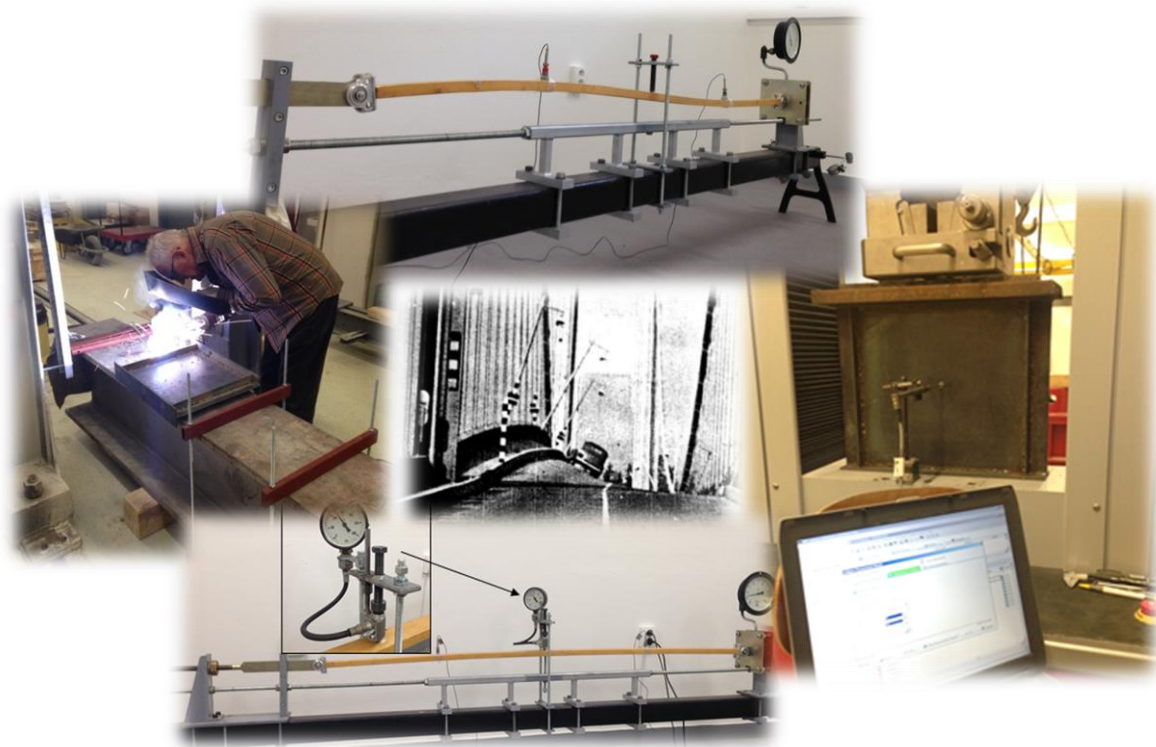


Ing. Ľuboš Šnirc

Autoreferát dizertačnej práce

STABILITA A KMITANIE KONŠTRUKCIÍ

**na získanie akademického titulu doktor „philosophiae doctor“, v skratke „PhD.“
v doktorandskom študijnom programe: 3901 Aplikovaná mechanika**



Bratislava, 2017

Meno a priezvisko

Ing. Ľuboš Šnirc

Autoreferát dizertačnej práce

Stabilita a kmitanie konštrukcií

na získanie akademického titulu doktor „philosophiae doctor“, v skratke „PhD.“

v doktorandskom študijnom programe:

3901 Aplikovaná mechanika

v študijnom odbore:

5.1.7. aplikovaná mechanika

Forma štúdia:

denná forma

Miesto a dátum: Bratislava – august 2017

Dizertačná práca bola vypracovaná na: STU v Bratislave, Stavebná fakulta, Katedra
stavebnej mechaniky

Predkladateľ: *Ing. Ľuboš Šnirc*
STU, Stavebná fakulta, Katedra stavebnej mechaniky
Radlinského 11
810 05 Bratislava

Školiteľ: *Dr.h.c. prof. Ing. Ján Ravinger, DrSc.*
STU, Stavebná fakulta, Katedra stavebnej mechaniky
Radlinského 11
810 05 Bratislava

Oponenti: *prof. Ing. Ján Benčat, PhD.*
Žilinská univerzita v Žiline, Výskumné centrum
Univerzitná 8215/1
010 26 Žilina

doc. Ing. Rudolf Ároch, PhD.
STU, Stavebná fakulta, Katedra kovových a drevených konštrukcií
Radlinského 11
810 05 Bratislava

Ing. Oto Roth, CSc.
TUKE, Stavebná fakulta, Katedra stavebnej mechaniky
Vysokoškolská 4
042 00 Košice

Autoreferát bol rozoslaný:

Obhajoba dizertačnej práce sa bude konať dňa oh.

na: STU, Stavebná fakulta, Katedra stavebnej mechaniky, Radlinského 11, 810 05
Bratislava

.....
rektor STU alebo dekan fakulty, ak sa doktorandský
študijný program uskutočňuje na fakulte

ABSTRAKT

Predložená dizertačná práca je venovaná problematike stability, resp. kombinácii stability a kmitania konštrukcií. Strata stability reprezentuje jeden zo základných problémov v mechanike a tiež predstavuje rozhodujúci faktor pre rôzne odvetvia inžinierstva. Dôležitosť tohto odvetvia je zjavná už z histórie, kedy dochádzalo ku kolapsom rôznych konštrukcií aj na základe nevedomosti a neporozumenia stabilite už pri ich navrhovaní. Analýza stability v mechanike začala s Leonardom Paulom Eulerom. Základné problémy lineárnej stability konštrukcií boli vyriešené koncom 19. storočia, avšak boli potrebné aj ďalšie riešenia s príchodom nových konštrukčných typov. Nesmieme však zabudnúť na to, že samotná stabilita je v podstate koncept dynamických systémov, nakoľko tu čas zohráva dôležitú úlohu. Preto je kombinácia stability a kmitania konštrukcií a jej analýza zaujímavým problémom. Medzi najčastejšie sa vyskytujúce stabilné príklady patria problémy prúta a prúťových konštrukcií, štíhlej steny, plochého oblúku resp. tenkostenného panelu. Ako jeden z najvhodnejších postupov pre riešenie nelineárnych úloh sa javí použitie prírastkovej formulácie, ktorej teoretické pozadie je bližšie predstavené v práci spolu so základnými príkladmi pre riešenie stability a kmitania prúta a štíhlej steny. Úvodný krok do riešenia výskumných úloh teda predstavuje teoreticko-numerická analýza. V súčasnej dobe je k dispozícii množstvo špičkových programov. Ak sa však rieši špeciálny problém, akým je kombinácia stability a dynamiky, tak obecné programy často nie sú schopné tento problém riešiť a výskumník je preto nútený si vlastný program urobiť. Školiteľ autora predloženej práce, profesor Ján Ravinger, spolu so svojimi kolegami vytvoril širokú škálu výpočtových programov, ktoré sa postupne vylepšovali a v tomto duchu sa tiež pokračovalo v ďalšej výskumnej práci. Všeobecne platí pravidlo, že dobrý výskum teórie konštrukcií je kombinácia teoretického, numerického a experimentálneho výskumu. Bola snaha držať sa tohto pravidla, a preto v niektorých prípadoch bolo nutné pripraviť špeciálne zariadenie pre realizáciu experimentu. Porovnávať teoreticky a numericky vyhodnotený výsledky s nameranými hodnotami na reálnej konštrukcii je základom pre skupinu nedeštruktívnych metód identifikácie vlastností, resp. kvality konštrukcií. Špeciálna pozornosť je tiež venovaná problémom preskokov resp. prelomení v stabilných úlohách, ale aj zvyškovým napätiam.

ABSTRACT

Submitted dissertation thesis is focused on the issue of stability and on the combination of stability and vibration of structures. Loss of stability is a fundamental problem in mechanics and also a decisive factor for various engineering disciplines. The importance of this issue is evident from the history, when various structures had collapsed due to the ignorance and misunderstanding of stability in designing. Stability analysis in mechanics has begun with Leonard Paul Euler. The basic problems of linear structural stability were resolved at the end of the 19th century, but other analyses were also needed with the arrival of new structural types. However, we must not forget that stability itself is basically the concept of dynamic systems, because time plays an important role here. Therefore, the combination of stability and vibration of structures and also its analysis are interesting problems. The most common stability examples are the problems of beams and column structures, thin walls, shallow arches and thin-walled panels. One of the best ways to analyse nonlinear problems is the use of incremental formulation. Its theoretical background is more closely presented in the thesis, along with the basic examples for solving the stability and vibration of a column and a thin wall. The initial step of solving the research tasks is a theoretical and numerical analysis. There are many top quality programs available nowadays. But if a special problem is solved, such as the combination of stability and dynamics, conventional programs are often unable to solve it and the researcher is therefore forced to make his own program. Supervisor of the author of submitted thesis, professor Ján Ravinger, along with his colleagues has created a wide range of computational programs that are gradually being improved and, in that spirit, the further research has continued. General rule herein is that good research of the theory of structures is a combination of theoretical, numerical and experimental researches. There was an attempt to stick to this rule, so in some cases it was necessary to prepare a special device for the experimental measurement. Comparison of theoretically and numerically evaluated results with the values measured on a real construction is the basis for a group of non-destructive methods in properties and construction quality identification. Special attention was also paid to the snap through effect in stability problems and also to residual stresses.

OBSAH

METODIKA A CIELE PRÁCE	1
1. ÚVOD	2
2. HISTORICKÝ PREHĽAD	3
3. PRÍRASTKOVÁ FORMULÁCIA PRE RIEŠENIE GEOMETRICKY NELINEÁRNYCH ÚLOH	4
4. ZÁKLADNÉ PRÍKLADY STABILITY A KMITANIA PRÚTA A ŠTÍHLEJ STENY	5
4.1 Stabilita a kmitanie prúta	5
4.2 Pokritické pôsobenie štíhlej steny namáhanej tlakom	5
5. VÝPOČTOVÉ PROGRAMY	6
• Riešenie rovinných prútových sústav – RAM (FRAME)	6
• Stabilita rovinatej prútovej sústavy – STAKL (STAKLE)	6
• Kmitanie rovinatej prútovej sústavy – STADYN (STADYNE)	6
• Nelineárna analýza rovinatej prútovej sústavy – NONLIN	6
• Stabilita a kmitanie tenkostenného panelu – PANELSK a PANELSK1	6
6. STABILITA A KMITANIE SPOJITÉHO NOSNÍKA	7
6.1 Opis skúšaného nosníka	7
6.2 Zhodnotenie získaných výsledkov pre stabilitu a kmitanie spojitého nosníka	9
7. VPLYV TVARU ZAČIATOČNEJ DEFORMÁCIE NA STABILITU A KMITANIE PRÚTA	10
8. PRELOMENIE PLOCHÉHO OBLÚKA	12
8.1 Nosník von Misesa	12
8.2 Meranie plochého oblúka zaťaženého sústredenou silou v strede	12
9. REZIDUÁLNE NAPÄTIA V ZVÁRANÝCH NOSNÍKOCH	15
9.1 Experiment – závislosť reziduálnych napätí a vlastnej kruhovej frekvencie	16
9.2 Tenkostenný panel namáhaný tlakom - experiment	19
ZÁVER	21
LITERATÚRA	22
ZOZNAM PUBLIKOVANÝCH PRÁC AUTORA	24
ADE Vedecké práce v ostatných zahraničných časopisoch	24
AFC Publikované príspevky na zahraničných vedeckých konferenciách	24
AFD Publikované príspevky na domácich vedeckých konferenciách	25
BEE Odborné práce v zahraničných zborníkoch (konferenčných aj nekonferenčných)	26

METODIKA A CIELE PRÁCE

Hlavnou ideou práce je vhodne kombinovať teoretický a numerický výskum s experimentálnym meraním. V práci sa venuje pozornosť stabilite a kmitaniu prútov, štíhlej steny a plochému oblúku. Pri riešení týchto problémov musíme použiť geometricky nelineárnu teóriu. Jedným z najvhodnejších postupov pre riešenie takýchto úloh sa javí použitie prírastkovej formulácie, ktorá je prezentovaná v kapitole 3.

Úvodný krok do riešenia predstavuje teoretická a numerická analýza. Základné príklady stability a kmitania prúta a štíhlej steny sú prezentované v kapitole 4. V súčasnej dobe máme k dispozícii množstvo špičkových programov. Pri riešení problému kombinácie stability a dynamiky sme však boli nútení použiť vlastné programy, ktoré boli v minulosti vytvorené profesorom Ravingerom. Avšak pri týchto špeciálnych príkladoch, ktoré sme riešili, bolo nutné urobiť v nich ďalšie zmeny a vylepšenia. V kapitole 5 je vhodnou voľbou ilustračných príkladov ukázaný spôsob pre využívanie týchto výpočtových programov.

