

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Stavebná fakulta

Ing. Janka Kováčiková

Autoreferát dizertačnej práce

Príspevok k riešeniu lomových charakteristík

na získanie akademického titulu doktor (philosophiae doctor, PhD.)

v doktorandskom študijnom programe:

5.1.7. aplikovaná mechanika

Bratislava, jún 2016

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Katedre stavebnej mechaniky Stavebnej fakulty STU v Bratislave.

Predkladateľ: **Ing Janka Kováčiková**
Katedra stavebnej mechaniky
Stavebná fakulta STU BA
Radlinského 11
810 05 Bratislava

Školiteľ: **doc. Ing. Oľga Ivánková, PhD**
Stavebná fakulta STU BA
Radlinského 11
810 05 Bratislava

Oponenti: **prof. Ing. Zbyněk Keršner, CSc.**
Ústav stavebnej mechaniky
Stavebná fakulta
Výsoké učení technické v Brne
Veveří 95, Brno 66237, Česká republika

prof. Ing. Jozef Melcer, DrSc.
Katedra stavebnej mechaniky
Stavebná fakulta ŽU v Žiline
Univerzitná 8215/1, 010 26 Žilina
Slovensko

doc. Ing. Ferdinand Draškovič PhD.
Železničná 9, 90031 Stupava,
Slovensko

Autoreferát bol rozoslaný:
Obhajoba dizertačnej práce sa koná**o**.....**h.**
na.....

prof. Ing. Stanislav Unčík, PhD.
Dekan Stavebnej fakulty STU v Bratislave

Obsah

1.	Úvod.....	2
2.	Ciele, metodika a metódy skúmania.....	3
3.	Lomová mechanika	4
4.	Materiály a metódy	6
5.	Výsledky	13
6.	Diskusia	15
7.	Záver.....	19
	Použitá literatúra	22

1. ÚVOD

Dizertačná práca je zameraná na problematiku lomu vybraných materiálov a problémov. Takmer všetky inžinierke prvky obsahujú defekty, ak tieto nadobudnú kritické rozmery, môžu spôsobiť nefunkčnosť, resp. zlyhanie prvku. Keď uvažíme stavebné konštrukcie, zlyhanie prvku môže mať katastrofálne následky. Zlyhanie je sprevádzané s procesom lomu. V práci si preto kladieme otázku, aký vplyv majú defekty na správanie sa prvku.

Práca je rozdelená na 9 kapitol. Prvá kapitola obsahuje úvod, historický prehľad a súčasný stav v danej problematike. Druhá kapitola obsahuje ciele dizertačnej práce, metodiku a metódy použité v práci. Tretia kapitola je venovaná vysvetleniu pojmov v lomovej mechanike. V kapitole 4 sú opísané fyzikálne, mechanické a lomové charakteristiky ocele a PMMA (polymetylmatakrylát). V piatej kapitole sú opísané fyzikálne, mechanické a lomové charakteristiky dreva s vysvetlením pojmov: ortotropia, anizotropia a transverzálna izotropia. V šiestej kapitole sú uvedené metódy, ktoré boli v práci použité. V siedmej a ôsmej kapitole sú aplikácie určovania lomových parametrov pre oceľové prvky, prvky z PMMA (polymetylmatakrylát) a drevené nosníky s opisom problému, uvedením použitých metód, výsledkami, diskusiou a čiastkovými závermi.

Vo všeobecnosti je práca zameraná na lomové správanie sa rôznych materiálov s rôznymi typmi defektov. Skúmali sme vplyv veľkosti zaťaženia, tvaru trhliny a materiálu na lomové parametre vhodnosť použitých metód. U drevených nosníkov s použitím *XFEM* metódy (extended finite element method) sme skúmali aj vplyv defektu na únosnosť prvku. Okrem tejto metódy bola použitá *extrapolovaná* metóda a metóda *J- integrálu*. Tieto slúžili na určenie veľkosti lomových parametrov. Na overenie bola použitá analytická metóda. Na určenie maximálnej sily, ktorou môžeme zaťažiť drevené nosníky, bol zostavený experiment. Bola to ohybová skúška štvorborovo zaťažených nosníkov, ktorá bola zrealizovaná na hydraulickom lise. Veľkosti premiestnení a síl boli zaznamenávané indukčnými snímačmi posunov.

Dostali sme hodnoty lomových parametrov, maximálnych síl a urobili sme analýzu napätí v miestach defektov. Výsledky boli zhodnotené a porovnané pre jednotlivé prípady.

Posledná kapitola je venovaná záveru.

2. CIELE, METODIKA A METÓDY SKÚMANIA

Ciele dizertačnej práce sú zhrnuté do týchto bodov:

- poukázať na význam lomovej mechaniky cez jej historický vývoj a vývoj v súčasnej dobe,
- definovať základné hypotézy v oblasti lomovej mechaniky,
- uviesť metódy riešenia a určovania lomových parametrov pre vybrané materiály (oceľ, plast, drevo),
- určiť lomové parametre pre vybrané inžinierske problémy (nosník zaťažený silou z ocele a PMMA; oceľová platňa zaťažená napätím; drevené nosníky z rasteného dreva a lepeného lamelového dreva s rôznymi typmi defektov zaťažené dvoma silami)
- vyšetriť vplyv tvaru defektu a zaťaženia na lomové správanie sa materiálov.

V práci sú použité nasledovné metódy na určovanie lomových parametrov:

- extrapolačná metóda,
- metóda J-integrálu,
- rozšírená metóda konečných prvkov (XFEM),
- analytická metóda.

Drevené nosníky boli skúmané numericky aj experimentálne.

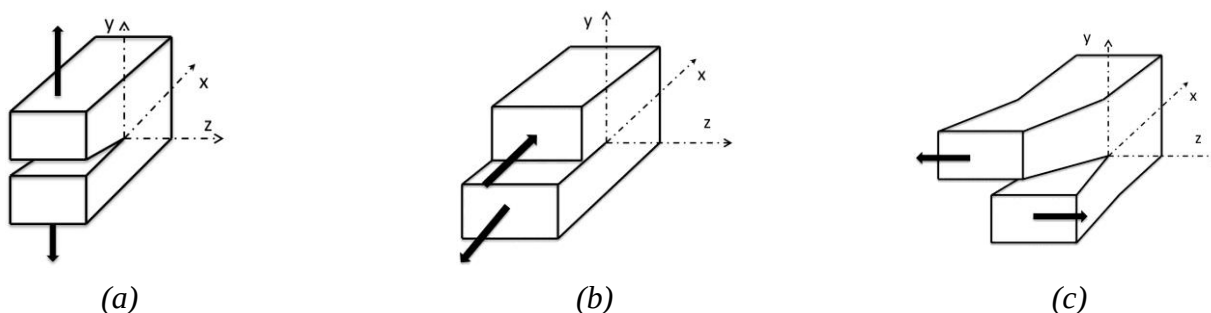
Pri vypracovaní práce som zvolila tento postup:

- štúdium odbornej literatúry na určenie hypotéz a vhodných metód riešenia pre daný typ materiálu a problému,
- vypracovanie počítačových simulácií pre oceľ a plast,
- analýza dosiahnutých výsledkov,
- zostavenie experimentálnych skúšok pre drevené nosníky,
- spracovanie dát z experimentálnych skúšok,
- vypracovanie počítačových simulácií drevených nosníkov aj s využitím experimentálnych dát,
- spracovanie dát zo simulácií,
- analýza a porovnanie s experimentálnymi a numerickými dát.

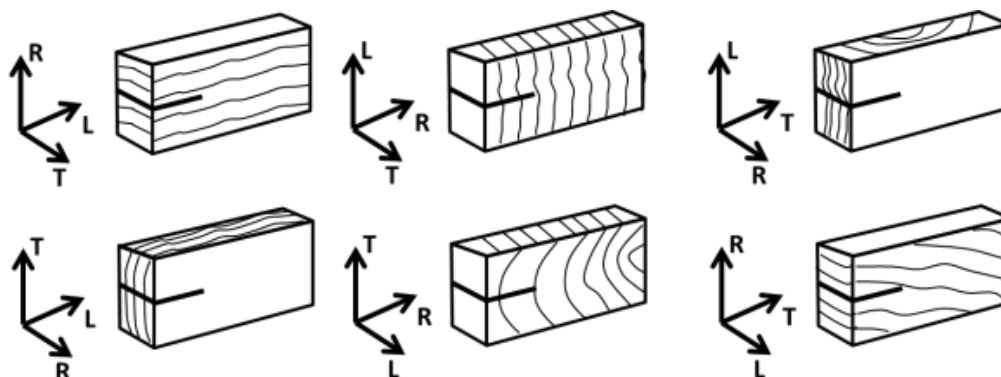
3. LOMOVÁ MECHANIKA

Lomová mechanika (LM) je odbor mechaniky zaoberajúci sa analýzou trhlín v materiáloch. Využíva numerické, analytické a experimentálne metódy mechaniky tuhých telies na výpočet lomových parametrov. V našej práci sme sa venovali oblasti lineárne - elastickej lomovej mechaniky (LELM). Uviedli sme princípy platné pre elasticko - plastickú lomovú mechaniku (EPLM).

Návrhový postup v LM sa od klasického návrhového postupu líši tým, že zohľadňuje okrem veľkosti napätia aj lomovú odolnosť materiálu a vplyv veľkosti trhliny (defektu) [1]. Vo všeobecnosti existujú tri módy zaťažovania trhliny (obr. 1): mód I, mód II a mód III. Telo s trhlinou môže byť zaťažené jedným z týchto módov alebo ich kombináciou. Pri dreve, kde bola uvážená ortotropia, resp. transversálna anizotropia, treba okrem základných módov uvážiť aj rovinu, v ktorej sa defekt nachádza a smer šírenia trhliny. Trhlina môže byť umiestnená v jednej z troch rovín a môže sa šíriť v jednom, alebo dvoch smeroch. Teda musíme uvažovať so šiestimi možnosťami šírenia trhliny (RT, TL, LR, TR, LT a RT)(obr.2).



Obrázok 1: Módy zaťažovania trhliny: (a) Mód I, (b) Mód II, (c) Mód III



Obrázok 2: Možné smery šírenia trhliny v dreve

V LM sú známe dva základné prístupy riešenia problémov: energetický a napäťový. *Energetický princíp* definoval Griffith [2] a zistil, že trhlina môže vzniknúť, alebo existujúce trhliny môžu rásť iba vtedy, ak tento proces spôsobuje pokles celkovej energie alebo energia ostáva konštantná. Tento prístup nie je vhodný pri riešení ťažných materiálov. Preto Irwin prišiel s rozšírením prístupu na *napäťový* [3] a definoval *hnaciu silu trhliny* (G). Je to miera energie schopná vyvolať prírastok na rozšírení trhliny.

Na základe módov zaťažovania sa určujú hodnoty koeficientov intenzity napätia, K_I, K_{II}, K_{III} . Existujú uzavreté riešenia pre typické prípady. Všeobecne pre K platí:

$$K_{(I,II,III)} = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (1)$$

kde σ je charakteristické napätie; a je dĺžka trhliny a Y je bezrozmerná konštanta závislá od geometrie a módu zaťažovania.

Pre hnaciu silu trhliny platí vzťah:

$$G = \frac{\pi \sigma^2 a}{E} \quad (2)$$

kde E je modul pružnosti materiálu.

Koeficient intenzity napätia (K) predstavuje čistú zmenu potenciálnej energie, ktorá nastáva pri predlžovaní trhliny. Je to lokálny parameter. Hnacia sila trhliny (G) opisuje napätia, predĺženia a premiestnenia v okolí koreňa trhliny. Je to globálny parameter.

