizácia

Po vyriešení statickej analýzy so začiatočnou hrúbkou H = 0,14 m sa na konštrukciu aplikoval optimalizačný modul z ANSYSu s názvom návrhová optimalizácia (*design optimization*) s maximálnym počtom 10 iterácií. Ako návrhové premenné sa určili hrúbky jednotlivých objemov (H_1 - H_{25}) v rozmedziach 0,001 - 0,09 m. Obmedzenie v návrhovej optimalizácií bolo ohraničenie maximálneho dosiahnutého normálového napätia S_x hodnotami $\pm 200 MPa$

a maximálna hodnota priehybu dosky s hodnotou 0,025 m. Cieľovú funkciu sme si zvolili veľkosť objemu nosnej časti riešenej dosky, ktorý sme chceli minimalizovať. Počiatočná hodnota objemu nosnej časti mala hodnotu $0,5 m^3$. Dosiahnuté výsledky sme zaznamenali do tabuľky 7.4. Začiatočnú hrúbku sme následne v ďalšom modeli zmenšili na hodnotu H = 0,13 m a opäť spustili optimalizačný proces. Takto sa pokračovalo až k desiatemu modelu zmenou začiatočnej hrúbky na hodnotu H = 0,05 m.



Obr. 7.33 Porovnanie objemu nosnej časti dosky k celkovému objemu dosky



Obr. 7.34 Porovnanie hrúbky nosnej časti dosky po optimalizačnom procese

Obrázok 7.33 zobrazuje narastajúcu zmenu objemu nosnej časti dosky (v percentách) po optimalizačnom procese. Na X-ovej osi vidíme čísla modelu to znamená model č. 1 bola doska s celkovou hrúbkou H = 0,14 m, model č. 2 doska s celkovou hrúbkou H = 0,13 m až model č. 10 ukazuje percentuálnu časť objemu nosnej časti dosky po optimalizačnom procese s celkovou hrúbkou dosky H = 0,05 m. Nasledujúci obrázok 7.34 zobrazuje zmenu topológie nosnej časti dosky po optimalizačnom procese v jednotlivých modeloch. Začiatočná hrúbka tejto nosnej časti dosky v každom modeli pred optimalizačným procesom bola 0,02 m.