Numerická analýza bola vo väčšine prípadov potvrdená aj následným experimentom, kde sa riešili problémy stability a kmitania spojitého nosníka (Kapitola 6), prelomenia plochého oblúka (Kapitola 8) a reziduálnych napätí v zvarovaných nosníkoch (Kapitola 9). Výsledky z týchto experimentov sú následne porovnávané s výsledkami z teoretickej a numerickej analýzy. Prezentované sú závislosti medzi zaťažením a priehybom a rovnako tak aj medzi zaťažením a štvorcom vlastnej kruhovej frekvencie, kde je dôležité poukázať na nutnosť rozlíšenia okrajových podmienok pre stabilitu a kmitanie. Počas experimentov sme sa stretávali s rôznymi zaujímavosťami. Jednou z nich je vplyv tvaru začiatkovej deformácie na stabilitu a kmitanie, ktorý je prezentovaný v kapitole 7.

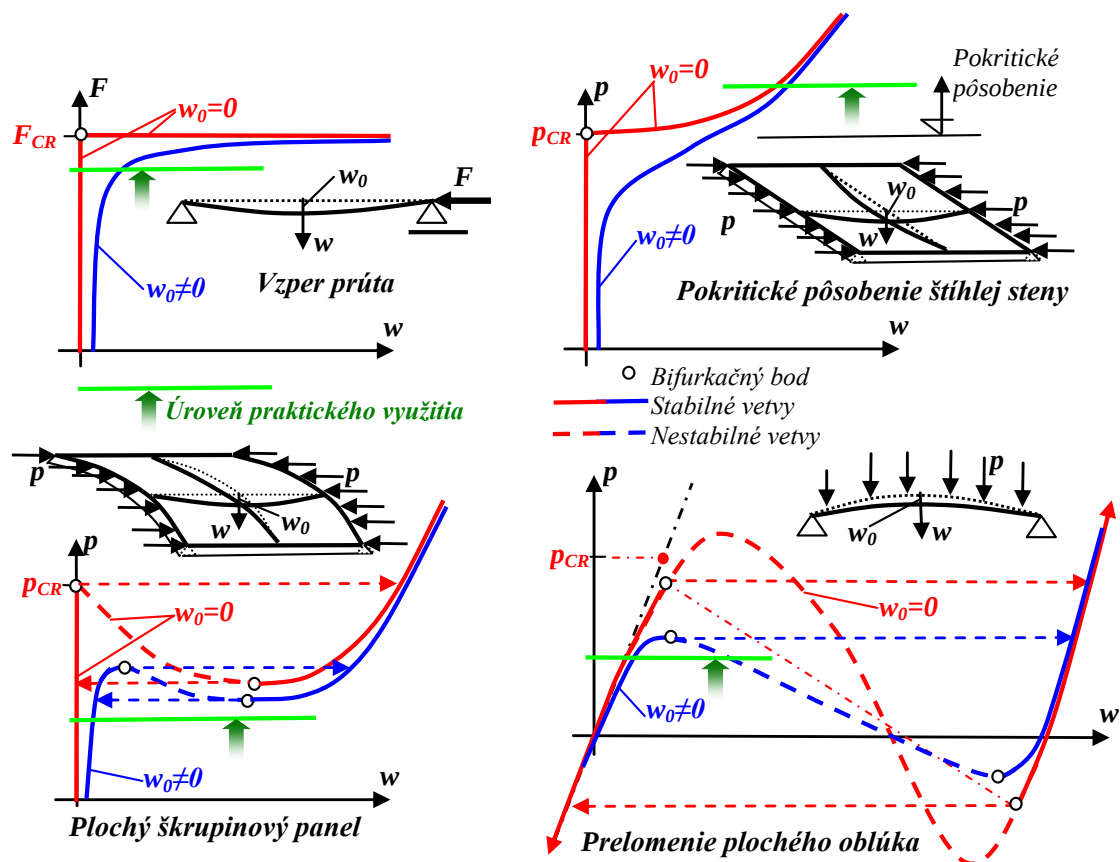
Ciele dizertačnej práce môžeme sformulovať do nasledovných bodov:

- Prehľbiť poznatky a osvojiť si riešenie geometricky nelineárnych úloh
- Pokračovať v experimentálnom meraní stability a kmitania prúta a pripraviť experiment pre meranie kmitania fragmentu tenkostennej konštrukcie
- Doplniť experimentálne zariadenie o meranie sily v stredovej podpere pre riešenie prelomenia plochého oblúka
- Preukázať vplyv reziduálnych (zvarových) napätí na vlastnú kruhovú frekvenciu

1. ÚVOD

Najčastejšie sa vyskytujúce príklady stability sú ukázané na obrázku 1.1. Teoreticko-matematické pozadie prezentovaných príkladov je detailne vysvetlené v ďalších kapitolách. Na tomto mieste sa preto obmedzíme iba na všeobecne známe pojmy. Pre opis týchto príkladov stability musíme použiť geometricky nelineárnu teóriu. Ak tieto problémy riešime zvolenou numerickou metódou (variačné riešenie, diferenčná metóda), tak úloha vedie na systém nelineárnych algebrických rovníc (kubických). Riešenie systémov nelineárnych rovníc i pri dnešných možnostiach výpočtovej techniky reprezentuje mimoriadne náročnú úlohu. Presadili sa rôzne výpočtové postupy opierajúce sa o prírastkové formulácie, resp. prírastkovo iteračné postupy, ktoré si predstavíme neskôr.

Obrázok 1.1 priamo poukazuje na pojmy ako napríklad kritické zaťaženie (spodný index $_{CR}$), stabilné a nestabilné vetvy riešení, bifurkačný bod. Ukázaný je tiež rozdiel medzi ideálnou konštrukciou ($w_0=0$) a konštrukciou s počiatočnou deformáciou ($w_0 \neq 0$). Vyznačená je i úroveň zaťaženia (zelená čiara), do ktorej zvykneme konštrukciu využívať v praxi.



Obr. 1.1 Vybrané príklady stability

2. HISTORICKÝ PREHĽAD

Prehľad problematiky a histórie stability a kmitania resp. ich vzájomnej interakcie alebo kombinácie predstavuje výzvu, nakoľko ide o široký záber. Hovoriť by sme mohli o rôznych typoch konštrukcií, okrajových podmienok, až po materiálové charakteristiky. Strata stability reprezentuje jeden zo základných problémov v mechanike, ktorému by mali inžinieri a projektanti rozumieť natoľko, aby boli schopní zaistiť bezpečnosť konštrukcie proti kolapsu. Teória stability preto predstavuje rozhodujúci faktor pre rôzne odvetvia inžinierstva ako napríklad stavebné inžinierstvo, letecké inžinierstvo, nukleárne a iné. Rovnako zohráva dôležitú úlohu v istých problémoch vesmírnych a geotechnických konštrukcií, geofyzike, materiálovom inžinierstve atď.

Dôležitosť tejto problematiky je zjavná už z histórie, kedy dochádzalo ku kolapsom rôznych konštrukcií aj na základe nevedomosti a neporozumenia stabilite už pri ich navrhovaní. Medzi jeden z najznámejších sa radí pád mostu Tacoma Narrows blízko Seattlu v roku 1940.

Analýza stability v mechanike začala s Leonardom Paulom Eulerom (1707-1783) a jeho riešením pre vzper prúta, od ktorého sa odvíjala aj naša vedecká činnosť. Momentálny trend na Slovensku a v Čechách je taký, že problematike stability sa venujú hlavne pracovníci katedier oceľových a drevených konštrukcií a katedier stavebnej mechaniky. V Prahe je Ústav teoretickej a aplikovanej mechaniky AVČR (Škaloud, Náprstek, Drdáký, Zörnerová), ďalej Kloknerov ústav ČVUT (Kárniková-Gutmanová-Lhotáková, Brož) ako i Stavebná fakulta ČVUT (Bittnar, Šejnoha, Křístek, Máca, Studnička, Macháček, Wald). Z Ostravy môžeme spomenúť Janasa, ktorý sa zaoberal teóriou pre riešenie stability oblúkov. V Brne sú to hlavne Melcher, Karmazínová, Novák, Keršner, Kala Z., Kala J., Salajka. V Žiline to bol Šertler a v jeho práci pokračujú Bujňák, Vičan. Ďalej na Žilinskej univerzite sú Benčat, Melcer, Moravčík. Osobnosťami v Košiciach sú Kmeť, Kvočák, Roth, Kormaníková i Kotrasová. V Bratislave na Ústave stavebníctva a architektúry pôsobil Djubek. Bol školiteľom i Ravingera, ktorý teraz pôsobí na STU. V Bratislave pôsobil aj Arpád Tesár. Jeho syn Alexander Tesár pôsobí na Ústave stavebníctva a architektúry SAV. Osobnosťami Stavebnej fakulty STU venujúcimi sa problematike stability sú okrem už spomínaného Ravingera i Chladný, Baláž, Sokol, Ároch, Psotný.



3. PRÍRASTKOVÁ FORMULÁCIA PRE RIEŠENIE GEOMETRICKY NELINEÁRNYCH ÚLOH

Problém stability a kmitania je detailne spracovaný v predloženej práci, kde sa hlavne jedná o geometricky nelineárne úlohy, ktoré pri konečnom numerickom spracovaní vedú na systém diferenciálnych rovníc a pri úlohách statiky sú to kubické algebrické rovnice. Jedným z najvhodnejších postupov pre riešenie takýchto úloh sa javí použitie prírastkovej formulácie.

Ako prvý krok si urobíme prírastok pomerných deformácií:

$$\varepsilon = u_{,x} + \frac{1}{2}u_{,x}^2 + \frac{1}{2}w_{,x}^2 - k \cdot w - z \cdot w_{,xx} \quad (3.1)$$

$$\Delta \varepsilon = \Delta u_{,x} + u_{,x} \cdot \Delta u_{,x} + \frac{1}{2} \Delta u_{,x}^2 + w_{,x} \cdot \Delta w_{,x} + \frac{1}{2} \Delta w_{,x}^2 - k \Delta w - z \cdot \Delta w_{,xx} \quad (3.2)$$

Použitím princípu minima prírastku globálnej potenciálnej energie (úloha statiky, kde zanedbávame zotrvačné sily hmoty $\mathbf{K}_M \Delta \ddot{\alpha} = \mathbf{0}$), resp. Hamiltonovho princípu (úloha dynamiky) dostávame systém podmienkových rovníc, ktorý môžeme zapísať ako:

$$\mathbf{K}_M \Delta \ddot{\alpha} + \mathbf{K}_{INC} \Delta \alpha + \mathbf{f}_{INT} - \mathbf{f}_{EXT} - \Delta \mathbf{f}_{EXT} = \mathbf{0} \quad (3.3)$$

Vlastnú kruhovú frekvenciu ako i tvar kmitania dostaneme z rovnice:

$$\left| \mathbf{K}_{INC} - \omega^2 \mathbf{K}_M \right|_{det} = 0 \quad (3.4)$$

Zostavenie systému rovníc je mimoriadne komplikované. Presadili sa hlavne tieto 2 spôsoby riešenia:

- Prírastkové riešenie (systém je v rovnováhe)

$$\mathbf{f}_{INT} - \mathbf{f}_{EXT} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \Delta \alpha^i = \mathbf{K}_{INC}^{-1} \Delta \mathbf{f}_{EXT} \quad \Rightarrow \quad \alpha^{i+1} = \alpha^i + \Delta \alpha^i$$

- Newtonova-Raphsonova iterácia (systém nie je v rovnováhe)

$$\mathbf{r}^i = \mathbf{f}_{INT} - \mathbf{f}_{EXT} \quad \Rightarrow \quad \Delta \alpha^i = -\mathbf{K}_{INC}^{-1} \mathbf{r}^i \quad \Rightarrow \quad \alpha^{i+1} = \alpha^i + \Delta \alpha^i$$