V našom prípade medzi týmito parametrami platí vzťah:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\nu} \quad (3)$$

kde $E' = E$ - pre rovinný stav napätosti, $E' = E/(1 - \nu^2)$ - pre rovinný stav deformácie, ν je Poissonova konštanta.

Kritická hodnota koeficientu intenzity napätia K_C je *lomová húževnatosť*. Lomová húževnatosť je schopnosť materiálu, ktorý obsahuje trhlinu (defekt) odolať lomu. Na základe vzťahu medzi G a K vieme odvodiť kritickú hodnotu hnacej sily trhliny G_C . Uvedené vzťahy sú platné v *LELM*. V oblasti *EPLM* sa lomové správanie vyšetruje pomocou iných parametrov, napr. *J-integrál*, ktorý je dovodený na základe energetického prístupu. *J-integrál* odvodil Rice [4]. Pre nelineárne materiály platí vzťah:

$$J = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (4)$$

kde Π je celková potenciálna energia, A je plocha trhliny.

J-integrál je možné vyjadriť ako dráhovo nezávislý krivkový integrál s dráhou (Γ) idúcou proti smeru hodinových ručičiek.

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) ds \quad (5)$$

kde W je hustota deformačnej energie, T_i je i -tá zložka vektora dráhy, u_i je i -tá zložka premiestnenia, ds diferenciálna zložka dráhy Γ .

Hutchinson [4] a Rice a Rosengren [5] zistili, že napätie a deformácia sa musia v okolí koreňa trhliny meniť so singularitou $1/r$, aby ostala integračná cesta nezávislá. *J-integrál* definuje amplitúdu *HRR* singularity tak, ako v *LELM* koeficient intenzity napätia singularitu pri lineárne elastických materiáloch.

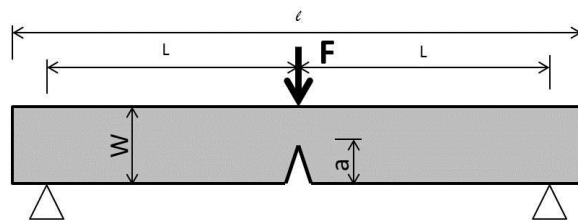
V dizertačnej práci je okrem hore uvedených parametrov opísané kritické rozovretie trhliny, tzv. *CTOD* (crack tip opening displacement). Toto kritérium opísali nezávisle od seba A. A. Wells [6], Irwin [7] a Burdekin a Stone [8]. Ďalej sú uvedené princípy platné pre dvojparametrické modely. Tieto využívajú na opis lomového správania dva lomové parametre. Druhým parametrom je najčastejšie *T-napätie*. Dôležitosť týchto modelov je preukázaná v prácach [9] a [10]. Hodnota tohto napätia mení tvar a veľkosť plastickej zóny a ovplyvňuje smer šírenia trhliny pri nezmenenej hodnote prvého lomového parametra [11]. V práci sú podrobnejšie vysvetlené vzájomné vzťahy medzi jednotlivými parametrami.

4. MATERIÁLY A METÓDY

Opis riešených problémov

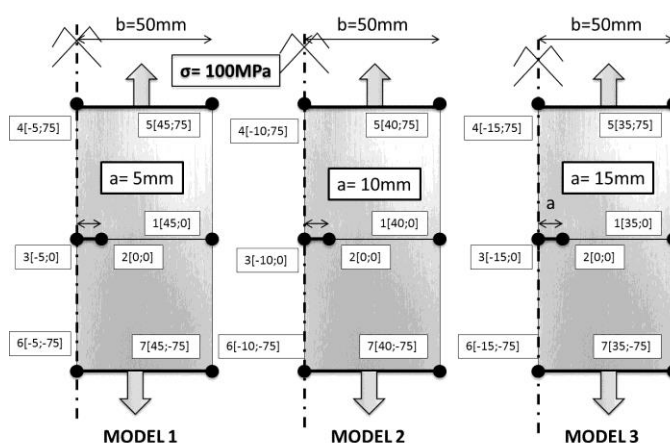
Oceľ

Riešené inžinierske problémy z ocele boli: trojbodovo zaťažené nosníky a oceľové platne. Nosníky majú začiatočnú ostrú trhlinu v strede rozpätia. Dĺžka nosníka bola $\ell = 200\text{mm}$, sily boli od stredu vzdialené o $L = 90\text{mm}$, výška nosníka $W = 30\text{mm}$ (obr. 3). Trhlina mala hĺbku 15 mm a zárez bol široký $0,2\text{ mm}$. Hrúbka nosníka bola 3 mm . Nosníky boli zaťažené silami $200, 150$ a 100 N .



Obrázok 3: Schéma trojbodovo zaťaženého nosníka

Ďalej to boli oceľové platne s trhlinou v strede zaťažené napätím $\sigma = 100\text{MPa}$. Boli tu modelované rôzne dĺžky trhlín $a = 5, 10$ a 15mm , mali šírku $b/2 = 50\text{mm}$, výšku 150mm a hrúbku 3 mm (obr. 4). Pri simuláciách bola využitá symetria modelu.



Obrázok 4: Schéma oceľových platin s rôznymi dĺžkami trhlín

Mechanické vlastnosti ocele boli získané experimentálne, prebraté z práce [12, 26]. Uvažovali sme s modulom pružnosti $E = 200\text{ GPa}$ a s Poissonovou konštantou $\nu = 0.3$.

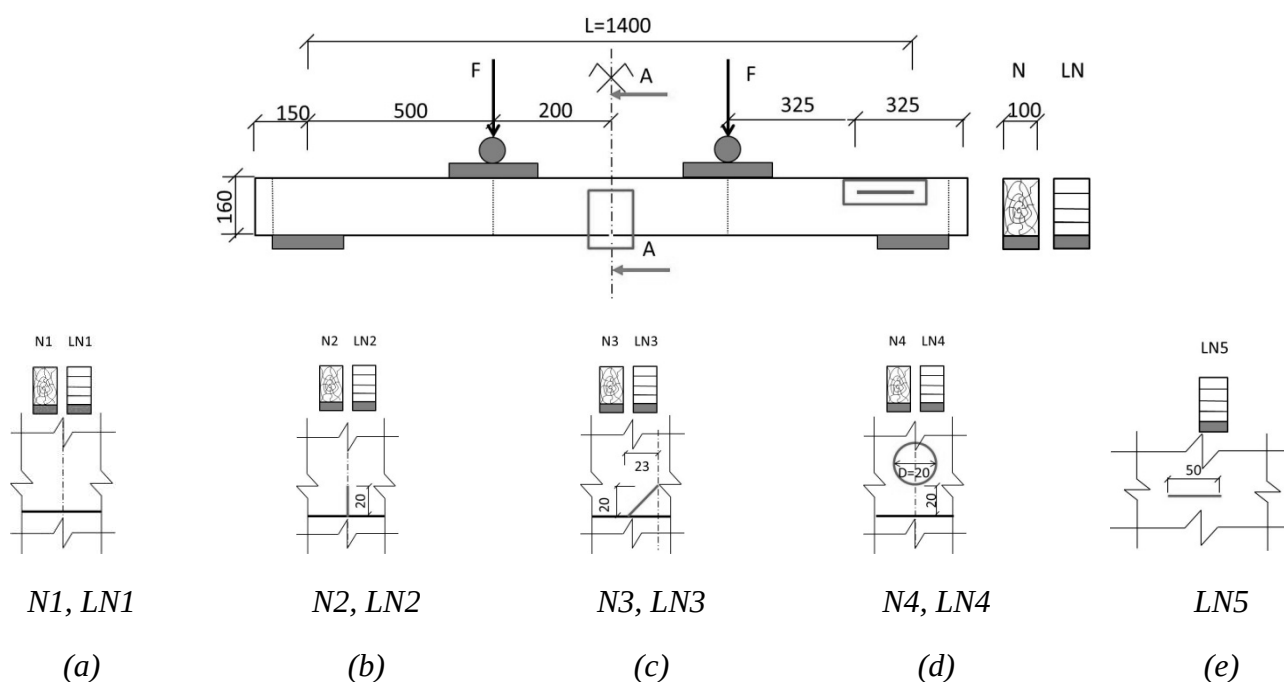
Polymetylmetakrylát

Skúmané boli nosníky z polymetylmetakrylátu (PMMA) (obr.3), boli zaťažené silou $F = 50\text{ N}$. Boli simulované dve rôzne geometrie (model A a model B). Model A mal trhlinu dĺžky $a = 3,4\text{ mm}$. Celková dĺžka modelu bola $\ell = 230\text{mm}$, vzdialenosť sily od podpory $L = 105\text{ mm}$, šírka $B = 19,6\text{ mm}$ a hrúbka $t = 6\text{ mm}$. Model B mal trhlinu dĺžky $a = 8,8\text{ mm}$. Celková dĺžka modelu bola $\ell = 230\text{ mm}$, vzdialenosť sily od podpory $L = 105\text{ mm}$, šírka $B = 27\text{ mm}$ a hrúbka $t = 4\text{mm}$. Pri vytváraní geometrie a analýze nosníkov bola využitá symetria nosníkov.

Všetky tri prípady boli riešené ako 2D problémy. Na výpočet a analýzu výsledkov bol použitý program ANSYS a v ňom implementované dve metódy: *extrapolačná* metóda a metóda *J-integrálu*. Na porovnanie bola použitá *analytická* metóda. Použitý bol prvok *PLANE82*, ktorý je vhodný na riešenie lomových parametrov.

Rastené a lepené lamelové drevo

V práci boli riešené drevené nosníky; z rasteného dreva (označené N) a z lepeného lamelového dreva (označené LN). Všetky nosníky mali rozmery 100 x 160 x 1700 mm. Nosníky N1 a LN1 boli nosníky bez defektu. Nosníky N2 a LN2 mali v strede rozpätia vytvorenú trhlínu kolmú na pozdĺžne vlákna o veľkosti 20 mm. N3 a LN3 nosníky mali vytvorenú šikmú trhlínu s vrcholom v strede rozpätia. N4 a LN4 mali vytvorený kruhový otvor priemeru 20mm v strede nosíka, ktorý bol posunutý od spodného okraja o 20mm. Nosník LN5 mal vytvorenú pozdĺžnu trhlínu nad podperou v mieste spojenia hornej lamely a lamely pod ňou (miesto lepenia lamiel). Počiatok trhliny bol vzdialený 325 mm od okraja a trhlina mala dĺžku 50 mm. Geometria testovaných a simulovaných nosníkov je na (obr. 5).



Obrázok 5: Geometria riešených nosníkov

Materiál nosníkov bolo drevo. Klasifikácia dreva bola podľa *Eurokódu 5* [13]. V práci boli analyzované stavebné hranoly s pevnosťou C24, ktoré sú ďalej označované N. A lepené lamelové nosníky s triedou pevnosti GL24c, v práci značené LN. Prehľad použitých konštánt je uvedený v tab. 1.

Tabuľka 1: Použité inžinierske konštanty

	Hustota	Modul pružnosti			Poissonova konštanta			Modul pružnosti v šmyku		
	ρ [kg/m ³]	[MPa]			[-]			[MPa]		
		$E_{LL}=E_{11}$	$E_{RR}=E_{22}$	$E_{TT}=E_{33}$	$\nu_{LR}=v_{12}$	$\nu_{LT}=v_{13}$	$\nu_{RT}=v_{23}$	$G_{LR}=G_{12}$	$G_{LT}=G_{13}$	$G_{RT}=G_{23}$
N	350	10700	710	430	0,38	0,51	0,31	500	620	23
LN	385	11000	300	300	0*	0*	0*	650	650	23

*Poissonova konštanta môže byť nulová [13]

Orientácia materiálu bola zadefinovaná pomocou globálneho súradnicového systému pre nosníky typu N a pomocou lokálnych súradnicových systémov pre nosníky typu LN. Interakcia na spoji dvoch lamiel bola vytvorená pomocou kontaktu plocha - plocha.