7.4 CITLIVOSTNÁ ANALÝZA KONŠTRUKCIE Z LAMINÁTU

Citlivostná analýza skúma rozloženie neistôt v výsledných hodnotách, kvalitatívnvch a kvantitatívnych. v závislosti na odchýlkach iednotlivých vstupných parametrov modelu. Tento odsek je zameraný na zistenie závislosti sklonu vlákien v jednotlivých lamelách pri zmene okrajových podmienok. geometrických rozmerov a počtu lamiel na výsledný priehyb, maximálne napätia v matrici a vo vláknach. Vo všetkých uvádzaných modeloch bol použitý prvok SOLID65. Ako bolo spomenuté v predošlom odseku, tento prvok je špecifický tým. že umožňuje zadať množstvo a orientáciu výstužných vlákien. Vlákna sú charakterizované materiálom, sklonom od globálnych osí a veľkosťou pomeru objemu vlákna k celkovému objemu elementu. Bolo vytvorených šesť modelov, na ktoré boli postupne aplikované rôzne okrajové podmienky: votknutie - votknutie, kĺb - kĺb a votknutie - voľný koniec. Geometria modelu A 0 mala v pôdoryse rozmery 0,7 x 0,2 m a bola zložená z piatich vrstiev hrúbky 1 mm. Model A 1 sa líšil len zmenou rozmerov na $0.4 \times 0.4 m$. Geometria modelu B 0 mala v pôdoryse rozmery 0,7 x 0,2 m a bola zložená z ôsmich vrstiev s využitím symetrie podľa strednej lamely s hrúbkou jednotlivých vrstiev 1 mm. Model B 1 sa líšil len zmenou rozmerov na 0,4 x 0,4 m. Model C 0 mal pôdorysné rozmery 0,7 x 0,2 m a bol zložený z ôsmich vrstiev. Každá vrstva mala hrúbku 1 mm. Model C 1 a líšil len zmenou rozmerov na 0,4 x 0,4 m. Modely boli podelené na konečné prvky veľkosti 0,025 m. Na horný povrch všetkých modelov bolo aplikované rovnomerné zaťaženie s hodnotou 5 kN/m^2 . Model uvažoval aj s vlastnou tiažou konštrukcie. Materiál laminátovej konštrukcie bol uvažovaný ako vysoko tuhé sklenené vlákna typu E [23] v polyesterovej výplni. Materiálové charakteristiky skleného vlákna boli: modul pružnosti E = 72.4 GPa a hustota $\rho = 2540$ kg.m⁻³, polyesterovej výplne: modul pružnosti $E = 6.9 \ GPa$ a hustota $\rho = 1500 \ kg.m^{-3}$. Objem vlákien v lamele bol 60 % z celkového objemu konštrukcie. Konečno-prvkové modely boli vytvorené vo výpočtovom programe ANSYS. Pomocou výpočtového programu OptiSlang bola urobená citlivostná analýza medzi jednotlivými vstupnými parametrami, ktoré boli reprezentované uhlami sklonov vlákien v jednotlivých vrstvách a výstupnými parametrami - dosiahnutým priehybom a maximálnym napätím v matrici a vo vláknach. Citlivostná analýza prvých štyroch modelov (A_0, A_1, B_0 a B_1) obsahuje 100 náhodne generovaných vzoriek, pri ktorých sa mení sklon vlákien v medziach 0° - 179°. Citlivostná analýza posledných dvoch modelov (C 0 a C 1) obsahuje 200 náhodne generovaných vzoriek, pretože tieto dva modely obsahujú až osem premenných. Výpočtový čas analýz pozostávajúcich zo 100 vzoriek predstavoval 1,5 hodiny a analýz pozostávajúcich z 200 vzoriek 3,5 hodiny. Následné obrázky ukazujú korelačné matice generované citlivostnou analýzou (pre nedostatok miesta uvádzam len tri korelačné matice).



Obr. 7.36 Korelačná matica modelu A_0a (vľavo), Korelačná matica modelu B_0a (vpravo)

Čísla v korelačných maticiach sú koeficienty korelácie. Koeficient korelácie je štandardizovaná očakávaná hodnota medzi dvomi rôznymi premennými X a Y

$$\rho(X,Y) = \frac{COV(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y},$$
(7.1)

kde COV(X,Y) je očakávaná hodnota. Táto veličina, známa ako lineárny korelačný koeficient, meria silu a smer lineárnej závislosti medzi dvomi premennými. Môže byť odhadnutá pomocou nasledujúceho vzťahu

$$\rho(X,Y) \approx \frac{1}{N-1} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \hat{\mu}_X) \cdot (y_i - \hat{\mu}_Y)}{\hat{\sigma}_X \hat{\sigma}_Y}, \quad (7.2)$$

kde *N* je počet vzoriek, x_i a y_i sú hodnoty vzoriek a $\hat{\mu}_X$ a $\hat{\mu}_Y$ sú odhady hlavných hodnôt a normovaných odchýlok. Tento odhadnutý korelačný koeficient bude presnejší, ak sa jeho hodnota bude blížiť k nule. Ak obe premenné majú veľkú kladnú koreláciu, korelačný súčiniteľ sa blíži k jednotke. Pre silnú zápornú koreláciu sa korelačný súčiniteľ blíži k mínus jednotke.