Prírastková tuhostná matica je zhodná s Jacobiho maticou pre N-R iteráciu:

$$\mathbf{K}_{INC} = \mathbf{J} \quad (3.5)$$

Pre stabilnú vetvu musí platiť, že Jacobiho matica je pozitívne definitná. V takom prípade musí byť determinant kladný a kladné musia byť i všetky hlavné minory:

$$D = \left| \mathbf{K}_{INC} \right|_{det} > 0, D_k > 0 \quad (3.6)$$

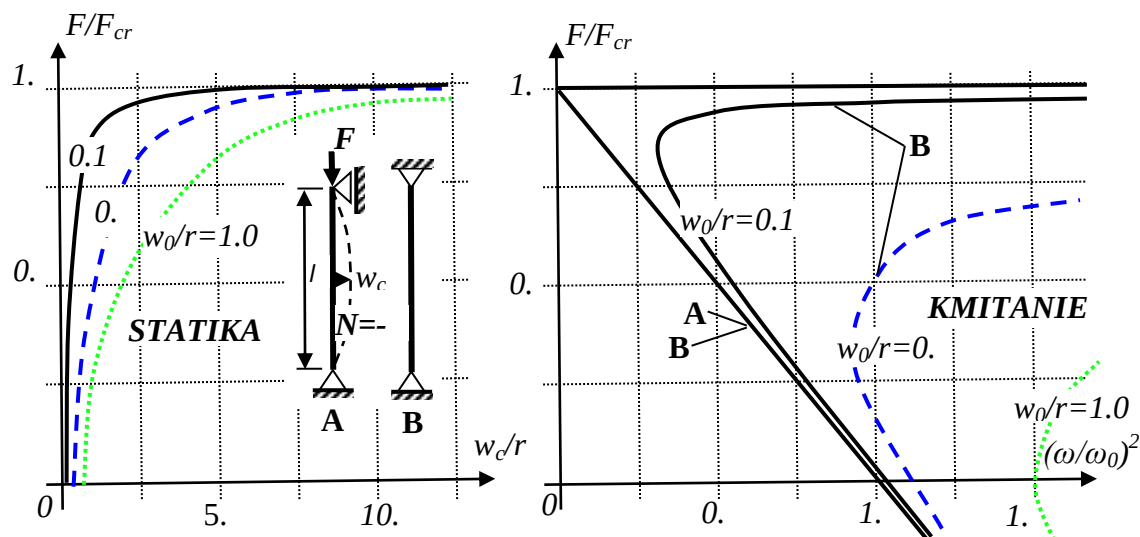
Pre bifurkačný bod ale aj limitný bod platí podmienka:

$$D = \left| \mathbf{K}_{INC} \right|_{det} = 0 \quad (3.7)$$

4. ZÁKLADNÉ PRÍKLADY STABILITY A KMITANIA PRÚTA A ŠTÍHLEJ STENY

4.1 Stabilita a kmitanie prúta

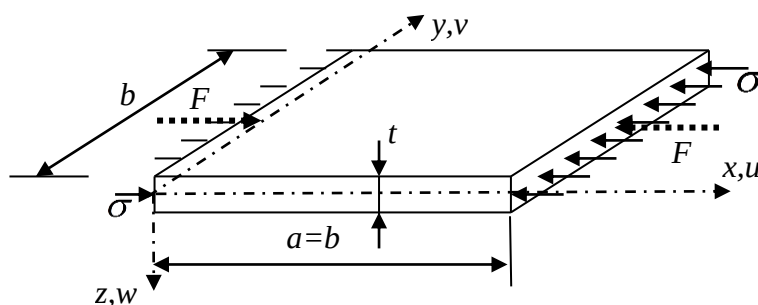
Vidíme, že v tomto prípade je vlastná kruhová frekvencia závislá na začiatočnej deformácii a pri dosiahnutí kritickej sily rastie do nekonečna (Obrázok 4.1).



Obr. 4.1 Stabilita a kmitanie prúta so začiatočnou deformáciou

4.2 Pokritické pôsobenie štíhlej steny namáhanej tlakom

Základným príkladom pre problematiku tenkostenných konštrukcií je príklad štíhlej steny namáhanej tlakom (Obrázok 4.2).



Obr. 4.2 Štíhla stena namáhaná tlakom

Pridaním matice hmotnosti a vyhodnotením prírastkovej tuhostnej matice vieme riešiť kmitanie štíhlej steny namáhanej tlakom. Na rozdiel od príkladu prúta namáhaného tlakom, v prípade štíhlej steny i pri uvažovaní posuvných podpier *amplitúda začiatočnej deformácie ovplyvňuje kmitanie*.

5. VÝPOČTOVÉ PROGRAMY

Úvodný krok do riešenia úloh je teoretická a numerická analýza. V súčasnej dobe je k dispozícii široká paleta špičkových programov. Ak sa však rieši špeciálny problém, akým je kombinácia stability a dynamiky, obecné programy nie sú schopné tento problém riešiť a výskumník je nútený si urobiť vlastný program. Ideálna je situácia, kedy sú v rámci výskumného kolektívu špecialisti na čiastkové úlohy (meranie, numerické metódy a pod.). Školiteľ autora predloženej práce prof. Ján Ravinger postupne spolu so svojimi kolegami vytvoril širokú škálu výpočtových programov. Tieto programy sa postupne vylepšujú a v tomto duchu sa pokračovalo aj v ďalšej výskumnej práci. Pri výskume boli používané nasledovné programy:

- **Riešenie rovinných prútových sústav – RAM (FRAME)**
- **Stabilita rovinnej prútovej sústavy – STAKL (STAKLE)**
- **Kmitanie rovinnej prútovej sústavy – STADYN (STADYNE)**
- **Nelineárna analýza rovinnej prútovej sústavy – NONLIN**

Program pre riešenie geometricky nelineárnych prútových sústav vychádza z MKP a je vysoko sofistikovaný. Tento program prevyšuje svojou zložitosťou úroveň inžinierskeho štúdia. Osvojenie si jeho používania vyžaduje mesiace v doktorandskom štúdiu.

- **Stabilita a kmitanie tenkostenného panelu – PANELSK a PANELSK1**

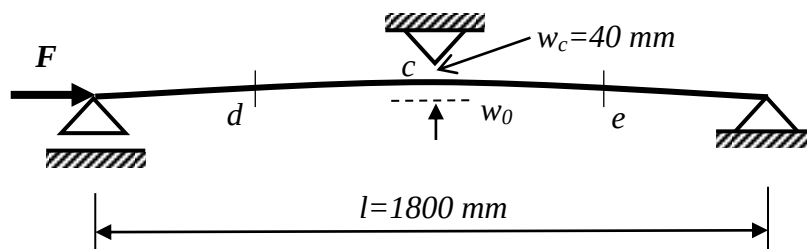
Pre riešenie stenovo-doskových konštrukcií sme pripravili výpočtový program pre konkrétny tenkostenný panel, ktorý bol základom pre analýzu daného javu a zároveň aj pre experimentálne merania. V prípade programu PANELSK sa volilo delenie panelu na 6*40 prvkov.

Pre riešenie tvarovo jednoduchších príkladov (štvorcový panel) sa ukázalo ako vhodné používať redukovaný program PANELSK1, ktorý má delenie 4*12 prvkov. Použitý bol na výpočty kritického zaťaženia a štvorca vlastnej kruhovej frekvencie tenkostenného panelu zaťaženého rovnomerným tlakom a tiež pri výskume závislosti reziduálnych napätí a vlastnej kruhovej frekvencie.

6. STABILITA A KMITANIE SPOJITÉHO NOSNÍKA

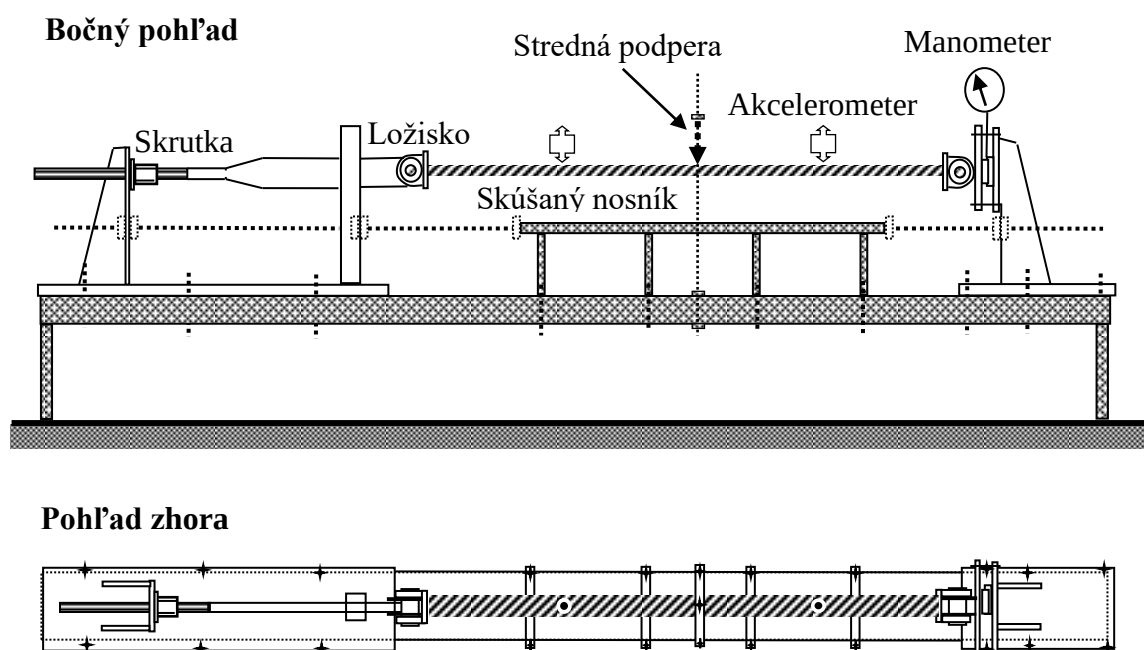
6.1 Opis skúšaného nosníka

Pre analýzu stability a kmitania spojitého nosníka bol zvolený príklad dreveného nosníka, ktorý bol doplnený podperou v strede (Obrázok 6.1).



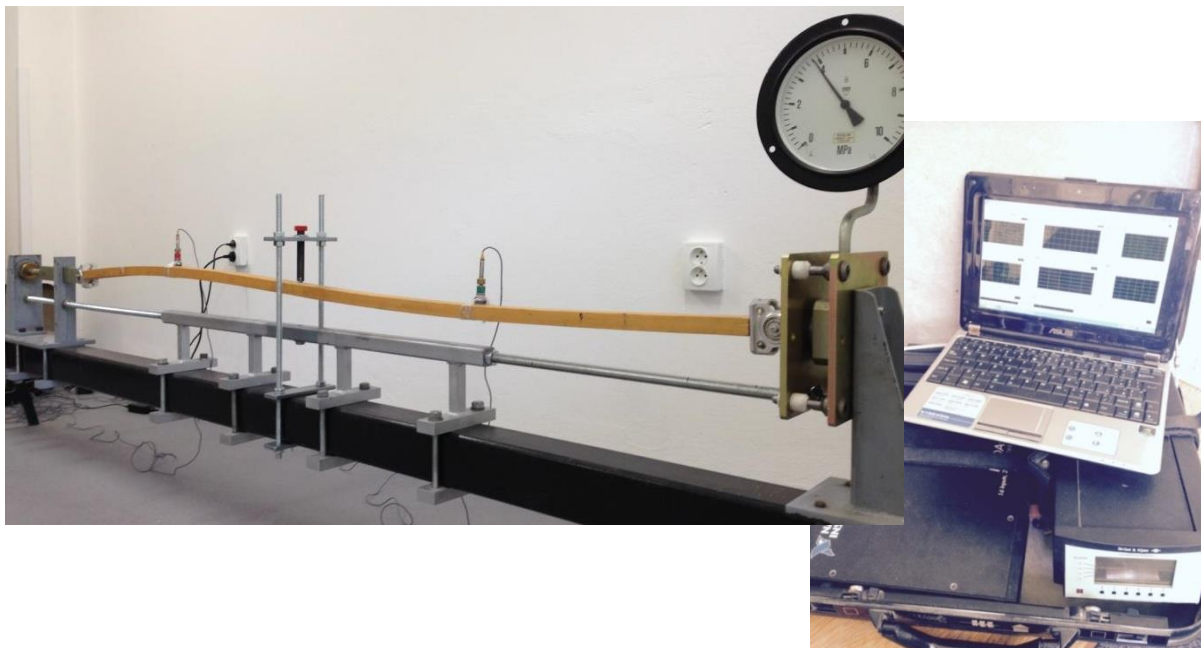
Obr. 6.1 Usporiadanie podpier pri spojitom nosníku

Pre teoreticko-numerickú analýzu takto upraveného spojitého nosníka bolo nutné urobiť špeciálnu doplnkovú úpravu vo výpočtovom programe. V prípade, ak premiestnenie dosiahlo zvolenú hodnotu (40 mm), tak sa pridala podpera. Vo výskume platí všeobecné pravidlo, že *dobrý výskum teórie konštrukcií je kombinácia teoretického, numerického a experimentálneho výskumu*. Pre skúšanie spojitého nosníka bolo nutné pripraviť špeciálne zariadenie pre realizáciu experimentu, ktoré bolo doplnené o strednú podperu. Jeho schéma je ukázaná na obrázku 6.2.



Obr. 6.2 Schéma zariadenia pre skúšku stability a kmitania spojitého nosníka

Priebeh skúšky spojitého nosníka spolu s meracou a vyhodnocovacou aparátúrou je na obrázku 6.3. Priehyby nosníka boli merané mechanickými priehybomerami.