V tomto prípade boli použité dve numerické metódy a bol zostavený experiment. Konkrétne metóda *J-integrálu*, ktorá slúžila na získanie lomových parametrov a *XFEM* metóda, ktorá slúžila na získanie hodnoty maximálneho zaťaženia.

Na vytvorenie počítačových simulácií som použila program *Abaqus*. Geometria nosníkov bola v prvom kroku tvorená z jedného 3D bloku, pri tvorbe lamíel bol blok rozdelený pomocou funkcie „*partition*“, pretože som sa chcela vyhnúť kontaktným problémom v mieste spoja lamíel. Oceľové valce boli tvorené ako „*shell*“ prvky bez pridelených vlastností. Zaťaženie bolo zadávané do riadiacich bodov, ktoré boli umiestnené v strede oceľových valcov. Okrajové podmienky boli taktiež zadefinované v riadiacich bodoch. Nosníky boli uvažované ako jednoducho uložené. Prvky boli zvolené *C3D8* pre oblasti, kde boli uvažované obohatené funkcie a pre ostatné oblasti *C3D8R*. *C3D8* prvky sú 8 uzlové 3D elementy, písmeno *R* označuje redukciu integrácií.

Opis použitých metód

Extrapolačná metóda

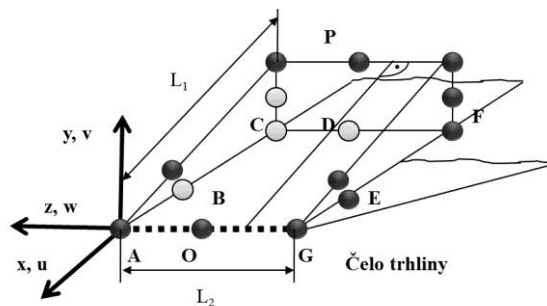
Extrapolačná metóda využíva na výpočet hodnoty K premiestnenia uzlových bodov do jednej štvrtiny dĺžky elementu. Tým vyjadruje singularitu typu $r^{1/2}$ a K môžeme potom určiť z posunov modifikovanom prvku. Na zistenie hodnoty K v programe ANSYS slúži príkaz *KSCON*, ktorý vytvára singulárne elementy v okolí trhliny automaticky. Cesta pre definovanie koeficientu intenzity napätia (K) sa zadáva príkazom *LPATH* pre symetrický model pomocou troch bodov a pre celý model pomocou piatich bodov. Táto metóda bola použitá pri riešení nosníkov z ocele a *PMMA* a pri riešení oceľových platní.

Hodnoty K sa v prípade 2D úloh získajú zo vzťahov:

$$K_I = 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{L}} (4v_B - v_C - 3v_A) / [(2\kappa + 1)\sin\theta/2 - \sin 3\theta/2] \quad (6)$$

$$K_{II} = 4\mu \sqrt{\frac{2\pi}{L}} (4u_B - u_C - 3u_A) / [-(2\kappa + 3)\sin\theta/2 - \sin 3\theta/2] \quad (7)$$

Kde: pre rovinný stav deformácie $\kappa = 3 - \nu$, pre rovinný stav napätosti $\kappa = (3 - \nu)/(1 - \nu)$, ostatné veličiny sú vysvetlené na (obr.6).



Obrázok 6: Súradnicový systém na modifikovanom prvku

J-integrál metóda

Medzi často využívané metódy na určovanie K patrí aj metóda *J-integrálu*. Metóda je založená na jednoznačnom vzťahu medzi G a K . *J-integrál* je možné použiť pri riešení 2D aj 3D úloh a je definovaný nasledovne:

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma_0} \mathbf{n} * \mathbf{H} * \mathbf{q} d\Gamma \quad (8)$$

Kde: Γ je dráha integrálu so začiatkom na spodnom okraji trhliny a koncom na vrchnom okraji trhliny, $\lim_{\Gamma \rightarrow 0}$ ukazuje, že dráha sa Γ približuje ku koreňu trhliny, $\mathbf{q}$ je jednotkový vektor smeru rozšírenia trhliny, $\mathbf{n}$ je vonkajšia normála k dráhe Γ , a $\mathbf{H}$ je dané vzťahom:

$$H = WI - \sigma \frac{\partial u}{\partial x} \quad (9)$$

Kde: pre elastický materiál platí, že W je hodnota energie pri elastickom pretvorení, pre elasticko-plastický materiál je to hustota elastickej energie s prírastkom plastickej energie.

Rovnicu (8) môžeme zapísať v tvare platom pre viacero integračných dráh:

$$J = - \oint_{C+C_++\Gamma+C_-} \mathbf{m} * \mathbf{H} * \bar{\mathbf{q}} d\Gamma - \int_{C_++C_-} \mathbf{t} * \frac{\partial u}{\partial x} \bar{\mathbf{q}} d\Gamma \quad (10)$$

Kde: $\bar{\mathbf{q}}$ je hladká váhová funkcia ohraničená uzavretím obrysom $C + C_+ + \Gamma + C_-$ a má hodnotu $\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{q}$ na Γ a $\bar{\mathbf{q}} = 0$ na C ; $\mathbf{m}$ je vonkajšia normála ohraničená obrysom (obr.7), $\mathbf{m} = -\mathbf{n}$ na dráhe Γ a $\mathbf{t} = \mathbf{m} * \sigma$ je plocha trakcie na povrchu trhliny C_+ a C_- .

Použitím Gaussovej vety môžeme uzavretý dráhový integrál nahradiť plošným integrálom. A ak platia podmienky rovnováhy, dostávame:

$$J = - \int_A \left[\mathbf{H} : \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{q}}}{\partial x} \right) + \left(\mathbf{f} * \frac{\partial u}{\partial x} - \sigma : \frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial x} \right) * \bar{\mathbf{q}} \right] d\Gamma - \int_{C_++C_-} \mathbf{t} * \frac{\partial u}{\partial x} \bar{\mathbf{q}} d\Gamma \quad (11)$$

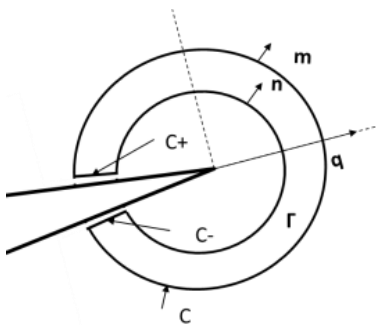
Na vyhodnotenie integrálov softvér na báze *FEM* definuje oblasti prvkov v blízkosti koreňa trhliny. Je vytvorených niekoľko rôznych oblastí. Prvý „prstenec“ pozostáva z prvkov priamo spojených v koreni trhliny, ďalší pozostáva z prvkov, ktoré spájajú uzly s prvkami z predchádzajúceho „prstenca“. Každý ďalší „prstenec“ je definovaný pridaním ďalšieho prstenca, ktorý má spoločné uzly s predchádzajúcim. *J-integrál* môže byť rozšírený na aplikácie v 3D

Plošný integrál (11) pretransformujeme na objemový povrch cez povrch A_0 , vnútorný povrch A_t , vonkajšie povrchy A_e na koncoch trhliny a čelá trhliny A_c ako je uvedené na (obr.8).

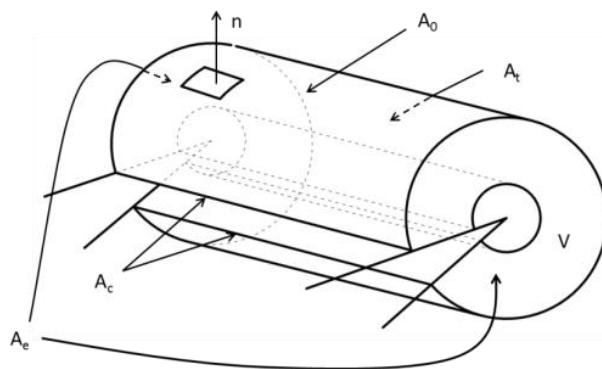
Plocha $A = A_t + A_0 + A_e + A_c$ uzatvára objem V . Objemová funkcia $\bar{\mathbf{q}}$ sa mení v rámci plochy A . Na vonkajších plochách A_e je $\mathbf{q}$ tangenciálne k plochám. Toto je možné dosiahnuť definovaním normál. Za použitia Gaussovej vety. Potom platí:

$$\bar{J} = - \int_V \left[\mathbf{H} : \frac{\partial \bar{\mathbf{q}}}{\partial x} + \left(\mathbf{f} * \frac{\partial u}{\partial x} - \sigma : \frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial x} \right) * \bar{\mathbf{q}} \right] dV - \int_{A_e+A_c} \mathbf{t} * \frac{\partial u}{\partial x} \bar{\mathbf{q}} dA \quad (12)$$

Metóda *J- integrálu* bola použitá pri všetkých typoch riešených úloh.



Obrázok 7: Obrys uzatvorenia dráhy integrálu $C + C_+ + \Gamma + C_-$



Obrázok 8: Plocha $A = A_t + A_0 + A_e + A_c$, ktorá uzatvára objem V

XFEM metóda

Ďalšia použitá metóda je *XFEM* metóda (*Extended Finite Element Method*). metóda dosahuje spoľahlivé výsledky bez nutnosti použiť jemnú sieť konečných prvkov. Pri jej použití je možné simulovať rast trhliny a určiť maximálnu silu, pri ktorej na nosníku dôjde k zlyhaniu. Na modelovanie nespojitostí využíva metóda

obohatené funkcie. Je založená na princípe rozdelenia jednoty. Metóda je vhodná na simulácie vzniku a šírenia trhliny pozdĺž ľubovoľnej dráhy závislej na riešení [14]. XFEM bola uvedená Belytschkom a Blackom [15] a rozšírená Melenkom a Babuskom [16].

Aproximačná funkcia vektora premiestnenia $\mathbf{u}$ s obohatenou funkciou je:

$$\mathbf{u} = \sum_{I=1}^N N_I(x) [\mathbf{u}_I + H(x)\mathbf{a}_I + \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha} \mathbf{b}_I^{\alpha}] \quad (13)$$

kde $N_I(x)$ je uzlová funkcia, $\mathbf{u}_I$ je funkcia uzlového premiestnenia, $\mathbf{a}_I$ je obohatenie uzla stupňami voľnosti a súvisí s funkciou skoku $H(x)$ po porchu trhliny, $\mathbf{b}_I^{\alpha}$ je obohatená uzlová funkcia o stupne voľnosti a je závislá na asymptotickej funkcii F_{α} . Funkcia $H(x)$ je definovaná:

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } (X - X') \cdot n \geq 0, \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

kde X je Gaussov bod, X' je najbližší bod k bodu X a n je jednotkový normálový vektor. Pre lineárny materiál má funkcia F_{α} tvar:

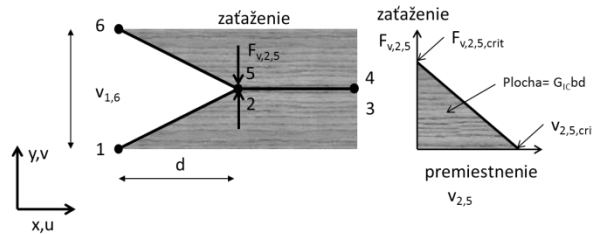
$$F_{\alpha} = \left[\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \theta \cos \frac{\theta}{2} \right] \quad (15)$$

kde (r, θ) sú polárne súradnice s počiatkom v koreni trhliny a $\theta = 0$ je dotyčnica ku koreňu trhliny.