Obr. 7.44 Korelačná matica modelu C_0a

7.5 OPTIMÁLNY NÁVRH KONŠTRUKCIE Z LAMINÁTU

Tento odsek práce je zameraný na zistenie optimálnej orientácie vlákien vo laminátu pri zmene okrajových podmienok na dosiahnutie čo vnútri naimenšieho napätia v matrici alebo vo vláknach pri ohraničení maximálnej hodnoty priehybu. Geometria modelov 1 až 4 použitých v tomto odseku bola vytvorená vo výpočtovom programe ANSYS. Vytvorené modely mali štvorcový tvar s rozmerom strany 0,5 m a obsahovali päť vrstiev, každá s hrúbkou 1 mm. Zaťaženie aplikované na modely pozostávalo z rovnomerného spojitého zaťaženia, zadaného na vrchnú plochu jednotlivých modelov, s hodnotou 5 kN/m^2 a vlastnej tiaže modelu. Materiál laminátu bol uvažovaný ako sklenené vlákna typu E (vlákna s vysokým modulom pružnosti [23]) v polyesterovej výplni. Materiálové charakteristiky skleného vlákna boli: modul pružnosti E = 72.4 GPa a hustota $\rho =$ 2540 kg/m⁻³, polyesterovej výplne: modul pružnosti E = 6.9 GPa a hustota $\rho =$ 1500 kg/m^{-3} . Objem vlákien v lamele bol 60 % z celkového objemu konštrukcie. Na vytvorenie výpočtového modelu boli použité prvky SOLID65. Veľkosť konečno - prvkového elementu bola 0.025 m. Na tento model boli postupne aplikované štyri kombinácie okrajových podmienok a následne boli jednotlivé výpočtové modely použité v optimalizačnom procese. V tomto prípade boli ako návrhové premenné určené sklony vlákien v jednotlivých lamelách (\mathcal{O}_1 - \mathcal{O}_5) v rozmedziach 0° a 179°. Ako obmedzenie bolo zvolené ohraničenie maximálneho dosiahnutého priehybu s hodnotou 0,01 m. Cieľová funkcia, ktorá sa minimalizovala, bola zadaná buď ako veľkosť dosiahnutého napätia v matrici, alebo veľkosť napätia vo vláknach. Optimalizačný proces aplikovaný na všetky modely 1 – 4 prebiehal vo výpočtovom programe OptiSlang s použitím metódy ARSM. Je to adaptívna metóda založená na odozve povrchu (*Adaptive Response Surface Method*).

7.5.1 <u>Model 1</u>

Na nasledujúcom obrázku 7.47 je možné vidieť výpočtový model s aplikovanými okrajovými podmienkami pozostávajúcimi z pevných podpier pozdĺž každej hrany modelu.



Obr. 7.47 Výpočtový model

V optimalizačnom procese sa sledovali dva prípady optimálneho sklonu vlákien v lamináte. V prvom prípade bola ako cieľová funkcia zadaná veľkosť dosiahnutého napätia v matrici a v druhom prípade bola ako cieľová funkcia zadaná veľkosť dosiahnutého napätia vo vláknach.



Obr. 7.48 Optimálny sklon vlákien (vľavo), priebeh cieľovej funkcie (vpravo)

Na obrázku 7.48 vľavo je znázornený optimálny sklon vlákien v lamináte pričom parameter 1 (*fi1*) reprezentuje sklon vlákna v najvrchnejšej vrstve. Obrázok 7.48 vpravo znázorňuje priebeh cieľovej funkcie, ktorá bola v tomto prípade zadaná ako maximálne dosiahnuté napätie v matrici. Vidíme, že začiatočná hodnota bola 5695 kPa. V optimalizačnom procese prebehlo 220 iterácií, ale minimálna hodnota cieľovej funkcie sa našla v iterácií číslo 7 s hodnotou 4171 kPa.

Nasledujúci obrázok 7.49 (vpravo) demonštruje priebeh cieľovej funkcie, v tomto prípade zadanej ako maximálne napätie vo vláknach a výsledný sklon

v jednotlivých lamelách (obr. 7.49 vľavo). Vidíme, že zo začiatočnej hodnoty 29020 kPa sa cieľová funkcia minimalizovala na hodnotu 18575 kPa. Táto hodnota bola nájdená v iteračnom kroku číslo 70.



Obr. 7.49 Optimálny sklon vlákien (vľavo), priebeh cieľovej funkcie (vpravo)

7.5.2 <u>Model 2</u>

Obrázku 7.50 demonštruje výpočtový model s aplikovanými okrajovými podmienkami pozostávajúcimi z dvoch protiľahlých pevných podpier a zvyšných dvoch protiľahlých posuvných podpier.



Obr. 7.50 Výpočtový model

V optimalizačnom procese sa sledovali dva prípady optimálneho sklonu vlákien v lamináte. V prvom prípade bola ako cieľová funkcia zvolená veľkosť dosiahnutého napätia v matrici a v druhom prípade veľkosť dosiahnutého napätia vo vláknach (výsledné obrázky sú uvedené v dizertačnej práci).