Obr. 6.3 Pohľad na skúšku spojitého nosníka a meráciu a vyhodnocovaciu aparátúru

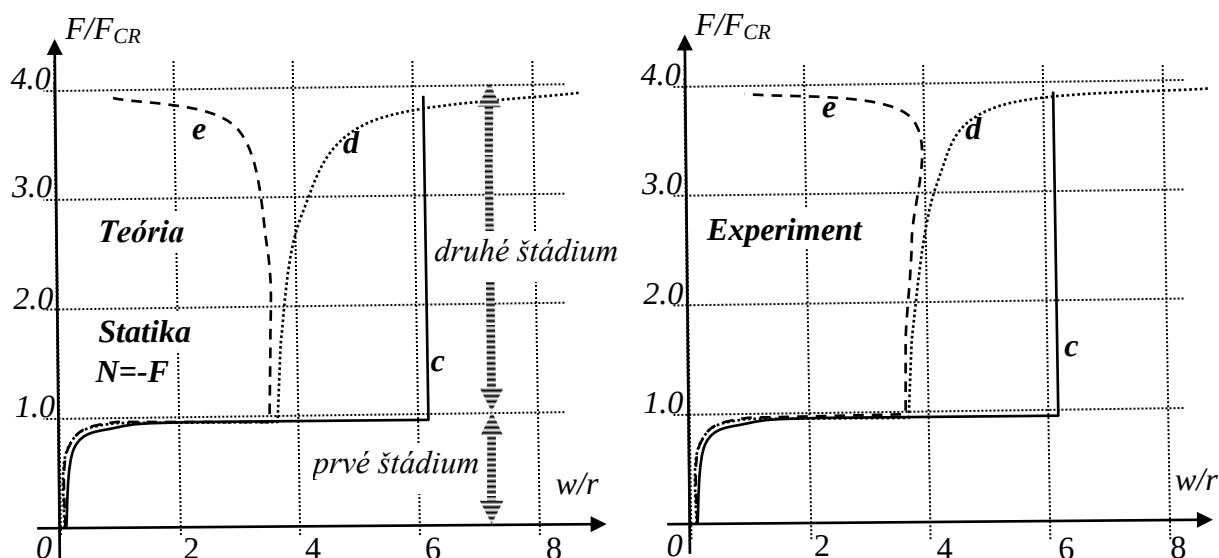
Postup experimentálnej skúšky bol nasledovný:

Najskôr sa presne premerali rozmery dreveného nosníka a kuchynskou váhou určila jeho váha. To umožnilo určiť objemovú hmotnosť. V prvom štádiu nosník pôsobil ako jednopolový jednoducho podporený nosník. Postupným pritáňovaním skrutky sa na koncovom manometri merala sila. Dalo sa postrehnúť, že nastala situácia, kedy rástla deformácia, ale nerástla už sila. Táto úroveň sily je vlastne Eulerova kritická sila, z ktorej bolo možné určiť modul pružnosti. Následne nameraná frekvencia bola v plnej zhode s teoretickou frekvenciou.

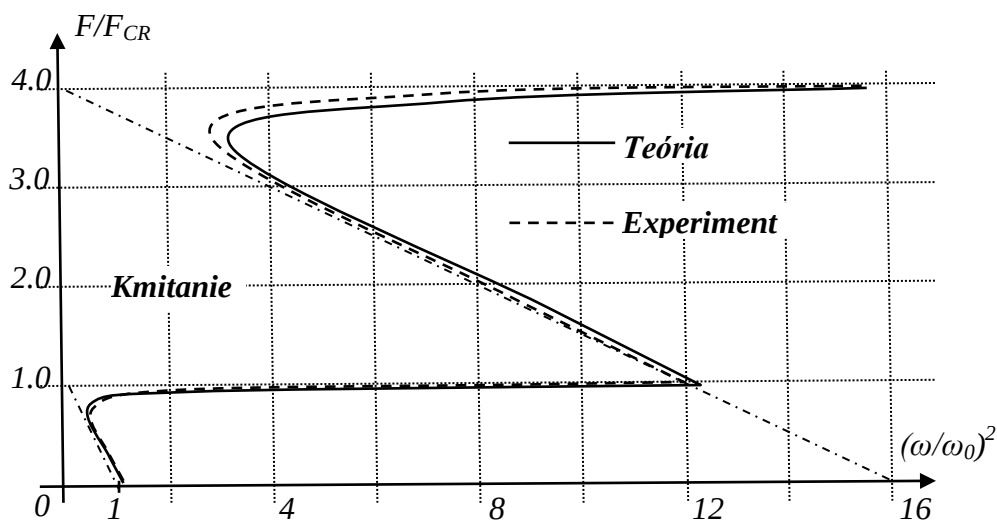
Postupne sa realizovalo pritáňovanie nosníka a merali sa deformácie a vlastná kruhová frekvencia, kde sme úderom do nosníka vyvodili impulz. Pre meranie frekvencie boli použité dva akcelerometrické snímače s príslušnou meracou a vyhodnocovacou aparátúrou, ktorá pozostávala z týchto častí (Obrázok 6.3):

- Akcelerometre
- Zosilovač
- Analógovo-digitálny prevodník
- PC so softwareom (LABVIEW)

Získané výsledky sú spracované na obrázkoch 6.4 a 6.5. Pre prehľadnosť boli výsledky spracované do bezrozmerných pomerných tvarov. Pri tomto spracovaní ešte viac vynikne dobrá zhoda teórie s experimentom.



Obr.6.4 Závislosť medzi zaťažením a deformáciou spojitého nosníka namáhaného osovou silou



Obr. 6.5 Závislosť medzi zaťažením a štvorcom vlastnej kruhovej frekvencie prúta

6.2 Zhodnotenie získaných výsledkov pre stabilitu a kmitanie spojitého nosníka

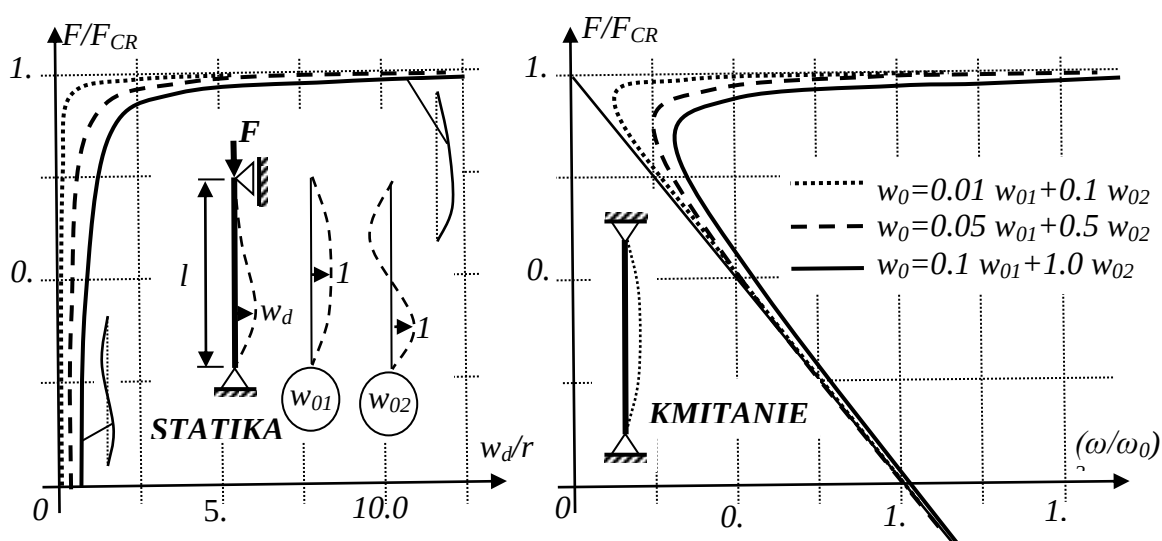
V prvom rade ide o dôkaz, že Eulerova teória pre vzper prúta je správna. Porovnávať teoreticky a numericky vyhodnotenú frekvenciu s frekvenciou nameranou na reálnej konštrukcii je základom pre skupinu nedeštruktívnych metód identifikácie vlastností, resp. kvality konštrukcií.

7. VPLYV TVARU ZAČIATOČNEJ DEFORMÁCIE NA STABILITU A KMITANIE PRÚTA

Ako úvodný krok do riešenia úloh stability je vhodné urobiť vyhodnotenie kritického zaťaženia, resp. kritickej sily. Kritické zaťaženie je vhodná miera pre posudzovanie úloh stability. S úlohami stability sa stretávame vo všetkých typoch a druhoch konštrukcií, ale hlavne v oceľových konštrukciách. Pod začiatočnou nedokonalosťou konštrukcie sa vo všeobecnosti rozumejú začiatočné deformácie, zvarové napätia, rozmerové tolerancie, nehomegenita materiálu i ďalšie vplyvy, ktoré odlišujú reálnu konštrukciu od ideálnej. V normových predpisoch pre výrobu a navrhovanie konštrukcií sa začiatočná deformácia zvykne definovať iba amplitúdou. Málo pozornosti sa venuje tvaru začiatočnej deformácie. Zaujímali nás preto ich vplyv na stabilitu a kmitanie prúta i plochého oblúka.

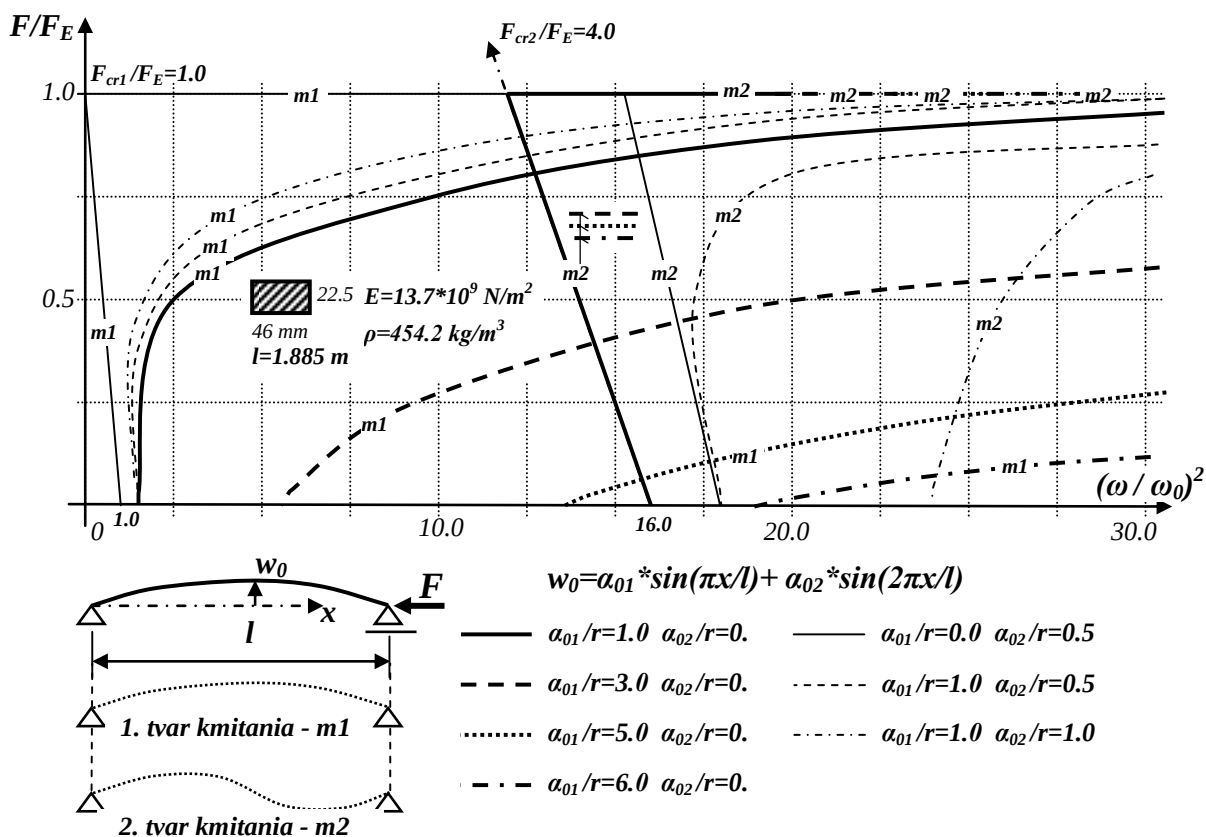
Pri analýze únosnosti prútov namáhaných tlakom je ako najnepriaznivejší tvar začiatočnej deformácie tvar zodpovedajúci vybočeniu prúta pri minimálnej kritickej sile. Pri vzpere prúta minimálne kritické zaťaženie je maximálne zaťaženie, ktoré môže pôsobiť na prút. Zaujímalo nás preto, či nie je možné sa dostať vhodnou voľbou začiatočnej deformácie prúta nad minimálne kritické zaťaženie.