Definovala som lomové kritérium cez VCCT (*Virtual Crack Closure Technique*). Tento prístup využíva princípy LELM a je vhodné ho použiť pri riešení kvázi - krehkých materiálov. V tejto metóde sa vychádza z predpokladu, že k uvoľneniu deformačnej energie dôjde, keď sa trhlina predĺži o určitú hodnotu a energia má rovnakú hodnotu ako energia potrebná k rozovretiu trhliny. Princíp rozdvojenia uzla je na obr. 9. K rozdvojeniu dôjde, ak platí:

$$f = \frac{G_I}{G_{IC}} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_{1,6} F_{v,2,5}}{bd} \right) \frac{1}{G_{IC}} \geq 1.0 \quad (16)$$

kde G_I je rýchlosť šírenia trhliny pri móde I, G_{IC} je kritická hodnota rýchlosti šírenia trhliny pri móde I, b je šírka, d je dĺžka, $F_{v,2,5}$ je sila medzi uzlami 2 a 5 a $v_{1,6}$ je vertikálne premiestnenie medzi uzlami 1 a 6.



Obrázok 9: Princíp rozdvojenia uzla v bode „i“ po dosiahnutí kritickej hodnoty lomovej energie

Základná podmienka pre energiu lomu vo všetkých troch módoch je:

$$f = \frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} \geq 1.0 \quad (17)$$

kde G_{equiv} je ekvivalentná hodnota rýchlosti šírenia trhliny v uzle, G_{equivC} je kritická ekvivalentná hodnota rýchlosti šírenia trhliny v uzle.

Na špecifikovanie módov zaťažovania bol v práci použitý BK zákon. Pre tento zákon platí:

$$\frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) + \left(\frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^{\eta} \quad (18)$$

Na definovanie módov užívateľ musí zadať kritické hodnoty G_{IC} , G_{CII} , G_{CIII} a η . Zákon využíva silový zákon a kombinuje kritické hodnoty šírenia trhliny v jednotlivých módoch.

Kritické hodnoty hnacej sily boli prebraté z [17, 18]. Mali nasledovné hodnoty: $G_{IC} = 176 \text{ N/m}$, $G_{IIC} = 734 \text{ N/m}$. Hodnota $G_{IIIC} = 10000 \text{ N/m}$ bola zvolená preto, lebo k zaťaženiu v móde III pri našich simuláciách nedochádza.

Okrem kritéria VCCT boli definované dve kritériá poškodenia. *Kritérium maximálnej hodnoty hlavného napätia - MAXPS* (maximum principal stress criterion), ktoré je definované nasledovne:

$$f = \left\{ \frac{\langle \sigma_{max} \rangle}{\sigma_{max}^o} \right\} \quad (19)$$

kde σ_{max}^o reprezentuje maximálnu hodnotu hlavného napätia. Symbol $\langle \rangle$ reprezentuje Macaulayove zátvorky so zvyčajnou interpretáciou: $\langle \sigma_{max} \rangle = 0$ ak $\sigma_{max} < 0$ a $\langle \sigma_{max} \rangle = \sigma_{max}$ ak $\sigma_{max} \geq 0$. Porušenie sa inicializuje, keď pomer hlavných napätí (definovaný vyššie) dosiahne hodnotu 1.

Druhé kritérium: *kritérium maximálnej hodnoty nominálneho napätia - MAXS* (maximum nominal stress criterion), ktoré je definované nasledovne:

$$f = \left\{ \frac{\langle t_n \rangle}{t_n^o}, \frac{\langle t_s \rangle}{t_s^o}, \frac{\langle t_t \rangle}{t_t^o} \right\} \quad (20)$$

kde vektor $\mathbf{t}$ pozostáva z troch zložiek, t_n je zložka kolmá na predpokladaný povrch trhliny a t_s a t_t sú dve šmykové zložky na predpokladanom povrchu trhliny. Predpokladaný povrch trhliny je kolmý na prvok v smere 1. Výrazy t_n^o , t_s^o a t_t^o sú maximálne hodnoty nominálneho napätia. Symbol $\langle \rangle$ reprezentuje Macaulayove zátvorky, ktoré vyjadrujú, že porušenie nespôsobí čisto tlakové napätie. Porušenie sa inicializuje, keď pomer nominálnych napätí dosiahne hodnotu 1. Táto metóda bola využitá pri simuláciách drevených nosníkov.

Hodnoty MAXS a MAXPS použité v práci boli určené numericky so zohľadnením vzťahov platných v teórii pružnosti (tab. 2).

Tabuľka 2: Hodnoty potrebné na definovanie MAXS a MAXPS kritérií

Kritérium	MAXPS [MPa]	MAXS [MPa]		
Nosník		Normálový mód	Prvý smer	Druhý smer
N	24	24	24	4,6
LN	24	24	24	4,2

Analytické riešenie

Pre typické prípady namáhania trhliny a materiály boli vytvorené uzavreté riešenia na určenie veľkosti koeficientov intenzity napätia, ktoré sa nachádzajú v katalógoch lomových parametrov. My sme ich použili v prípade oceľového a PMMA nosníka a v prípade oceľovej platne. Prvý vzťah je odvodený pre nosník zaťažený silou a s trhlinou v strede rozpätia:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F(\alpha) \quad (21)$$

kde a je dĺžka trhliny. Hodnotu napätia σ pozdĺž trhliny vypočítame podľa:

$$\sigma = \frac{3FL}{2B^2} \quad (22)$$

kde F je hodnota zaťaženia, L je vzdialenosť podpier, B je výška nosníka.

A tvarovú funkciu $F(\alpha)$ vypočítame podľa:

$$F(\alpha) = 1,122 - 1,4\alpha + 7,33\alpha^2 - 13,8\alpha^3 + 14\alpha^4 \quad (23)$$

kde $\alpha = a/B$.

Ďalej je uvedený vzťah odvodený pre oceľovú platňu zaťaženú napätím s trhlinou v strede:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} F(\alpha) \left(\frac{2a}{B} \right) \quad (24)$$

kde σ je napätie, a je dĺžka trhliny; B v tomto prípade je šírka platne.

A tvarovú funkciu $F(\alpha)$ vypočítame podľa:

$$F(\alpha) = (1 - 0,25\alpha^2 + 0,37\alpha^3) / \sqrt{1 - \alpha} \quad (25)$$

Experiment

Experimentálne boli testované štyri vzorky z každého typu. Dnes nie sú dostupné normy na testovanie lomového spávania sa dreva [20]. Keďže sme testovali nehomogénny materiál, bol zvolený štvorbodový test na ohyb. Test je vhodný na skúmanie kvázi - krehkých, nehomogénnych materiálov.

Na testovanie bol použitý 60 tonový hydraulický lis. Na meranie priehybov boli použité indukčné snímače posunu od firmy *HBM*, typ *WA T* dĺžky 50 mm. Merané hodnoty priehybov a sily boli prenesené do programu *catman* od firmy *HBM*. Dva snímače boli umiestnené na okrajoch nosníkov. Jeden snímač bol umiestnený v mieste pôsobenia zaťaženia a posledný bol umiestnený v strede rozpätia nosníka. Vzorky boli zaťažované až pokiaľ nedošlo k deštrukcii. Sledovali sme tri hodnoty síl: hodnotu zaťaženia pri ohybe, šmyku podľa [13] a silu porušenia. Charakteristická hodnota zaťaženia pre ohyb bola získaná z (26) a pre šmyk (27):

$$F_{c,b} = \frac{M_{max}}{a} \quad (26)$$

kde a je vzdialenosť od podpory po koncentrovanú silu; $M_{max} = f_{m,k} * W$ hodnota maximálneho ohybového momentu; W je prierezový modul; $f_{m,k}$ charakteristická hodnota odolnosti v ohybe (24MPa). Hodnota zaťaženia pre N a LN nosíky bola $F = 20480$ N.

$$F_{max,s} = A * f_{v,d} \quad (27)$$

kde A je plocha prierezu nosníka; $f_{v,d} = \frac{f_{v,k}}{\gamma_M}$ je návrhová hodnota odolnosti v šmyku; $f_{v,k}$ je charakteristická hodnota šmykovej odolnosti (pre C24 bola 4MPa a pre GL24c bola 3,5 MPa); γ_M je parciálny súčiniteľ spoľahlivosti materiálu (pre C24 bol 1,3 a pre GL24c bol 1,25 MPa). Hodnota zaťaženia pre N nosíky bola $F = 49231$ N, pre LN $F = 44800$ N. Ďalej sme zisťovali silu porušenia.

Pri simuláciách (*FEM*) sme nosníky zaťažovali hodnotami premiestnenia, ktorá boli získané z experimentu. Boli to hodnoty v miestach, kde sila nadobudla hodnotu zaťaženia pri ohybe, hodnotu šmykového zaťaženia a silu porušenia (maximálnu silu). Hodnoty použitého zaťaženia pre jednotlivé nosníky sú v (tab. 3).

Tabuľka 3: Hodnoty zaťaženia deformáciou

	Zaťaženia deformáciou [mm]								
Označenie	N1	LN1	N2	LN2	N3	LN3	N4	LN4	LN5
Ohyb*	6,2	6,3	5,6	5,9	6,7	7,2	7,6	6,2	6,8
Šmyk*	13,5	13,9	12,8	11,5	8,7	8,7	13,4	11,7	11,7
Max**	13,5	14,3	12,8	13,1	21,7	8,7	2,6	18,8	17,7
* hodnoty zaťaženia použité pri J-integrál metóde									
** hodnoty zaťaženia použité pri XFEM metóde									

5. VÝSLEDKY

Oceľ a PMMA

Hodnoty koeficientov intenzity napätia, pre oceľový nosník zaťažený koncentrovanou silou v strede rozpätia s trhlinou sú uvedené v (tab. 4), pre oceľovú platňu sú v (tab. 5), pre nosník z PMMA sú v (tab. 6). V dizertačnej práci sú uvedené aj priebehy napätí v okolí koreňa trhliny pre jednotlivé prípady.

Tabuľka 4: Hodnoty KIN v prípade trojbodovo zaťaženého nosníka z ocele

F [N]	K [N/mm ^{1/2}]			
	Extrapoláčna metóda	Metóda J-integrálu	Analytické riešenie (19)	Experiment (21)
100	98,6	100	101,5	99
150	147,8	148,3	149,5	151
200	197	198,6	199	198

Tabuľka 5: Hodnoty KIN v prípade oceľovej platne

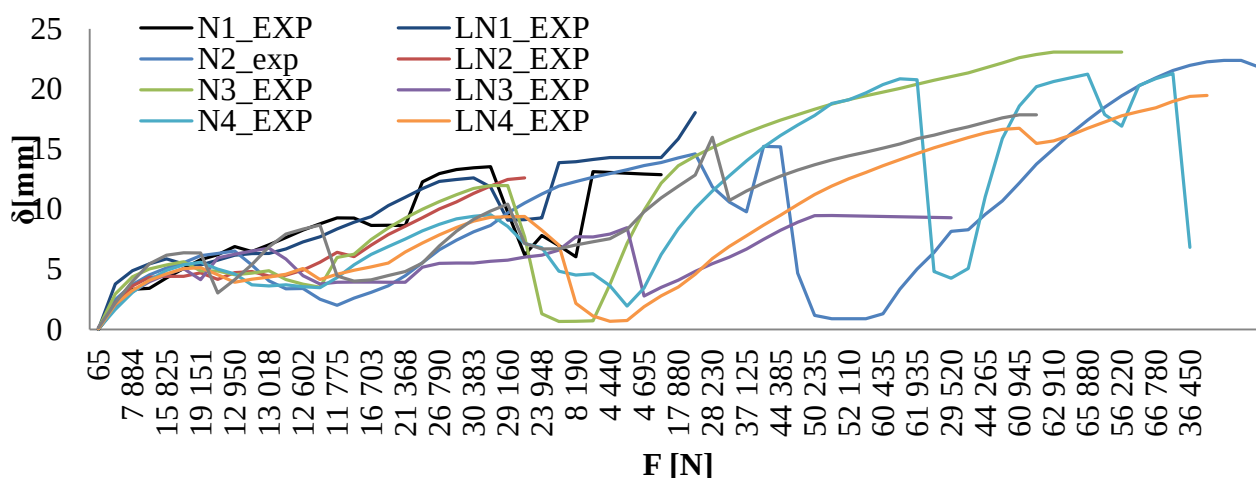
a [mm]	K [N/mm ^{1/2}]		
	Extrapoláčna metóda	Metóda J-integrálu	Analytické riešenie (19)
5	399,9	374,4	237,7
10	579,6	537,4	475,4
15	735,1	697,9	713,1