7.5.3 <u>Model 3</u>

Na nasledujúcom obrázku 7.53 je možné vidieť výpočtový model s aplikovanými okrajovými podmienkami pozostávajúcimi z dvoch pevných podpier, ktoré sú zadané kolmo na seba a zvyšných dvoch posuvných podpier.



Obr. 7.53 Výpočtový model

V optimalizačnom procese sa sledovali dva prípady optimálneho sklonu vlákien v lamináte. V prvom prípade bola ako cieľová funkcia zvolená veľkosť dosiahnutého napätia v matrici a v druhom prípade veľkosť dosiahnutého napätia vo vláknach (výsledné obrázky sú uvedené v dizertačnej práci).

7.5.4 <u>Model 4</u>

Na obrázku 7.56 je možné vidieť výpočtový model s aplikovanými okrajovými podmienkami pozostávajúcimi z jednej pevnej podpery a zvyšných troch posuvných podpier.



Obr. 7.56 Výpočtový model

V optimalizačnom procese sa sledovali dva prípady optimálneho sklonu vlákien v lamináte. V prvom prípade bola ako cieľová funkcia zvolená veľkosť dosiahnutého napätia v matrici a v druhom prípade veľkosť dosiahnutého napätia vo vláknach (výsledné obrázky sú uvedené v dizertačnej práci).

7.5.5 Laminátová konštrukcia

V tomto odseku je riešený optimálny návrh sklonu vlákien v laminátovej konštrukcii v dvoch možných prípadoch podopretia. Výpočtový model riešenej konštrukcie bol vytvorený vo výpočtovom programe ANSYS. Geometria modelu mala rozmery $1 \ x \ 2 \ x \ 0,3 \ m$ (šírka x dĺžka x výška). Okrajové podmienky aplikované na výpočtový model pozostávali z posuvných podpier zadaných na hrany konštrukcie po dĺžke konštrukcie a v prvom prípade pevných podpier po celej výške na začiatku a na konci konštrukcie v druhom prípade pevných podpier len vo výške $h = 0 \ m$ na začiatku a na konci konštrukcie.



Obr. 7.59 Výpočtový model prvej (vľavo) a druhej (vpravo) konštrukcie

Na vodorovné plochy oboch konštrukcií bolo aplikované rovnomerné spojité zaťaženie s veľkosťou $5 kN/m^2$. Taktiež bolo uvažované s pôsobením vlastnej tieže. Výpočtový model bol takisto ako predošlé modely vytvorený z prvku SOLID65. Rozmer konečno – prvkového elementu bol 0,05 m. Materiál laminátovej

konštrukcie bol ako v pôvodnej analýze. V optimalizačnom procese sa sledoval optimálny sklon vlákien pri minimalizovaní napätia dosiahnutého v matrici alebo vo vláknach. Nasledujúce obrázky demonštrujú optimálne návrhy sklonu vlákien pri použití optimalizačnej metódy ARSM aplikovanej v softvéri OptiSlang.



Obr. 7.61 Optimálny sklon vlákien (vľavo), priebeh cieľovej funkcie (vpravo)

Na obrázku 7.61 vľavo je znázornený optimálny sklon vlákien v laminátovej konštrukcii. Obrázok 7.61 vpravo demonštruje priebeh cieľovej funkcie, ktorá bola v tomto prípade zvolená ako maximálne dosiahnuté napätie v matrici v prípade votknutia po celej výške konštrukcie na začiatku a konci konštrukcie. Začiatočná hodnota bola *19541 kPa*. V optimalizačnom procese prebehlo *220* iterácií ale minimálna hodnota cieľovej funkcie sa našla v iterácií číslo *205* s hodnotou *9753 kPa*.



Obr. 7.62 Optimálny sklon vlákien (vľavo), priebeh cieľovej funkcie (vpravo)

Obrázok 7.62 vpravo ukazuje priebeh cieľovej funkcie, v tomto prípade zvolenej ako maximálne napätie vo vláknach a výsledný sklon vlákien v jednotlivých lamelách (obr. 7.62 vľavo). Vidíme, že zo začiatočnej hodnoty 33684 kPa sa cieľová funkcia minimalizovala na hodnotu 14208 kPa. Táto hodnota bola nájdená v iteračnom kroku číslo 85.