Základným príkladom pre kombináciu stability a kmitania je prút klbovo podoprený a na koncoch zaťažený osovou silou. Už tento jednoduchý príklad upozorní na zložitosť daného problému tým, že ak chceme dostať výsledok zodpovedajúci realite, musíme v okamihu kmitania prúta uvažovať neposuvnú podperu. Získaný výsledok je spracovaný na obrázku 7.1. Ako zaujímavosť možno konštatovať, že aj keď má prút tvar začiatočnej deformácie 2. tvare, tvar kmitania je prvý.



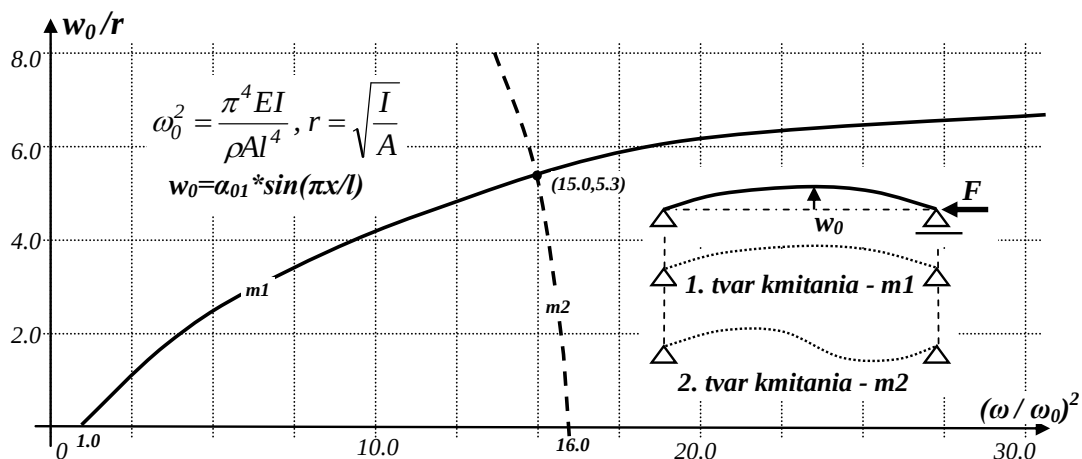
Obr. 7.2 Stabilita a kmitanie prúta pri začiatočnej deformácii v 2. tvare

Detailnejší rozbor vplyvu tvaru aj veľkosti začiatočnej deformácie na stabilitu a kmitanie prúta je prezentovaný na obrázku 7.2. Na to, aby prút kmital v 2. tvare, musí byť pomerne veľká začiatočná deformácie (hrubá bodkočiarkovaná čiara).



Obr. 7.2 Stabilita a kmitanie prúta pri rôznych tvaroch začiatočnej deformácie

Závislosť amplitúdy začiatočnej deformácie na štvorci vlastnej kruhovej frekvencie je spracovaná na obrázku 7.3. Vidíme, že ak je amplitúda začiatočnej deformácie vyššia ako $w_0 > 5.3 \cdot r$, prút bude kmitať v 2. tvare.



Obr. 7.3 Tvar kmitania pri vzpere prúta

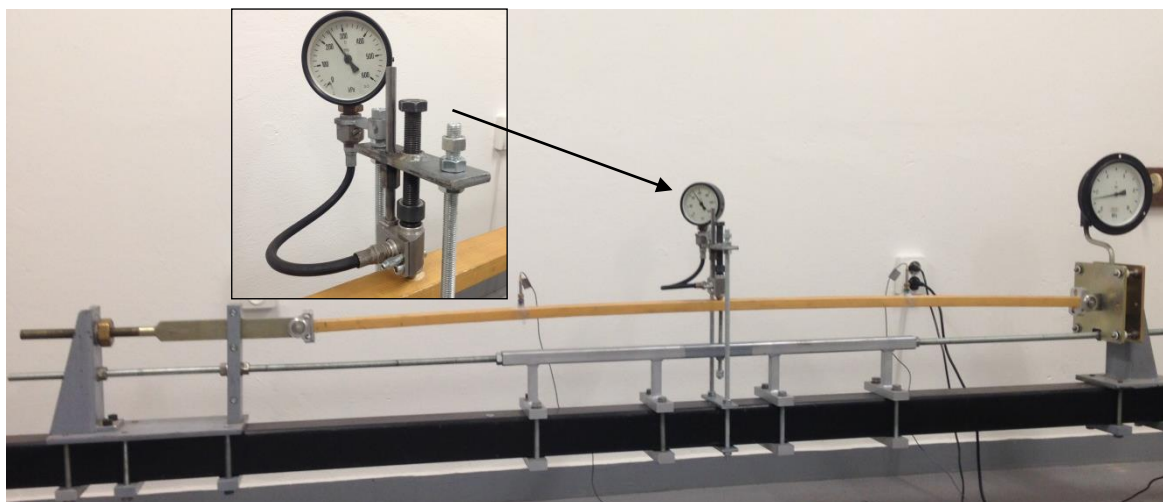
8. PRELOMENIE PLOCHÉHO OBLÚKA

8.1 Nosník von Misesa

Efekt prelomenia je jav, kedy konštrukcia skokovito zmení deformáciu. Nosník von Misesa je základný príklad pre prezentáciu tohto javu. Viacerí autori prezentujú tento príklad v analytickej podobe (Bažant-Cedolin, 1991; Ravinger 2012). Pridaním zotrvačných síl hmoty môžeme tento príklad extrapolovať do dynamiky a postaviť úlohu vlastnej kruhovej frekvencie v závislosti na hladine zaťaženia. Pripravený program NONLIN umožňuje realizovať komplexnú analýzu chovania sa nosníka von Misesa. V okamihu preskoku by mala byť frekvencia konštrukcie nulová. Pridanie pevnej podpory je ale proti tejto logike. Teória nám nedáva odpoveď ne definovanie frekvencie pri nestabilnej vetve riešenia. Prezentovaný príklad otvára veľkú skupinu problémov chovania sa konštrukcie, resp. závislosti vlastnej kruhovej frekvencie na zaťažení.

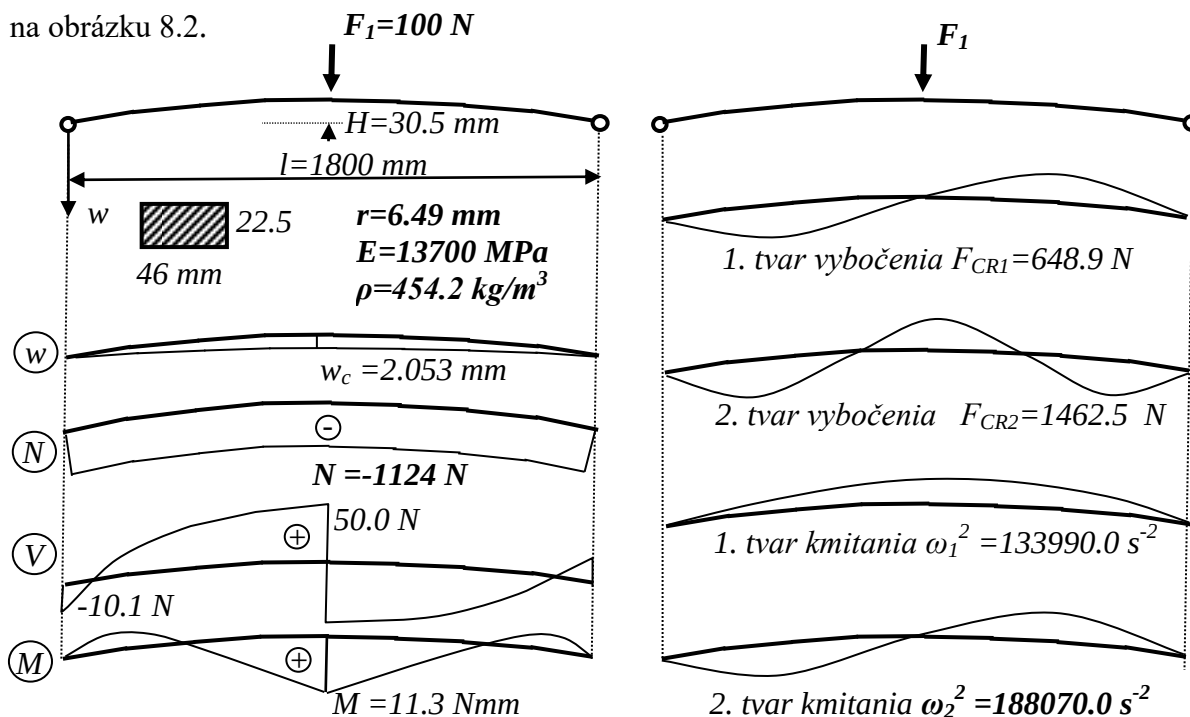
8.2 Meranie plochého oblúka zaťaženého sústredenou silou v strede

Realizovať experimentálny výskum pre nosník von Misesa by si vyžadovalo špeciálne upravené zariadenie. Vychádzajúc z dostupných zdrojov a podmienok sme sa rozhodli realizovať experimentálny výskum na plochom oblúku zaťaženom sústredenou silou v strede. Pre tento experiment bolo nutné zariadenie opísané v podkapitole 6.1 (Obrázok 6.2 a 6.3) doplniť o možnosť merania sily v strede nosníka (Obrázok 8.1).



Obr. 8.1 Pohľad na skúšku plochého oblúka zaťaženého silou v strede

Pri experimentálnom meraní sa pokračovalo nasledovným postupom. Využili sme drevený nosník, ktorý už bol použitý na experimentálne meranie ako prostý nosník a aj ako nosník s podperou v strede. Následne pôsobením osovej sily nosník vybočoval. Takto deformovaný nosník bol braný ako plochý oblúk, na ktorom sa realizovali aj základné teoretické výpočty použitím programov RAM, STAKL, STADYN. Výsledky sú prezentované na obrázku 8.2.

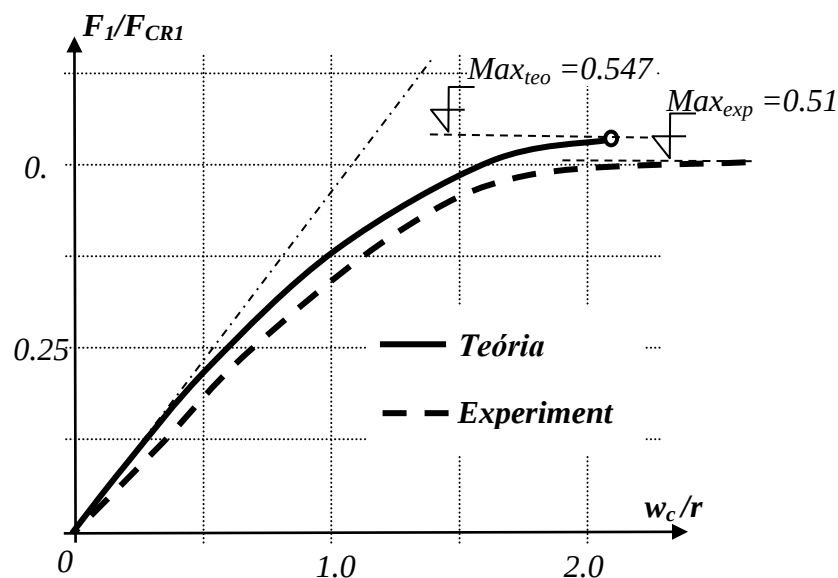


Obr. 8.2 Plochý oblúk: priehyb, vnútorné sily, kritické zaťaženia, vlastná kruhová frekvencia

Použitím zariadenia pre experimentálne meranie (Obrázok 8.1) bolo možné sledovať iba úvodnú časť závislosti zaťaženie-priehyb. Nebolo však možné zachytiť proces preskoku a ani mechanizmus chovania sa plochého oblúka po preskoku. Pod skrutkou generujúcou zaťaženie bola umiestnená iba dorazová skrutka, ktorá mala úlohu zabrániť celkovej deštrukcii.