Tabuľka 6: Hodnoty KIN v prípade trojbodovo zaťaženého nosníka z PMMA

Model	K [N/mm ^{1/2}]		
	Extrapoláčna metóda	Metóda J- integrálu	Analytické riešenie (19)
A	390	365	356
B	284	254	235

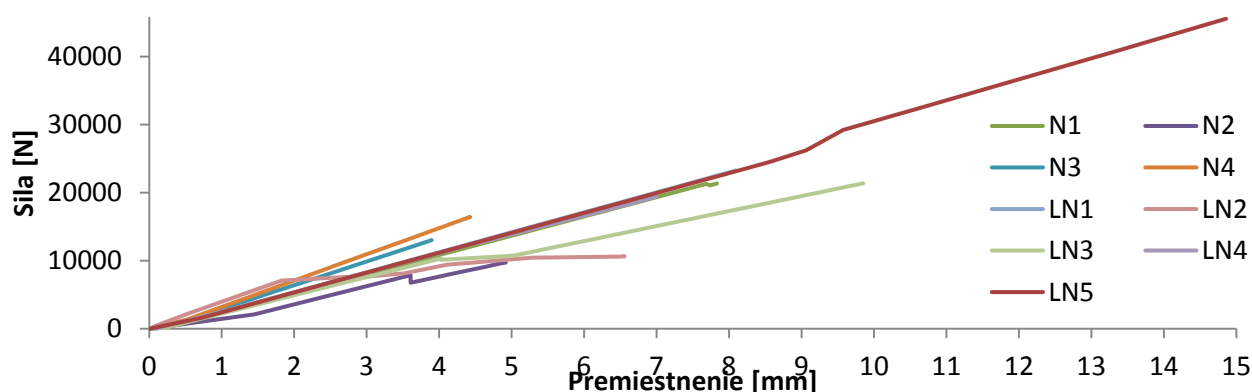
Rastené a lepené lamelové drevo

Pre drevené nosníky sme z experimentálnych meraní získali diagram sila - posunutie (zaťažovací diagram) (obr. 10). N, LN zanjčia nosníky z rasteného dreva (C24), resp. z lepeného lamelového dreva (GL24c). „1“ v označení znamená, že išlo o nosníky bez defektu (obr. 5 (a)), „2“ boli nosníky s kolmou trhlinou (obr. 5 (b)), „3“ boli nosníky so šikmou trhlinou (obr. 5 (c)), „4“ boli nosníky s kruhovým otvorom (obr. 5 (d)), „5“ boli nosníky s pozdĺžnou trhlinou (obr. 5 (e)).



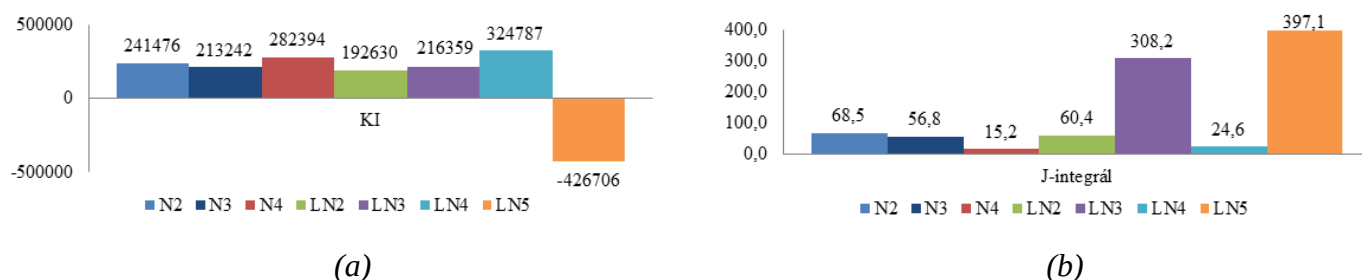
Obrázok 10: Zaťažovací diagram

V práci sú uvedené priebehy napätí v reze A-A a taktiež grafy zobrazujúce uvoľnenú energiu, na základe, ktorých bola pri XFEM určovaná maximálna sila zaťaženia. Obr. 11 je zaťažovací diagram získaný XFEM metódou.



Obrázok 11: Zaťažovací diagram získaný XFEM metódou

Na nasledujúcich obrázkoch (obr. 12) sú uvedené hodnoty lomových parametrov pre nosníky s defektom získané *J-integrál* metódou. Lomové parametre sú *J-integrál* a koeficient intenzity napätia v móde I, K_I . Hodnoty *J-integrálu* sú v $[N/mm^{1/2}]$ a hodnoty K_I sú v $[Pa/mm^{1/2}]$.



Obrázok 12: Hodnoty (a) koeficientu intenzity napätia, (b) *J-integrálu* pri móde I

Hodnoty maximálnych síl a posunutí z experimentálnych meraní aj zo simulácií pre všetky typy nosníkov a metódy sú uvedené v (tab. 7). „EXP“ znamená, že hodnota bola získaná z experimentu; „ABAQUS“, že hodnota bola získaná zo simulácií. „VZOREC“ je hodnota získaná podľa vzorcov (26, 27). „ŠMYK“, resp. „OHYB“ predstavujú hodnoty síl získané pri zaťažení šmykovým, resp. ohybovým zaťažením. „MAX“ je maximálna hodnota pre XFEM metódu. „Konvenčná“ označuje klasickú 3D statickú analýzu nosníkov dostupnú v *Abaqus-e*, použitá pre analýzu N1 a LN1. „J-int“ označuje *J-integrál* metódu, ktorá bola použitá na analýzu nosníkov N2 až LN5. Označenie „ohyb“ znamená, že hodnoty posunutia boli získané v tom okamihu, keď sila nadobudla hodnotu podľa vzorca 26 a „max“, že hodnota posunutia bola získaná v čase, keď sila nadobudla hodnotu šmykovej, resp. maximálnej sily. V prípade niektorých nosníkov za použitia XFEM metódy sme získali aj inicializačné sily, pri ktorých sa trhlinka začala šíriť. V tabuľke sú označené hviezdíčkou. Označenie „nie“ znamená, že v tomto prípade nedošlo k uvoľneniu rozptýlenej energie.

Tabuľka 7: Výsledné hodnoty získané experimentálne a simuláciami

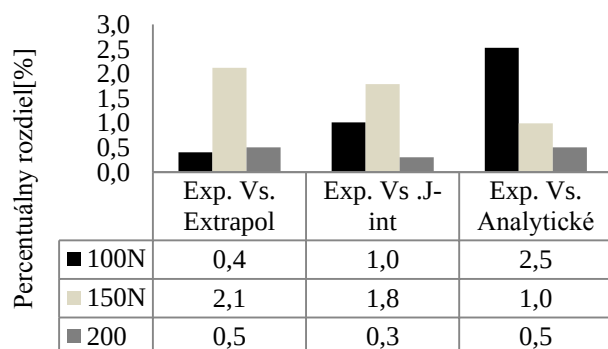
	SILA[N]						PREMIESTNENIE [mm]				
NOSNÍK	EXP	VZOREC		ABAQUS			EXP	ABAQUS			
	MAX	ŠMYK	OHYB	Konvenčná/ J-int		XFEM	MAX	Konvenčná/ J-int		XFEM	
				ŠMYK	OHYB	MAX		ohyb	max	ohyb	max
N1	45200	49231	20480	48697	22383	21348/ 21080*	13,5	6,2	13,0	6,0	8,0
N2	22500			47078	14795	9726 7890*	14,6	6,3	13,3	6,1	4,9
N3	11300			48090	20414	13016	22,9	7,5	18,6	6,1	3,9
N4	70080			49725	22351	16407	20,9	6,9	13,0	6,8	4,4
LN1	51030	44800	20480	39899	17804	23212	14,3	6,3	13,3	6,1	7,8
LN2	19000			30875	19599	10657/ 8070*	12,6	6,1	11,5	5,6	6,6
LN3	25300			30035	20338	21369/ 10330*	9,5	7,5	11,0	7,2	7,5
LN4	69360			40016	20986	19410/ 12590*	19,5	5,1	13,7	5,1	4,4
LN5	67140			31042	20301	45500/ Nie*	17,9	6,4	11,0	7,4	4,8

6. DISKUSIA

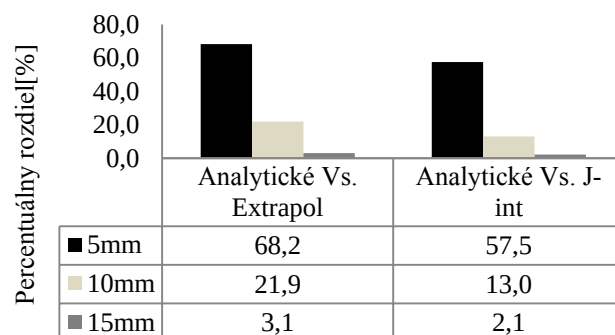
Oceľ

Pre oceľový nosník s trhlinou v strede, sa hodnoty KIN výrazne nelíšili. Referenčné hodnoty boli hodnoty z experimentu. Pre nosník zaťažený 100 N vyšiel rozdiel medzi experimentálnymi hodnotami a *extrapolačnou* metódou 0,4%, metódou *J-integrálu* 1,0% a analytickým riešením podľa [19] 2,5%. Pre nosník zaťažený 150N vyšiel rozdiel medzi experimentálnymi hodnotami a *extrapolačnou* metódou 2,1%, metódou *J-integrálu* 1,8% a analytickým riešením podľa [19] 0,9%. Pre nosník zaťažený 200N vyšiel rozdiel medzi experimentálnymi hodnotami a *extrapolačnou* metódou 0,5%, metódou *J-integrálu* 0,3% a analytickým riešením podľa 0,5% (obr. 12 (a)).

Pre oceľové platne boli referenčné hodnoty analytické hodnoty podľa [19]. Pre trhlinu dĺžky 5mm rozdiel medzi analytickými hodnotami a *extrapolačnou* metódou bol 68,2% a metódou *J-integrálu* 57,5%. Pre trhlinu dĺžky 10mm rozdiel medzi analytickými hodnotami a *extrapolačnou* metódou bol 21,9%; metódou *J-integrálu* 13,0%. Pre trhlinu dĺžky 15mm rozdiel medzi analytickými hodnotami a *extrapolačnou* metódou bol 3,1% a metódou *J-integrálu* 2,1% (obr. 12 (b)).