Obr. 7.63 Optimálny sklon vlákien (vľavo), priebeh cieľovej funkcie (vpravo)

Obrázok 7.63 vpravo znázorňuje výsledný sklon vlákien v laminátovej konštrukcii pri použití evolučnej optimalizačnej metódy (*Evolutionary Algorithm*), v rámci ktorej bolo možné zadať viacero cieľových funkcií. V tomto prípade boli ako cieľové funkcie zadané dva parametre a to maximálne napätie v matrici (*objective*) a maximálne napätie vo vláknach (*objective_0*). Na obrázku č. 7.63 vpravo vidieť priebeh oboch cieľových funkcií v priebehu optimalizácie. Je vidno, že optimálne riešenie sa našlo v iteračnom kroku číslo 194. Cieľové funkcie sa minimalizovali na hodnoty 10231 (napätie v matrici) a 13587 (napätie vo vláknach).

8 ZÁVER

Predkladaná dizertačná práca je zameraná na vplyv fyzikálnej nelinearity pri hľadaní optimálneho návrhu jednoduchých ale taktiež aj zložitejších konštrukcií. V práci sú uvedené postupy riešenia a výsledky aplikačných úloh.

Zo získaných výsledkov z týchto aplikačných úloh vychádzajú nasledovné závery a odporúčania (ostatné závery sú uvedené v dizertačnej práci):

- V praxi je veľmi nepraktické vyrábať dosku s premennou hrúbkou. Z toho dôvodu by sa dal aplikovať postup, že pre výsledne dosiahnutú topológiu náhradných hrúbok dosky, ako aj distribúciu pomerných vnútorných síl, sa môže použiť pri konkrétnom návrhu dosky klasickým spôsobom, že pre konštantnú, alebo skokovite premennú hrúbku dosky sa pre daný rez podľa veľkosti merných ohybových momentov a priečnych síl určí množstvo výstuže tak, aby podmienky rovnováhy v reze odpovedali veličinám získaným z optimalizačného výpočtu.
- Je možné vyhlásiť, že použitím ANSYSu vieme pri statických návrhoch namodelovať takmer reálne správanie sa základovej konštrukcie, keďže skutočné sadnutie skupiny pilót dosiahnuté pri skúškach malo hodnotu 0,071 m a v našom výpočtovom modeli 0,075 m.
- Môžeme potvrdiť, že spolupráca softvérov ANSYS a OptiSlang bola bezproblémová.
- Taktiež je možné všimnúť si, že žiadna hodnota korelačného súčiniteľu nepresiahla ani 50 % úmery medzi sklonom vlákien a sledovanými výsledkami.
- Riešená laminátová konštrukcia by mohla poslúžiť ako podklad pre riešenie komplexnejšej konštrukcie alebo na ďalší rozvoj skúmanej problematiky.

9 SUMMARY

The aim of this dissertation thesis is looking for the optimal design of structures considering nonlinear material properties. The first half of thesis deals with the theoretical summary of problems of optimization and optimization models, material nonlinearity and nonlinear material models and composite materials. The second half deals with problems of the optimal design in five practical tasks by parametric studies. In the conclusion achieved results and advices for engineers in the practice are summarized.