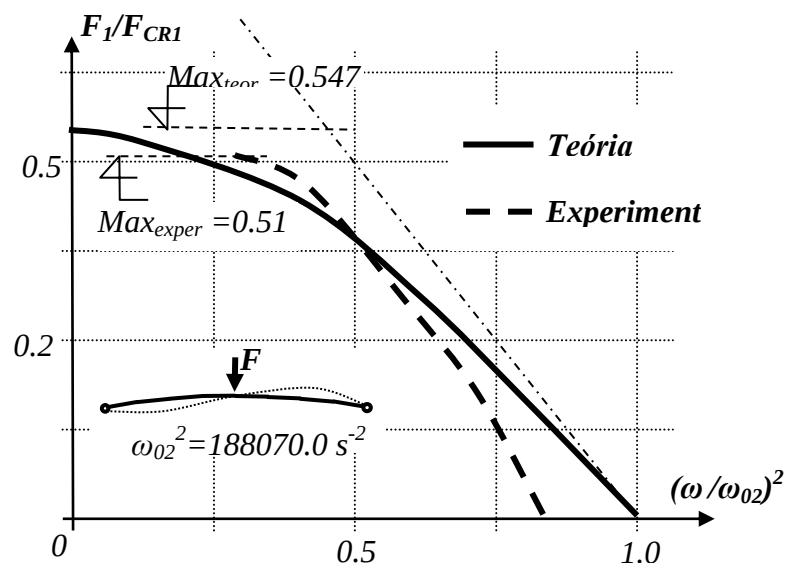
Metodika merania bola analogická postupu pre mechanizmus chovania sa spojitého nosníka (Kapitola 6). Už sledovanie úvodného štádia javu preskoku umožnilo získať zaujímavé výsledky. Ako zaujímavosť môžeme uviesť nasledovné zistenie. Veľký manometer umiestnený vpravo na obrázku 8.1 umožňoval určiť osoú silu. Ukázalo sa, že v okamihu preskoku bola osová sila rovná kritickej sile pre prút pôsobiaci ako spojitý nosník. Získané výsledky potvrdili jav, že pri preskoku je nulová tuhosť konštrukcie a teda i nulová vlastná kruhová frekvencia. Potvrdenie tohto javu experimentom treba považovať za vysoko hodnotný vedecký výsledok.

Prezentované merania (Obrázky 8.3 a 8.4) ukázali na vhodnosť pokračovať v danom výskume. Bolo by iste zaujímavé realizovať merania na oblúku s vyšším nadvýšením. Pripravené zariadenie by však nebolo schopné generovať vyššiu vertikálnu silu, a preto by najskôr bolo nutné vymeniť manometer, ktorý meria silu v strede.



Obr. 8.6 Závislosť zaťaženie – priehyb pre plochý oblúk

Obrázok 8.3 ukazuje závislosť medzi zaťažením a priehybom. Vlastná kruhová frekvencia je prezentovaná na obrázku 8.4. V oboch obrázkoch je urobené porovnanie teoretických a numerických výsledkov s výsledkami z experimentu.



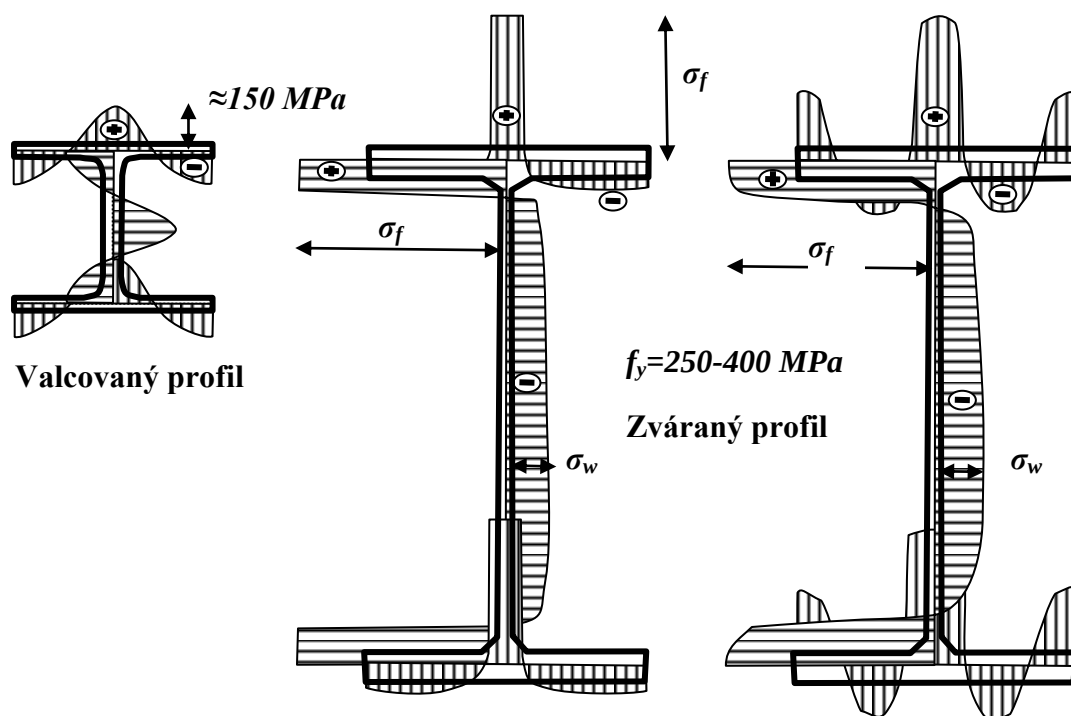
Obr. 8.4 Závislosť zaťaženie – štvorec vlastnej kruhovej frekvencie pre plochý oblúk

9. REZIDUÁLNE NAPÄTIA V ZVÁRANÝCH NOSNÍKOCH

Dôležitú úlohu pri riešení stability a kmitania konštrukcií zohrávajú tiež zvyškové napätia, ktoré majú veľký vplyv na správanie sa konštrukcií počas ich životnosti. V prípade tenkostenných ocelových konštrukcií zvyškové napätia majú vplyv na vlastnú kruhovú frekvenciu. Tento vzťah medzi vlastnou kruhovou frekvenciou a zvyškovými napätiami môže byť použitý ako základ pre prípravu nedeštruktívnych metód. Pri skúmaní a riešení zvyškových napätí sa používajú rozličné metódy meraní, ktoré sa odlišujú hĺbkou a použitými technikami pri ich meraní.

Pri výrobe ocelových konštrukcií a v dôsledku ich nerovnomerného chladnutia vznikajú zvyškové napätia. Tieto napätia dosahujú vysokých hladín hlavne pri zváraných konštrukciách. Zvyškové napätia v ocelových konštrukciách sú tak isto ako efekt prelomenia negatívnym fenoménom. Môžu mať za následok deformáciu konštrukcie a tiež môžu ovplyvňovať jej únosnosť i tuhosť.

V prípade valcovaných profilov zvyškové napätia nedosahujú vyššie hodnoty ako 150-200 MPa. Pri zváraných nosníkoch je v mieste zvaru ťahové napätie v úrovni medze klzu. Ak použijeme pre zváraný profil plameňom rezané pásnice, v mieste rezu nám vzniknú tak isto ťahové napätia. Zvyškové napätia sú po priereze v rovnováhe, a potom v závislosti na spôsobe realizácie zvaru môžu i tlakové napätia dosahovať vysokých hodnôt.

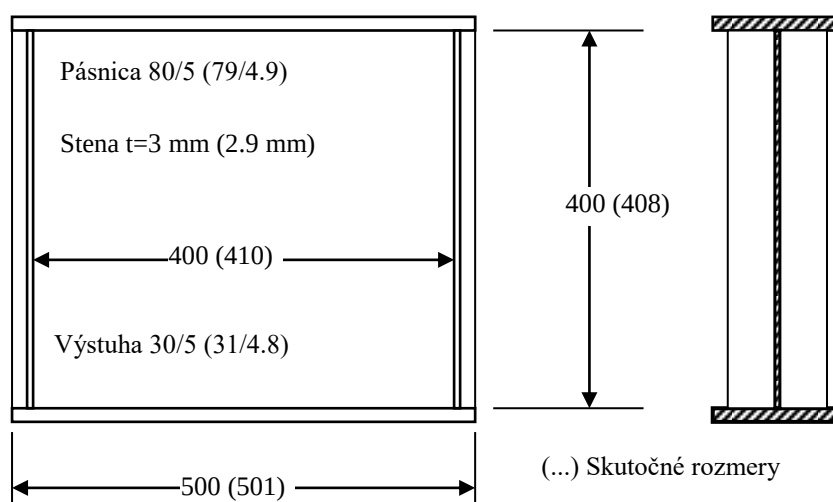


Obr. 9.1 Rozloženie reziduálnych napätí v nosníkoch prierezu I

9.1 Experiment – závislosť reziduálnych napätí a vlastnej kruhovej frekvencie

Závislosť vlastnej kruhovej frekvencie na zvyškových napätiach bola experimentálnym meraním overená už v minulosti (Ravinger, 1994).

Citlivosť vlastnej kruhovej frekvencie na zvyškových napätiach môže poslúžiť ako základ pre rozpracovanie nedeštruktívnej metódy pre určovanie hladiny zvyškových napätí v štíhlej stene, resp. v tenkostenných konštrukciách. Pre rozpracovanie tejto metódy je nutné overiť teoreticko-numerické výsledky experimentom. Obrázok 9.1 ukazuje rozmery zvoleného oceľového zváraného tenkostenného panelu.



Obr. 9.1 Rozmery tenkostenného panelu

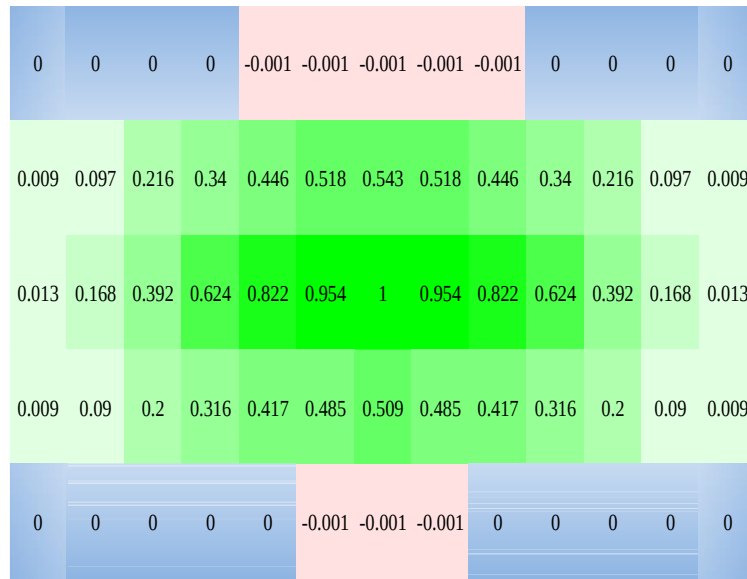
Použitím programu PANELSK1 sme urobili výpočty kritického zaťaženia tenkostenného panelu zaťaženého rovnomerným tlakom.

Kritické zaťaženie bolo vyhodnotené na $\sigma_{CR} = 56.53 \text{ MPa}$. Pre porovnanie tiež vypočítame Eulerovo kritické napätie pre klbovo podprený jednotkový pás:

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1-\nu^2)b^2} = \frac{\pi^2 * 210000 * 2.9^2}{12 * (1-0.3^2) * 408^2} = 9.59 \text{ MPa}$$

$$\text{Vyhodnotíme pomer } K = \frac{\sigma_{CR}}{\sigma_E} = \frac{56.53}{9.59} = 5.89 \text{ (u štíhlej steny klbovo podprenej je}$$

$K=4.0$). Na obrázku 9.2 je ukázaný tvar vybočenia.

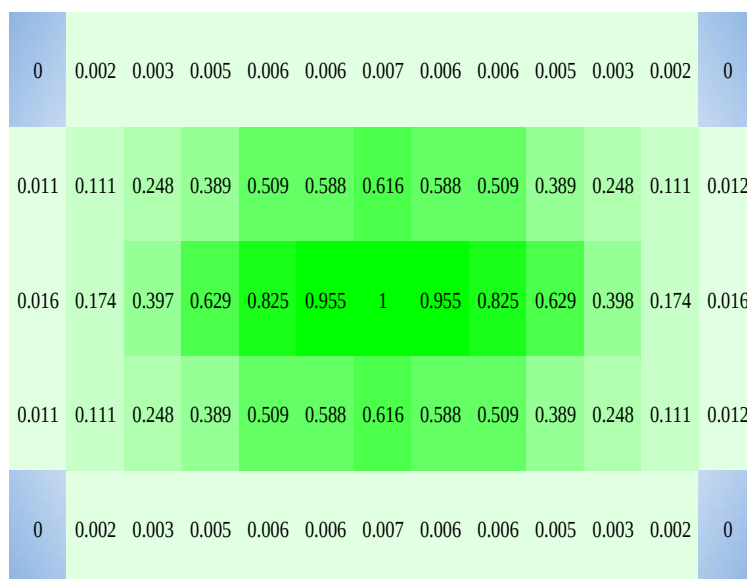


Obr. 9.2 Tvar vybočenia tenkostenného panelu namáhaného tlakom

Analogickým postupom bol vyhodnotený štvorec vlastnej kruhovej frekvencie $\omega^2 = 0.59202 \cdot 10^6 \text{ s}^{-2}$. Pre kĺbovo podoprenú štíhlu stenu je vlastná kruhová frekvencia daná

vzťahom:
$$\omega^2 = \frac{\pi^4 E t^2}{3b^4(1-\nu^2)\rho} = \frac{\pi^4 \cdot 210000 \cdot 10^6 \cdot 0.0029^2}{3 \cdot 0.408^4 \cdot (1-0.3^2) \cdot 7850} = 0.289 \cdot 10^6 \text{ s}^{-2}$$

Tak ako v prípade kritického zaťaženia, i v prípade vlastnej kruhovej frekvencie sa okrajové pásy prejavujú zvýšením tuhosti, a tým i vlastnej kruhovej frekvencie. Tvar kmitania (Obrázok 9.3) je takmer zhodný s tvarom vybočenia.