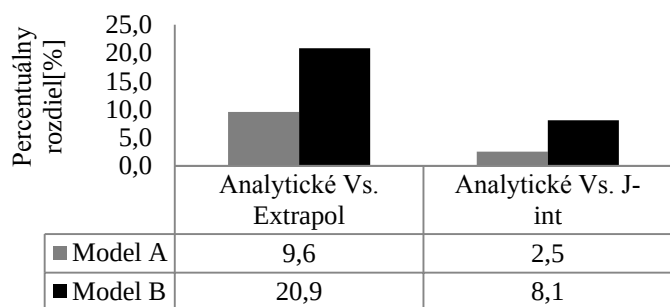
(a)



(b)

Obrázok 13: Percentuálne porovnanie použitých metód pre prípad (a) oceľového nosníka a (b) oceľových platní

Polymetylmetakrylát



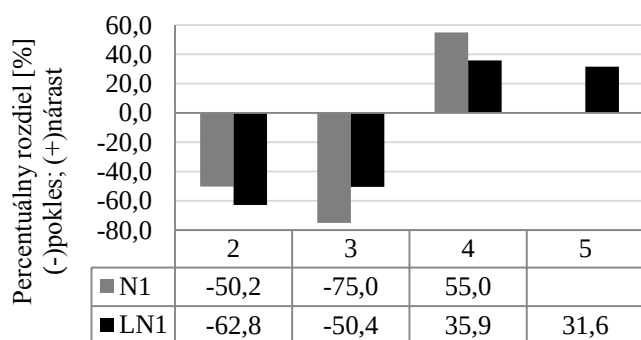
Obrázok 14: Percentuálne porovnanie použitých metód pre prípad PMMA nosníkov

Pre nosník z PMMA boli referenčné hodnoty z analytickej metódy [19]. V prípade modelu A vznikli nasledovné rozdiely medzi metódami: 9,55% pri porovnaní *extrapolačnej metódy* a analytického riešenia; 2,52% pri porovnaní *J-integrál metódy* a analytického riešenia. V prípade modelu B vznikli nasledovné rozdiely medzi metódami: 20,9% pri porovnaní *extrapolačnej metódy* a analytického riešenia; 8,1% pri porovnaní *J-integrál metódy* a analytického riešenia (obr. 13).

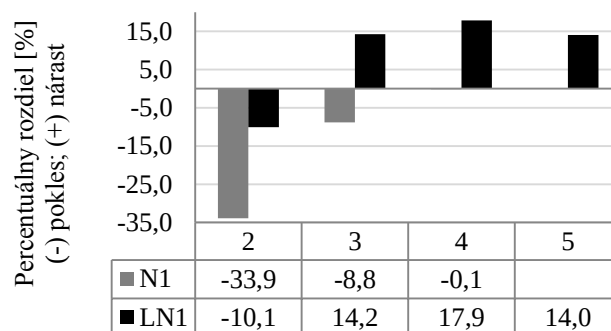
Rastené a lepené lamelové drevo

Pri použití metódy XFEM u nosníka N1 dochádza k uvoľneniu rozptýlenej energie lomu pri sile 21080 N. K zlyhaniu nosníka N1 dochádza pri sile 21348 N. Pre nosník LN1 dôjde k uvoľneniu energie a aj k zlyhaniu konštrukcie pri sile 23212 N. U nosníka s trhlinou v strede rozpätia (N2) dochádza k uvoľneniu energie pri sile 7890 N a nosník zlyháva pri 9726 N. LN2 nosník zlyháva pri sile 10657 N. K uvoľneniu energie prichádza pri sile 8070 N. Nosník N3 zlyháva pri sile 13016 N. Nosník LN3 odolá sile 21369 N. K uvoľneniu energie lomu pre nosník LN3 dochádza pri sile 10330 N. Nosník s kruhovým otvorom N4 zlyháva pod zaťažením 16407 N. K uvoľneniu energie lomu u nosníka LN4 dochádza pri sile 12590 N a celkovému zlyhaniu pri sile 19410 N. U nosníka s pozdĺžnou trhlinou LN5 nedochádza k uvoľneniu energie ani pod zaťažením 45500 N. Nosník nezlyhá a ani sa nezačne lámať. Zaťažovací diagram z maximálnymi hodnotami zaťaženia získaný XFEM metódou je na obr. 11.

Pri analýze experimentálnych meraní z (tab. 7), nosníky bez trhlín (N1 a LN1) považujeme za referenčné. Najväčšej sile pri experimente odolal nosník N4 (nosník s kruhovým otvorom z rasteného dreva). Tento sme zaťažili silou 70080 N a nezlyhal. Rovnaká situácia vznikla pri nosníkoch LN4 a LN5. Nosníky LN4 a LN5 nezlyhali pod zaťažením 69360 N, resp. 67140 N. Percentuálny rozdiel porovnania hodnôt maximálnych síl získaných experimentálne je uvedený na (obr. 15 (a)). N1 a LN1 sú referenčné nosníky bez trhlín z rasteného dreva (N1), respektíve z lepeného lamelového dreva (LN1). Označenie „2“ značí nosníky s kolmou trhlinou, „3“ nosníky so šikmou trhlinou, „4“ nosníky s kruhovým otvorom, „5“ nosníky s pozdĺžnou trhlinou (obr. 5).



(a)

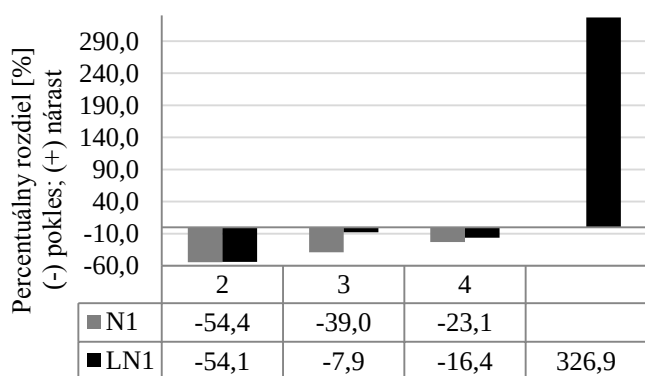


(b)

Obrázok 15: Porovnanie (a) experimentálnych hodnôt veľkosti síl nosníky a (b) J- integrál metóda: referenčné nosníky (N1, LN1) vs. nosníky s defektom (2,3,4,5)

Pri porovnaní veľkosti síl získaných experimentálne pre referenčný nosník N1 a nosníky N2, N3 a N4 dostávame nasledovné. Kolmá trhlina na N2 spôsobila pokles o 50%, šikmá trhlina na N3 spôsobila 75% pokles. Kruhový otvor na N4 mal pozitívny vplyv na veľkosť sily. Hodnota sily na nosník narástla o 55%. Porovnaním referenčného LN1 s LN2, LN3, LN4, LN5 dostávame nasledovné. Kolmá trhlina na LN2 spôsobila pokles o 63%. U LN3 nosníka došlo k poklesu o 50%. Pozitívny vplyv na veľkosť sily mal kruhový otvor na LN4 a pozdĺžna trhlina na LN5. Veľkosť sily narástla o 36%, 32% pre LN4, respektíve LN5 (obr. 15).

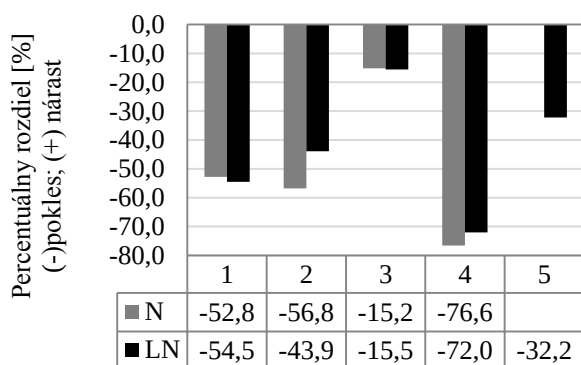
Porovnáme výsledky síl získané pomocou *J-integrál* metódy. Referenčné nosníky sú nosníky N1 a LN1, zaťažené maximálnou silou pri ohybe. Porovnaním nosníkov z rasteného dreva zistujeme, že najhorší vplyv na silu v tomto prípade má kolmá trhlina na N2, dochádza k poklesu o 34% v porovnaní s N1. K poklesu o 9%, 0,1% dochádza u N3, respektíve N4 nosníkov. Pre lepené lamelové nosníky (LN) platí nasledovné. Najhorší vplyv mala kolmá trhlina (LN2), došlo k poklesu o 10%. Pozitívny vplyv na silu, mali pri použití tejto metódy, šikmá trhlina (LN3), kruhový otvor (LN5) a pozdĺžna trhlina (LN5) na nosníku (obr. 15 (b)).



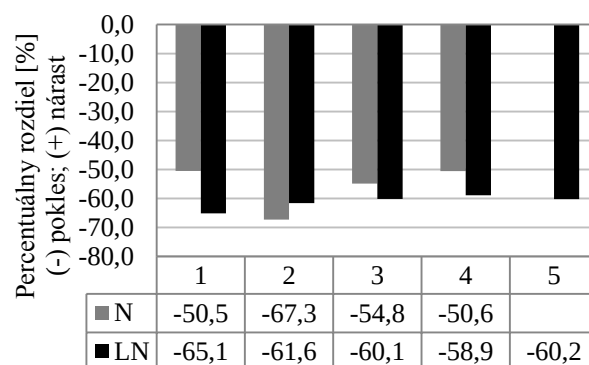
reференčné nosníky (N1, LN1) vs. nosníky s defektom (2,3,4,5)

Ďalej porovnáme hodnoty síl, ktoré sme získali pomocou *XFEM* metódu. Referenčné nosníky sú N1 a LN1. Referenční N1 nosník prenesie silu 21348N. Pri nosníkoch N2, N3 a N4 došlo k 55%, 40%, respektíve 23% poklesu v porovnaní s N1. Veľkosť sily, ktorou zaťažíme nosník LN2 je 54% nižšia v porovnaní s LN1. O 8%, respektíve 16% nižšiu veľkosť sily mali nosníky LN3, respektíve LN4. U nosníka LN5 nedochádza k porušeniu pri použití *XFEM* metódy. Pri analýze sme sa dostali k nárastu sily o 327% (obr. 16).

Pri porovnaní veľkosti síl získaných experimentálne a *XFEM* metódou sú referenčné experimentálne získané hodnoty. U N1, dochádza k poklesu veľkosti sily o 53%. K poklesu o 57%, 15%, a 77% dochádza, keď porovnáme experimentálne a *XFEM* hodnoty pre N2, N3, respektíve N4. Porovnaním veľkostí síl pre lepené lamelové nosníky ja pokles hodnôt síl nasledovný: 54%, 44%, 16%, 72%, respektíve 32% pre nosníky LN1, LN2, LN3, LN4, respektíve LN5 (obr. 17 (a)).