VÝBER Z PREHĽADU POUŽITEJ LITERATÚRY

- [3] FOUDAS C. A., AKROTIRIANKIS I. G., MEYER C. A., KALLRATH J., Global Optimization in the 21st century: Advances and Challenges, Computer Aided Chemical Engineering, Volume 18, 2004
- [4] CHAN CH., WANG Q., Nonlinear Stiffness Design Optimization of Tall Reinforced Concrete Buildings under Service Loads, Journal of Structural Engineering, Volume 132, Number 6, 2012
- [7] HAJIRASOULIHA I., PILAKOUTAS K., MOGHADDAM H., Topology Optimization for the Seismic design of Truss-like Structures, Computers & Structures, Volume 89, Issue 7-8, 2011
- [15] HURD A.J., TRUMAN K. Z., Optimization of Pile Foundations, Advances in Engineering Structures, Mechanics and Construction, Springer, Volume 140, 2006, pp 653-661, ISBN 978-1-4020-4891-3
- [16] HWANG J.H., a kol, Practical Optimization of Group Piles Using Discrete Lagrange Multiplier Method, Optimization and Engineering, Volume 12, 2011, pp 83-109, ISSN 1573-4420
- [26] PARNAS L., ORAL S., CEYHAN U., Optimum Design of Composite Structures with Curved Fiber Courses, Composites Science and Technology, Volume 63, Elsevier 2003 pp 1071-1082,
- [27] KASAP L., ORAL S., The Effect of Curved Fiber Courses in the Design of Composite Laminates, Proceedings of the second world congress of structural andmultidisciplinary optimization, Poland 1997, pp 675-679
- [28] TSAI S. W., HAHN T. H., Introduction to Composite Materials, CRC Press, 1980
- [32] CHRISTENSEN P. W., KLARBRING A., An Introduction to Structural Optimization, Volume 153. Springer Verlag, 2008
- [33] **ARORA J. S.,** *Introduction to Optimum Design*, Elsevier, 2004, ISBN: 0-12-064155-0
- [46] RAVINGER J., PSOTNÝ M., Analýza konštrukcií, STU Bratislava, 2007, ISBN 978-80-227-2713-6
- [48] ANSYS Release 11, Documentation Preview, 2007

PUBLIKAČNÁ ČINNOSŤ AUTORA

 HOĽKO, M. - STACHO, J. : Comparison of Numerical Analyses with a Static Load Test of a Continuous Flieght Auger Pile. In : Slovak Journal of Civil Engineering. Vol. 22, no. 4, 2014, s. 1 – 10. ISSN 1210-3896

- HOĽKO, M. : Topologická optimalizácia vrstevnatej dosky. In Juniorstav 2014 [elektronický zdroj] : 16. odborná konference doktorského studia s mezinárodní účastí, Brno, ČR, 30.1.2014. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2014, s. 5.
- HOĽKO, M. :Optimalizácia vláknobetónových konštrukcií. In New Trends in Statics and Dynamics of Buildings [elektronický zdroj] : Proceedings of 12th International Conference. Bratislava, SR, 16.-17.10.2014. 1. vyd. Bratislava: Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2014, s. 7. ISBN 978-80-227-4259-7.
- HOĽKO, M.: Optimal Design of Group of Piles. In QUAERE 2014, vol. IV: Interdisciplinary scientific international conference for PhD students and assistants. Hradec Králové, Czech Republic, May 26-30, 2014. Hradec Králové: Magnanimitas, 2014, s. 1333--1336. ISBN 978-80-87952-04-7.
- 5 HOĽKO, M.: Optimálny návrh stropnej dosky. In Advances in Architectural, Civil and Environmental Engineering [elektronický zdroj] : 23rd Annual PhD student conference. Bratislava,SR,30.10.2013. Bratislava: Nakladateľstvo STU, 2013, s. 98--104. ISBN 978-80-227-4102-6.
- HOĽKO, M. DICKÝ, J. : Optimálny návrh dosky. In Juniorstav 2013 [elektronický zdroj] : 15. odborná konference doktorského studia s mezinárodní účastí. VUT, Brno, 7.2.2013. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2013, s. 8. ISBN 978-80-214-4670-0.
- HOĽKO, M. DICKÝ, J. : Optimalizácia betónovej dosky mosta použitím prvku SOLID65. In New Trends in Statics and Dynamics of Buildings : Proceedings of 11th International Conference. Bratislava, SR, 3.-4.10. 2013. Bratislava: Slovak University of Technology, 2013, s. 67--70. ISBN 978-80-227-4040-1.
- HOĽKO, M. DICKÝ, J. : Optimalizácia dosky. In Advances in architectural, civil and environmental engineering [elektronický zdroj] : 22nd Annual PhD Student Conference. Bratislava SR, 15.11.2012. Bratislava: Nakladateľstvo STU, 2012, s. 118--125. ISBN 978-80-227-3853-8.
- HOĽKO, M. : The Impact of Structural System on Optimization of Steel Bridges Design. In New Trends in Statics and Dynamics of Buildings : 9th International Conference. Bratislava, Slovak Republic, 20.-21.10.2011. Bratislava: STU v Bratislave, 2011, s. 185--188. ISBN 978-80-227-3572-8.