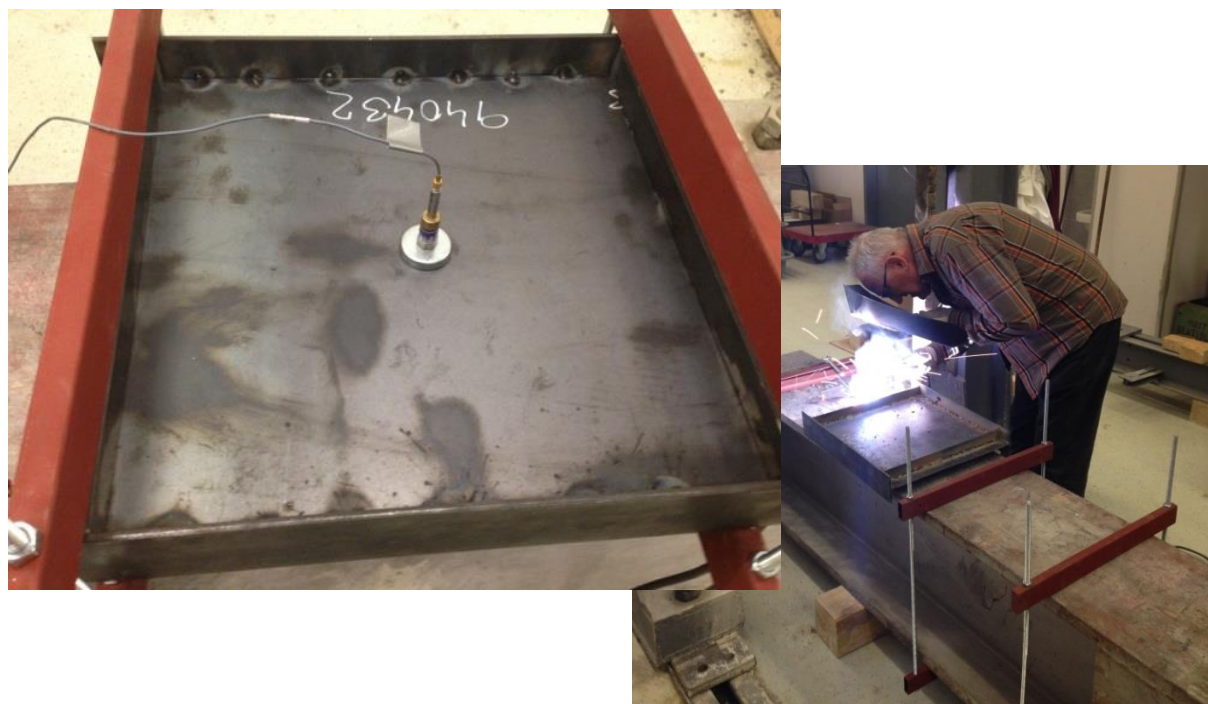
Obr. 9.3 Tvar kmitania tenkostenného panelu

Tenkostenný panel bol vyrobený tak, že stena s pásnicami bola spojená iba krátkymi zvarmi. Počas merania frekvencie bol tenkostenný panel prichytený na mohutný oceľový nosník. (Obrázok 9.4)



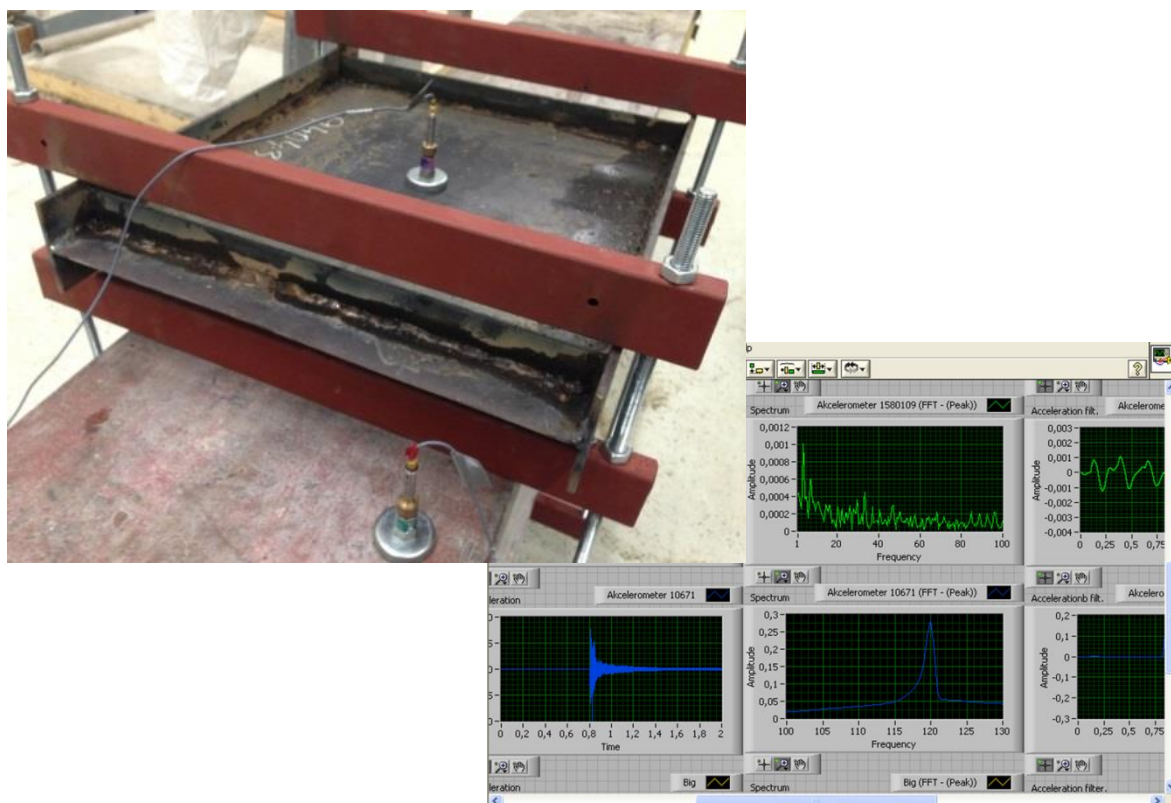
Obr. 9.4 Tenkostenný panel prichytený na mohutný oceľový nosník

Realizovalo sa prvé meranie frekvencie a následne sa pristúpilo k priváraniu steny na pásnice (Obrázok 9.5).



Obr. 9.5 Meranie frekvencie a zváranie tenkostenného panelu

Meranie frekvencie sa opakovalo, keď boli prizvárané iba rohové časti.



Obr. 9.6 Meranie frekvencií tenkostenného panelu

Meracia aparatúra udáva frekvencie v hertzoch [Hz] (Obrázok 9.15). Pri prezentácii výsledkov sme realizovali prepočet do hodnôt štvorcov vlastných kruhových frekvencií udávaných v $[s^{-2}]$ a upravili sme ich do pomeru s teoreticky vyhodnotenými frekvenciami. Výsledky udáva tabuľka 9.1.

Teoretická hodnota		$\omega_0 = 0.592 \cdot 10^6 \text{ s}^{-2}$
Úprava tenkostenného panelu	Nameraná frekvencia $f \text{ (Hz)}$	$(\omega/\omega_0)^2$
Bodový zvar	88	0.52
Zvarené rohy	94	0.59
Obvarený celý panel	80	0.43

Tab. 9.1 Meranie frekvencií tenkostenného panelu

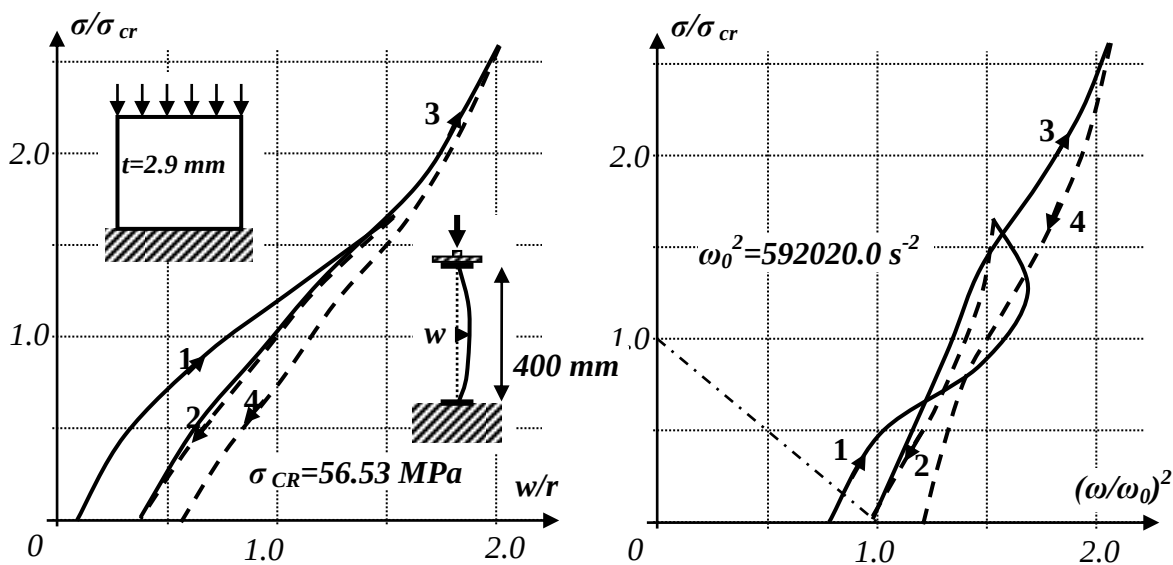
9.2 Tenkostenný panel namáhaný tlakom - experiment

Ako druhý typ experimentálneho merania sa pristúpilo k meraniu závislosti vlastnej kruhovej frekvencie na tlakovom napätí. Snaha bola vyvinúť rovnomerné tlakové namáhanie. Použité bolo zariadenie *Testometric materials testing machines* (Obrázok 9.7).



Obr. 9.7 Zariadenia použité počas experimentu

Získané výsledky sú spracované do nasledujúceho obrázku 9.17.



Obr. 9.8 Vybočovanie a kmitanie tenkostenného panelu

Závažný poznatok je ten, že zvarové napätia ovplyvňujú vlastnú kruhovú frekvenciu štíhlej steny. Zaujímavým výsledkom experimentu bolo, že aj pri prerušovaných zvaroch bola nameraná vlastná kruhová frekvencia nižšia ako frekvencia vyhodnotená teoreticky. Pripravený výpočtový model bol dostatočne presný, a teda vysvetlenie tohto javu treba hľadať v tom, že pásnice a hlavne tenká stena vyrobená valcovaním má v sebe vysokú hladinu zvyškových napätí. Tomuto javu je možné pripísať veľký rozdiel medzi teoretickým výsledkom a výsledkom z experimentu i pre príklad štíhlej steny namáhanej tlakom.

ZÁVER

Predložená práca začína úvodom do problémov stability a históriou. Zvláštnu hodnotu má súpis odborníkov zo Slovenska a Čiech, kde sa autor opieral hlavne o osobné kontakty svojho školiťa.

V redukovanej podobe je uvedená prírastková formulácia pre riešenie geometricky nelineárnych úloh. V práci sa nachádza aj súpis využívaných programov. Programy pre vyhodnotenie kritických síl a tvarov vybočení ako i pre vyhodnotenie štvorcov vlastnej kruhovej frekvencie a k nim zodpovedajúce tvary kmitania majú matematické pozadie v riešení problému vlastných hodnôt a vlastných vektorov. Program pre nelineárnu analýzu prúťových sústav sa opiera o Newton-Raphsonovu iteráciu. Osvojiť si tieto úvodné časti vyžadovalo vysoko náročné štúdium. Autor predloženej dizertačnej práce nadväzoval na práce svojho školiťa, avšak v mnohých príkladoch a hlavne výpočtových programoch bolo nutné urobiť množstvo zmien.