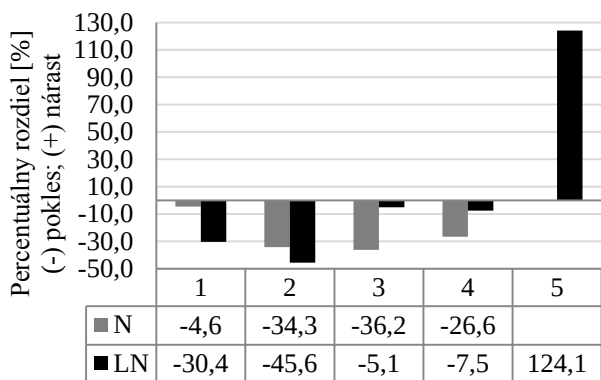


(a)



(b)

Obrázok 17: Porovnanie (a) experimentálna vs. *XFEM* metóda a (b) experimentálna vs. *J- integrál* metóda

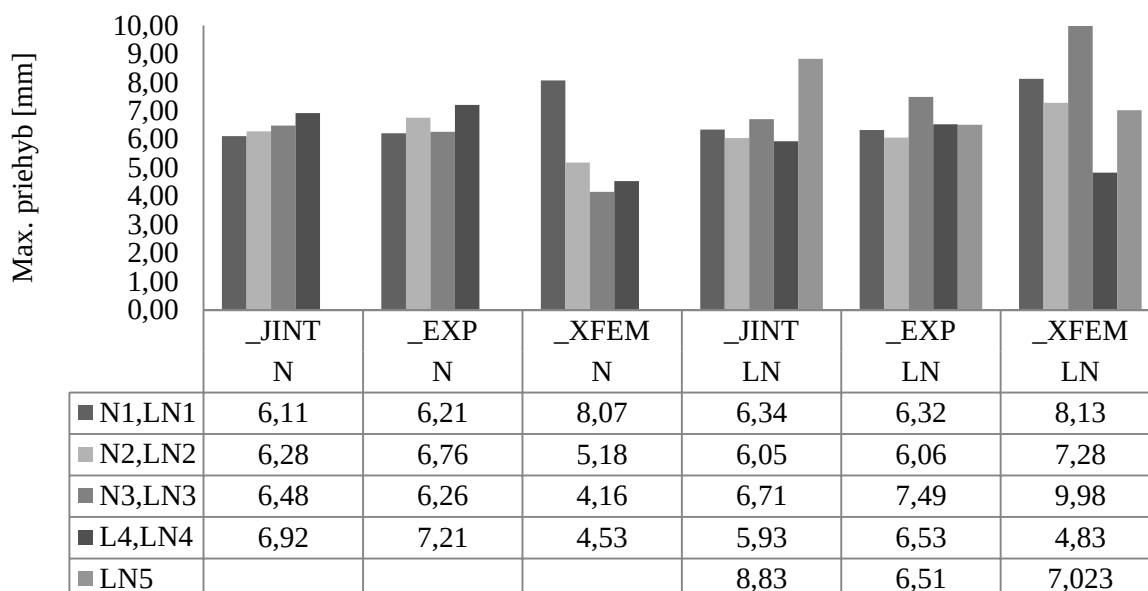


Obrázok 18: Porovnanie XFEM vs. J -integrál metóda

Porovnanie hodnôt získaných XFEM a J -integrál metódou je na (obr. 18). Referenčná hodnota je hodnota získaná XFEM metódou. Došlo k 5%, 34%, 36%, 27%- tnému poklesu hodnôt pri použití XFEM metódy v porovnaní s J -integrál metódou pre N1, N2, N3, resp. N4 nosníky. Pre LN1, LN2, LN3, resp. LN4 bol pokles 30%, 46%, 5%, resp. 8%. Pre LN5 nosníky došlo k 124% nárastu hodnôt.

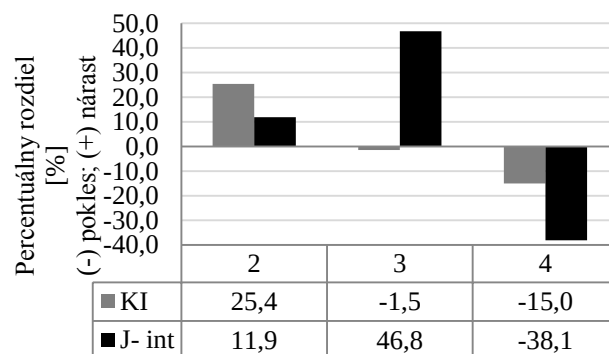
Porovnanie hodnôt K_I a J -integrálu medzi N a LN nosníkmi je na (obr.19). Hodnota K_I pre N2 bola o 25% väčšia ako pre LN2, pre N3, N4 o 2%, resp. 15% menšia ako pre LN3, resp. LN. Hodnota J -integrálu pre N2, resp. N3 bola o 12%, 47% väčšia ako v prípade LN2, resp. LN3. Pre N4 bola 38% menšia ako pre LN4.

Na nasledujúcom grafe sú zobrazené hodnoty maximálnych priehybov pre všetky riešené nosníky (obr.20).



Obrázok 20: Porovnanie maximálnych priehybov pri sile 20480 N pre všetky nosníky

Porovnanie experimentálnych hodnôt a hodnôt z metódy J -integrálu je uvedené na (obr. 17 (b)). Vo všetkých prípadoch došlo k poklesu hodnôt veľkosti síl pri použití J -integrál metódy. Pre N nosníky bol pokles 53%, 57%, 15%, 77% pre N1, N2, N3, respektíve N4. Pre LN nosníky bol pokles 55%, 44%, 16%, 72%, 32% pre LN1, LN2, LN3, LN4, resp. LN5.



Obrázok 19: Porovnanie hodnôt K_I a J -integrálu medzi N a LN

7. ZÁVER

V predkladanej dizertačnej práci som sa venovala problematike lomu na vybraných materiáloch, a to: oceľ, polymetylmetakrylát (PMMA) a drevo. Práca obsahuje historický prehľad v oblasti lomovej mechaniky s uvedením súčasného stavu v danej oblasti (kap. 1). V druhej kapitole sú zhrnuté ciele, metodika a metódy skúmania. V teoretickej časti práce som rozpracovala teoretickú časť práce vzťahy platné v oblasti lineárne - elastickej, elasticko - plastickej lomovej mechaniky pri riešení jedno a dvojparametrických modelov (kap.3). Kap. 4 a 5 sú venované mechanickým, fyzikálnym a lomovým charakteristikám riešených materiálov. V kapitole 6 boli opísané použité metódy na analýzu lomového správania sa skúmaných materiálov.

Hlavnými cieľmi práce bolo poukázanie na význam lomovej mechaniky cez históriu a súčasný stav, definovanie základných hypotéz s uvedením vhodných metód na určovanie lomových parametrov pre riešené materiály a typy inžinierskych problémov. Cieľom bolo vyšetovanie vplyvu tvaru defektu v materiáli na ich lomové správanie sa.

V prvej aplikačnej časti práce, ktorá je uvedená v kap. 7 (v časti venovanej problematike lomu ocelí a plastov), som sa zamerala na riešenie inžinierskych problémov: oceľový jednoducho podopretý nosník s trhlinou v strede rozpätia, oceľová platňa s trhlinou v strede a jednoducho podopretý nosník z PMMA s trhlinou v strede. Úlohy som riešila z dôvodu osvojenia si základných hypotéz platných v oblasti lineárne - elastickej lomovej mechaniky (LELM) a zisteniu vhodnosti použitých numerických metód pri riešení problematiky lomu.

Hlavným cieľom v tomto kroku bolo overenie spoľahlivosti numerických metód: *extrapolačnej* a *J-integrál* metódy, ktoré sú implementované vo výpočtovom programe ANSYS a pracujú na báze metódy konečných prvkov (FEM). Na overenie správnosti výsledkov bola použitá analytická metóda, ktorá je spracovaná v katalógoch lomových parametrov [20]. Porovnávali sme vhodnosť použitých metód na zisťovanie veľkosti lomového parametra K (koeficient intenzity napätia), a to pre všetky typy riešených problémov.

V prípade jednoducho podopretých nosníkov z ocele so kolmou ostrou trhlinou v strede rozpätia, ktoré boli zaťažované silami 100, 150 a 200 N. Okrem hore uvedených metód som použila aj experimentálne získané výsledky, ktoré sú uvedené v práci Ivánkovej [26]. Referenčné hodnoty veľkosti koeficientu intenzity napätia K boli experimentálne získané hodnoty.

Druhý riešený problém boli oceľové platne s ostrou trhlinou dĺžky $a = 5, 10, 15\text{mm}$ v strede platne. Platne boli zaťažované konštantným napätím $\sigma = 100\text{ MPa}$. V tomto prípade boli referenčné hodnoty získané analytickou metódou. Zistením bolo, že analytická metóda pre platne s trhlinou dĺžky 5 mm nedáva presné výsledky, keďže pri porovnaní analytickej a *extrapolačnej* metódy vyšiel vysoký percentuálny rozdiel. Zistili sme, že analytickú metódu pre tento prípad je vhodné použiť len v prípade, keď je pomer trhliny k celkovej šírke platne dostatočne veľký. V prípade, že pomer dĺžky trhliny k šírke platne je menší, je vhodnejšie použiť numerické metódy, nakoľko pri použití numerických metód vieme získať presnejšie výsledky, keď je sieť konečných prvkov nastavená správne.

Posledný prípad v tejto aplikačnej časti bol jednoducho podopretý nosník zaťažovaný koncentrovanou silou 50 N s ostrou trhlinou v strede rozpätia, ktorý bol z PMMA. Analyzovala som dve rôzne geometrie nosníkov, model A a model B. Ako v predchádzajúcich prípadoch, tak aj v tomto bola skúmaná vhodnosť použitých numerických metód. Referenčná bola analytická metóda.

Celkovo bolo pri analýze problémov riešených v kap. 7 zistené, že numerické metódy dosahujú spoľahlivé výsledky pri analýze ostrých trhlín u typických inžinierskych problémov, ktorými sme sa v práci

zaoberali. V prípade oceleovej platne je lepšie použiť numerické metódy ako analytické. Zistili sme, že v práci použité numerické metódy, ktoré sa využívajú pri riešení problematiky lomu, je vhodné v inžinierskej praxi používať a táto časť práce môže poslúžiť inžinierom ako príručka, ktorú metódu je najvhodnejšie pre daný typ problému využiť.

V druhej aplikačnej časti (kap. 8) som sa zamerala na analýzu inžinierskych problémov, ktoré nie sú v oblasti LM v súčasnosti dostatočne preskúmané, teda ich môžeme označiť ako nešpecifické. Konkrétne som analyzovala drevené nosníky z rasteného dreva (značené N) a nosníky z lepeného lamelového dreva (značené LN). Boli uvažované rôzne typy defektov, celkovo bolo skúmaných päť typov nosníkov. Nosníky N1 a LN1 boli nosníky, ktoré neobsahovali začiatkový defekt, za účelom získať referenčné hodnoty. Nosníky N2 a LN2 obsahovali ostrú kolmú trhlinu v strede rozpätia, N3 a LN3 mali vytvorenú šikmú trhlinu, N4 a LN4 kruhový otvor v strede rozpätia a nosníky LN5 pozdĺžnou trhlinou (obr. 5).

V prípade rasteného dreva som uvažovala s ortotropiou materiálu, v prípade lepených lamelových nosníkov som uvažovala s trazvensálnou anizotropiou. Charakteristiky dreva boli prebraté z *Eurokódu 5* a z príručky [20]. Trieda dreva podľa *Eurokódu* bola C24 pre rastené drevo, teda som uvažovala s deviatimi konštantami na opis materiálu. V prípade lepených lamelových nosníkov som uvažovala s triedou GL24c, na opis materiálu som použila štyri konštanty, pričom na základe odporúčania v *Eurokóde 5* bola Poissonova konštanta nulová. Vlhkosť a hustota dreva boli uvažované konštantné.

V oboch prípadoch bola urobená analýza nosníkov, ktoré boli jednoducho uložené a zaťažené dvoma koncentrovanými silami rovnako vzdialenými od koncov nosníkov (obr. 5). Bol analyzovaný vplyv tvaru defektu na lomové správanie sa nosníkov.

Najskôr bolo zostavené experimentálne meranie na nosníkoch, kde sme zisťovali veľkosť sily, ktorou je nosníky možné zaťažiť. Veľkosť sily a premiestnenia boli zaznamenávané indukčnými meračmi posunu od firmy HBM. Išlo o deštrukčnú skúšku štvorbodovo zaťažených nosníkov, ktorá bola zvolená, keďže drevo je kvázi - krehký materiál a na vystihnutie lomu tohto materiálu je podľa odporúčaní v [20] vhodnejšie použiť štvorbodové zaťaženie namiesto trojbodového.

V ďalšom kroku som vytvorila 3D modely nosníkov s riešenými typmi defektov (N2 - 4 a LN2 - LN5), resp. bez defektov (N1 a LN1). Na analýzu lomu som použila numerické metódy dostupné v programe *Abaqus 6.14*. Použité boli *J-integrál* a *XFEM* (rozšírená metóda konečných prvkov) metóda. Tento program pracuje, podobne ako ANSYS, na báze FEM, avšak je v ňom implementovaná *XFEM* metóda, ktorú je možné použiť na analýzu stabilného šírenia sa trhliny. Bolo už preukázané, že metóda je vhodná a dosahuje presné výsledky pri analýze lineárne izotropne správajúcich sa materiálov. V práci som si kladla otázku, ako to bude v prípade, keď uvažíme ortotropiu, resp. transversálnu anizotropiu materiálu, pretože množstvo prác, ktoré sa zaoberajú touto problematikou je značne limitované. (Akademickú verziu programu *Abaqus 6.14* mi bolo umožnené využívať počas výskumného pobytu na Lulea University of Technology.)

Pri simuláciách boli nosníky zaťažované tzv. riadenou deformáciou, teda hodnotami premiestnenia a tieto boli prevzaté z experimentálnych dát. Konkrétne to boli deformácie, ktoré vznikli pod maximálnou hodnotou ohybového a šmykového zaťaženia a pod maximálnou silou. Tento postup som zvolila, aby bolo možné spätne porovnať hodnoty zaťaženia a napätí, ktoré vyšli pri použití numerických metód. Hodnoty deformácií, ktorými boli nosníky zaťažené, boli rozdielne pre rôzne typy nosníkov a sú uvedené v tab. 3.

Keďže v súčasnosti neexistujú žiadne tabuľkové hodnoty lomovej húževnatosti dreva (K_c), resp. *J-integrálu* vo forme návrhových noriem pri analýze som sledovala hodnoty uvedené v práci [23, 24, 25]. Sú to hodnoty lomovej húževnatosti dreva získané experimentálne na smrekovom dreve, z ktorého boli vyrobené aj mnou analyzované nosníky. V práci som zanalyzovala napätia v smere 11 a 22 v reze A-A (obr.

5), kde som porovnávala veľkosti napätí pri maximálnom zaťažení ohybom. V tomto kroku som si overila, že výpočtové simulácie pracujú správne a metódy poskytujú porovnateľné hodnoty napätí a deformácií.

Taktiež bola urobená analýza napätia v okolí defektu, keďže ako pri *J-integrál* metóde, tak aj pri *XFEM* metóde nás zaujímajú koncentrácie napätí v blízkosti defektu. Porovnaním hodnôt napätí v okolí defektov zistíme, že k väčším koncentráciám dochádza pri použití *J-integrál* metódy ako v prípade *XFEM*. Tento výsledok bol očakávaný, keďže *J-integrál* sa počíta na základe celkovej energetickej bilancie v mieste plastických zón a rátajú so singularitami v okolí defektov.

Ďalším mojím zistením bolo, že v prípade nosníkov s kolmou trhlinou N2, LN2 dochádza k väčším koncentráciám napätí pri nosníkoch z rasteného dreva a to pri porovnaní výsledkov z *J-integrál* aj *XFEM* metódy. Rádovo väčšie hodnoty vyšli pri použití *J-integrál* metódy, keďže *XFEM* metóda simuluje rast trhliny, a teda v tomto prípade nedochádza k tak vysokým koncentráciám napätia. Kolmá ostrá trhlina má nepriaznivejší vplyv u nosníkov z rasteného dreva ako u nosníkov z lepeného lamelového dreva. Naopak, u nosníkov so šikmou trhlinou (N3, LN3), mala táto trhlina nepriaznivejší vplyv u lepených lamelových nosníkov. U nosníkov s kruhovým otvorom (N4 a LN4) mal tento nepriaznivejší vplyv na lepené lamelové nosníky.

Mojim zistením bolo, že *XFEM* metóda poskytuje reálnejšie výsledky ako *J-integrál* metóda. Pri analýze výsledkov zo simulácií som zistila, že poskytuje reálne výsledky maximálnych hodnôt síl na základe definovaných kritérií, ktorými je možné nosníky zaťažiť, teda je vhodným inžinierskym nástrojom pri analýze defektov na nosníkoch. Nevýhodou pre inžinierov môže byť dlhý výpočtový čas (v závislosti od použitého hardvéru). Veľkou výhodou je možnosť získať použiteľné výsledky aj bez nutnosti meniť sieť konečných prvkov v okolí defektu a možnosť simulácie rastu trhliny. Zistila som, že je touto metódou možné simulovať konštrukcie z dreva a dosiahnuť výsledky, ktoré sa približujú realite. Výhoda je to, že sa ňou dá vyšetriť lomové správanie sa nosníkov aj bez začiatočných defektov.

Toto nie je možné pri použití *J-integrál* metódy, ktorú z hľadiska navrhovania v lomovej mechanike môžeme považovať za konvenčnú. Táto metóda je však dobrá na zistenie veľkosti lomových parametrov. Nevýhodou je zdĺhavý proces nastavenia konečno - prvkovej siete v okolí defektu. Sieť by mala opisovať tvar defektu a byť dostatočne jemná, aby sa dosiahli presné výsledky. Tento proces prináša veľa problémov s konvergenciou výpočtov.

Zaujímavé by bolo bližšie rozanalyzovať nosník s pozdĺžnou trhlinou (LN5), pretože táto trhlina má badateľný pozitívny vplyv na únosnosť nosníka.

Pri riešení inžinierskych problémov, ktorým sme sa v práci venovali, dospela som k záveru, že použité numerické metódy poskytujú reálne výsledky hodnôt lomových parametrov, teda je vhodné ich využívať pri vyšetrovaní ich lomového správania sa. To platí aj v prípade nešpecifických úloh, ktoré som riešila, v prípade vyšetrovania lomového správania sa drevených nosníkov. Pri dodržaní zásad navrhovania v oblasti lomovej mechaniky, je možné použiť aj nami uvedené numerické metódy.

Prezentovaná práca môže poslúžiť pri analýze podobných typov nosníkov, ako aj pri analýze drevených nosníkov s rôznymi typmi vystuženia. Výsledky prezentované v práci by sa mohli využiť pri tvorbe inžinierskych príručiek pre navrhovanie konštrukcií so zameraním na lomovú analýzu. Pre inžinierov by bolo jednoduchšie zanalyzovať lomové správanie sa drevených konštrukcií pomocou výpočtových programov, keby boli vyhotovené katalógy lomových parametrov.

POUŽITÁ LITERATÚRA

- [1] **Anderson, T.L.** Fracture Mechanics- Fundamentals and Applications. 3. s.l. : CRC Press Inc, 1995.
- [2] **Griffith, A.A.** *The Phenomena of Rupture and Flow in Solids*. Londýn: Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1920, Zv. 221 Series A., 163- 198.
- [3] **Irwin, G.R.** Onset of Fast Crack Propagation in High Strength Steel and Aluminum Alloys. 1956, Sagamore Research Conference Proc., Zv. 2, s. 289–305.
- [4] **Rice, J. R.** A Path Independent Integral and the Aproximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. Zv. 35, 1968, Journal of Applied Mechanics, s. 379- 386.
- [5] **Rice, J.R., Rosengren, G.F.** *Plane Strain Deformation near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material*. 1968, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Zv. Vol. 16, s. 1–12. DOI: 10.1016/0022-5096(68)90013-6
- [6] **Wells, A.A.** *Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture*. 1961, Proceedings of the Crack Propagation Symposium, Cranfield, UK, Zv. 1, s. Paper 84.
- [7] **Irwin, G.R.** *Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness*. Zv. 4, 1961, Sagamore Research Conference Proceedings, s. 63–78.
- [8] **Burdekin, F.M., Stone, D.E.W.** *The Crack Opening Displacement Approach to Fracture Mechanics in Yielding Materials*. Zv. 1, 1966, J. of Strain Analysis, s. 145–153. doi: 10.1243/03093247V012145
- [9] **Shih, C.F., O'Dowd, N.P.** *Two-Parameter Fracture Mechanics Theory and Applications*. Carderock Division, Naval Surface Warfare Center. 1992. CDNSWC-SME-CR-1- 6-92.
- [10] **Betegon, C., Hancock, J.W.** *Two parameter characterization of elastic- plastic crack tip fields*. no1, 1991, Journal of Applied Mechanics, Zv. vol. 58, s. 104-110. doi:10.1115/1.2897135
- [11] **Sladek, J., Sladek, V.** *Evaluations of the T-stress for interface cracks by the boundary element method*. 1997, Engineering Fracture Mechanics ,Elsevier Science Ltd., Zv. 56, s. 813 - 825. doi:10.1016/S0013-7944(96)00131-2
- [12] **Držík, M. , Ivánková, O.** *J-integral evaluation in elasto-plastic materials by optical shadow visualisation*. č. 6, s.l. : Elsevier Science Ltd, 1994, Engineering Fracture Mechanics Vol. 48, s. 837-845.
- [13] **STN EN 1995.** Eurokód 5. Navrhovanie drevených konštrukcií. Časť 1-1: Všeobecne - Všeobecné pravidlá a pravidlá pre budovy (obsahuje Zmenu A1: 2008). 2008.
- [14] 6.14-4, Abaqus/CAE Users gide.
- [15] **Belytschko, T., Black, T.** *Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing*". 1999, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Zv. 45, s. 601-620.
- [16] **Melenk, J., Babuska, I.** *The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications,*". 1996, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Zv. 39, s. 289-314.
- [17] **Haller P., Putzger R.** *Fracture Energy in Mode I and Mode II of Reinforced Wood*. Dresden: Technische Universität Dresden: Eigenverlag, 2003. Proceedings of the 2nd Colloquium on Textile Reinforced Structures (CTRS2). s. 247- 258.
- [18] **Saracoglu, E.** *Finite-Element Simulation of the Influence of*. Master's Thesis, Department of Mechanical engineering, Blekinge institute of Technology, Karlskrona, Sweden : s.n., 2011.
- [19] **Sirator, M., Mies, T., Macusita, Ch.** *Vyčísľiteľná mechanika razrušenia*. Moskva : Mir, 1986.

- [20] **Forest Products Laboratory.** *Wood Handbook. Wood as an Engineering Material.* Madison : United States Department of Agriculture Forest Service, 2010. s. 508. Zv. Centennial Edition.
- [21] **Ivánková, O.** Rozpracovanie optickej metódy tieňovej vizualizácie na určovanie lomových parametrov. Bratislava : STU, 1993.
- [22] **Kováčiková, J., Ivánková O.** *Určenie koeficientu intenzity napätia v okolí koreňa trhliny pri I. móde.* Bratislava : Slovenská technická univerzita, 2013. New Trends in Statics and Dynamics of Buildings: 11th International Conference. s. 105-108. ISBN 978-80-227-4040-1..
- [23] **Hutchinson, J.W.** *Singular Behavior at the End of a Tensile Crack Tip in a Hardening Material.* Vol. 16, 1968, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, s. 13–31. DOI: 10.1016/0022-5096(68)90014-8.
- [24] **Bodig J., Jayne B.A.** *Mechanics of Wood and Wood Composites.* s.l. : Krieger Publishing Company, 1993. s. 721.
- [25] **Stanzl-Tschegg, S.E., Keunecke, D., Tschegg, E.K.** *Fracture tolerance of reaction wood (yew and spruce wood in the TR crack propagation system).* 5, s.l. : Elsevier, júl 2011, Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials, Zv. 4, s. 688-698. Special Issue on Natural Materials / Papers from the Third International Conference on the Mechanics of Biomaterials and Tissues.
- [26] **Ivánková, O.** Vybrané problémy z lomovej mechaniky. Bratislava : STU, 2007, ISBN 978-80-227-2681-8. s. 85