Postupne sa pristúpilo k aktívnemu riešeniu problémov stability a kmitania konštrukcií. Mechanizmus pôsobenia spojitého nosníka a jeho väzby na vlastnú kruhovú frekvenciu dávajú dobrý základ pre rozpracovanie nedeštruktívnych metód skúmania konštrukcií. Pri výskume sme sa stretli s rôznymi zaujímavosťami. Jednou z nich je to, že ak má konštrukcia počiatočný tvar deformácie vyšší, kmitať bude v 1. tvare. Zaujímavý je aj príklad kmitania prúta, kde musí byť veľká začiatková deformácia, aby prút kmital v 2. tvare.

Venovali sme sa aj problematike prelomenia, resp. preskoku vybočujúcej plochy. Toto je negatívny jav v mechanizme pôsobenia plochých oblúkov, plochých škrupín a tenkostenných konštrukcií všeobecne. Okamih preskoku definuje bifurkačný bod. V predloženej práci sa sledovala závislosť vlastnej kruhovej frekvencie a bifurkačného bodu. Experimentom sa podarilo potvrdiť, že v okamihu preskoku je vlastná kruhová frekvencia sústavy nulová.

Záverečná kapitola venuje pozornosť reziduálnym (zvyškové, zvarové) napätiam, ktoré obsahuje každá oceľová konštrukcia. V práci je ukázané, že pri staticky určitých prúťových sústavách zvarové napätia neovplyvňujú vlastnú kruhovú frekvenciu. Ak ale hovoríme o štíhlej stene alebo tenkostennom paneli, zvarové napätia majú vplyv na vlastnú kruhovú frekvenciu. Tento jav bol preukázaný teoreticko-numerickým výpočtom a bol overený i experimentom. Realizovanie experimentálneho merania frekvencií tenkostenného panelu pri rôznych hladinách zvarových napätí je jedným z najhodnotnejších výsledkov.

LITERATÚRA

ALPSTEN, G. A. - TALL L.: 1970, *Residual Stresses in Heavy Welded Shapes*, Welding Research Supplement, ISSN (Online) 0043-2296, p. 93-115.

BAŽANT, P. - CEDOLIN, L.: 1991, *Stability of Structures - Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories*. New York : Oxford University Press, s. 985 ISBN 0-19-505529-2.

BAŽANT, P.: 2000, *Structural Stability*, International Journal of Solids and Structures, ISSN (Online) 0020-7683, Vol. 37, p. 55-67.

BOLOTIN, V. V.: 1964, *The Dynamic Stability of Elastic System*, Journal of The Franklin Institute, Holden Day, San Francisco, ISSN (Online) 0016-0032.

BUDIANSKY, B. - HUTCHINSON J.W.: 1964, *Dynamic buckling of imperfection-sensitive structures*. In: Proc 12th International Congress of Applied Mechanics, Munich, p. 636-651, ISBN 978-3-662-29364-5.

EULER, L.: 1744, *Methodus Inveniendi Lineas Curvas Maximi Minimive Proprietate Gaudentes*, (Appendix, De Curvis Elasticis), Macrum Michaelem Bosquet, Laussane & Geneva.

EULER, L.: 1749, *Scientia Navalis seu tractatus de construendis ac dirigendis*, Volumes 1 and 2, Academiae Scientiarum, St. Petersburg.

CHALUPA, A.: 1976, *Vliv vlastních pnutí na boulení sten svařovaných nosníků*. TZ Ocelové konstrukce, Vítkovice, Vol. 2, s. 33-40.

JIAO X. - ZHAO L.: 2003, *Imperfection, Residual Stress and Yield Slenderness Limit of Very High Strength Steel Tubes*, Journal of Constructional Steel Research, ISSN (Online) 0143-974X, Vol. 59, No. 2, p. 233-249.

KÁRMÁN, T. - SECHLER, E.E - DONNEL, L.H.: 1932, *The strength of thin plates in compression*, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, ISSN (Online) 0021-8936, Vol. 54 (2), p. 53-58.

LEINE, R.I.: 2010, *The historical developement of classical stability concepts: Lagrange, Poisson and Lyapunov stability*, Nonlinear Dynamics, Vol. 59, ISSN (Online) 1573-269X, p. 173-182.

LOCK, M.: 1966, *Snapping of a shallow sinusoidal arch under a step pressure load*, AIAA J, ISSN (Online) 0001-1452, EISSN: 1533-385X , Vol. 4 (7), p. 1249–1256.

LOCK, M.H.: 1967 December, *A Study of Buckling and Snapping Under Dynamic Load*, Los Angeles Air Force Station, TR-0158(3240-30)-3.

LOCK, M.: 1968, *Experiments on the snapping of a shallow dome under a step pressure load*, AIAA J., ISSN (Online) 0001-1452, ISSN (Online) 1533-385X, Vol. 6 (7), p. 1320–1326.

NAGYOVÁ, M. - RAVINGER, J.: 2010, *Stability and Vibration of Columns*. In Engineering research: Sixth international PHD & DLA symposium, Hungary, University of Pécs, s.71. ISBN 978-7298-40-0.

OSGOOD, W.R.: 1951, *The effect of residual stress on column strength*, In Proc. 1st U.S. National Congress of Applied Mechanics: Held at Illinois Institute of Technology, OCLC 271044331, p. 415.

POVAŽAN, J.: 1976, *Meranie zvyškových napätí – Optimalizácia tenkostenných zvaraných nosníkov*. Správa VÚZ Bratislava, P-201-4/152.

PSOTNÝ, M.: 2004. *Stabilné a nestabilné vetvy v riešení geometricky nelineárnych úloh*. Bratislava: Nakladateľstvo STU, s. 103, ISBN 80-227-2044-5.

PSOTNÝ, M. - RAVINGER, J.: 2003, *Von Misses Truss with Imperfection*. Slovak Journal of Civil Engineering, ISSN (Online) 1338-3973, No. 2, s. 1-7.

PSOTNÝ, M. - RAVINGER, J.: 2007, *Post-Buckling Behaviour of Imperfect Slender Web*, Engineering Mechanics, ISSN (Online) 1805-4633, Vol. 14, No. 6, s. 423-431.

RAVINGER, J.: 1990, *Programy - Statika, stabilita a dynamika stavebných konštrukcií*, Alfa, Bratislava, s. 288, ISBN 80-05-00090-1.

RAVINGER, J.: 1994, *Vibration of Imperfect Thin-Walled Panel. Part 1: Theory and Illustrative Examples. Part 2: Numerical Results and Experiment*. Thin-Walled Structures. ISSN (Online) 0263-8231, Vol. 19, No. 1, p. 1-36.

RAVINGER, J.: 2012, *Stability & Vibration*, STU Bratislava, Vydavateľstvo STU, s. 135, ISBN 978-80-227-3703-6.

RAVINGER, J. - KLEIMAN, P.: 2002, *Natural Vibration of Imperfect Columns and Frames*, Building Research Journal, ISSN 1335-8863, Vol. 50, No. 1, p. 49-68.

RAVINGER, J. - SOKOL, M.: 1994, *Dynamic Post-Buckling Behaviour of Slender Web Subjected to Impulse Load*. Building Research Journal, ISSN 1335-8863, Vol. 42, No 1, p. 1-14.

RAVINGER, J. - SOKOL, M.: 1996, *Statics and Dynamics of Snap-Through Effects of Slender Webs*, Slovak Journal of Civil Engineering, ISSN (Online) 1338-3973, Vol. IV, No. 3-4, 33-39.

SOKOL, M.: 1993, *Statika a dynamika preskokov štíhlych stien*, dizertačná práca, Bratislava.

TIMOSHENKO, S. P. - GERE, J.M.: 1961, *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill, New York, p. 541, (2009), ISBN 978-0486472072.

VOLMIR, A.S.: 1972, *Nelinejnaja dinamika plastinok i oboloček*. (Non-Linear Dynamic of Plates and Shells), Nauka, Moskva.

WEDEL-HEINEN, J.: 1991, *Vibration of Geometrically Imperfect Beam and Shell Structures*, International Journal of Solids and Structures, ISSN (Online) 0020-7683, Vol. 27, No 1, p. 29-47.

YANG, C.H. - BEEDLE, L.S. – JOHNSTON, B.G.: 1952, *Residual stress and the yield strength of steel beams*, Welding Journal, ISSN 0043-2296, Vol. 31 (4), p. 205-229.

* úplný zoznam literatúry je prezentovaný v dizertačnej práci

ZOZNAM PUBLIKOVANÝCH PRÁC AUTORA

ADE Vedecké práce v ostatných zahraničných časopisoch

RAVINGER, Ján - ŠNIRC, Ľuboš. Osová sila a ohyb prúta. In *Konstrukce*. Roč. 15, č. 2 (2016), s. 89-96. ISSN 1213-8762 (print).

AFC Publikované príspevky na zahraničných vedeckých konferenciách

PAPADIMITRIOU, Eirini - ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Stability of Thermo-Steel Panels. In *14th International Scientific Conference VSU'2014. Volume II.: Proceedings. Sofia, Bulgaria, 5. - 6. 6. 2014*. Sofia : University of Structural Engineering and Architecture "L.Karavelov", 2014, P. 161-166. ISSN 1314-071X.

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Residual Stresses in Steel Plate Girders. In *14th International Scientific Conference VSU'2014. Volume II. : Proceedings. Sofia, Bulgaria, 5. - 6. 6. 2014*. Sofia : University of Structural Engineering and Architecture "L.Karavelov", 2014, P. 155-160. ISSN 1314-071X.

ŠNIRC, Ľuboš. Residual Stress Measurement Methods = Metódy merania zvyškových napätí. In *Juniorstav 2015 : 17. odborná konferencia doktorského studia. Brno, ČR, 29. 1. 2015 [elektronický zdroj]*. 1. vyd. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2015, CD-ROM, [6] s. ISBN 978-80-214-5091-2.

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Stabilita a kmitanie spojitého nosníka s imperfekciou. In *Modelování v mechanice 2015 [elektronický zdroj]: sborník příspěvků vědecké konference. Ostrava, ČR, 28. - 29. 5. 2015*. 1. vyd. Ostrava : Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2015, CD-ROM, [6] s. ISBN 978-80-248-3756-7.

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Vplyv tvaru začiatkovej deformácie na stabilitu a kmitanie prúta. In *Spolehlivost konstrukcí 2016 & Modelování v mechanice 2016 [elektronický zdroj] : sborník příspěvků vědecké konference. Ostrava, ČR, 26. - 27. 5. 2016* = Structural Reliability 2016 & Modelling in Mechanics 2016, proceedings of conference. 1. vyd. Ostrava : Vysoká škola báňská-Technická univerzita Ostrava, Fakulta stavební, 2016, USB klíč, [6] s. ISBN 978-80-248-3918-9.

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Stability and Vibration of Imperfect Beam – Laboratory Experiments. In *XVI Meždunarodna naučna konferencija VSU'2016 : dokladi. Tom I. Sofia, Bulgaria, 9. - 10. 6. 2016* = 16-th International scientific conference VSU'2016, proceedings. Volume I. Sofia, Bulgaria, 9. - 10. 6. 2016. 1. vyd. Sofia : University of Structural Engineering and Architecture (VSU) "L. Karavelov", 2016, S. 324-329. ISSN 1314-071X.

ŠNIRC, Ľuboš - GRMANOVÁ, Alžbeta - RAVINGER, Ján. Dynamic Post-Buckling Behaviour. In *Modelování v mechanice 2017 [elektronický zdroj]: sborník příspěvků vědecké konference. Ostrava, ČR, 19. - 20. leden 2017* = Modelling in mechanics 2017, proceedings of scientific conference. 1. vyd. Ostrava : Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2017, CD-ROM, [18] s. ISBN 978-80-248-4010-9.

AFD Publikované príspevky na domácich vedeckých konferenciách

RAVINGER, Ján - ŠNIRC, Ľuboš. Sendvičové a termooceľové panely. In *New Trends in Statics and Dynamics of Buildings [elektronický zdroj] : proceedings of 12th International Conference. Bratislava, SR, 16. - 17. 10. 2014. 1. vyd. Bratislava : Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2014, CD ROM, [7] s. ISBN 978-80-227-4259-7.*

RAVINGER, Ján - ŠNIRC, Ľuboš. Using Thermo-Steel Panels as Wall Bearing Structure. In *Applied Mechanics and Materials : Trends in Statics and Dynamic of Construction - selected, peer reviewed papers from the 12th International Conference, Bratislava, SR, 16.-17. 10. 2014. Vol. 769, s. 302-307. ISSN 1660-9336.*

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Vibration of imperfect slender web. In *New Trends in Statics and Dynamics of Buildings : proceedings of 11th International Conference. Bratislava, SR, 3. - 4. 10. 2013. 1. vyd. Bratislava : Slovak University of Technology, 2013, s.221-224. ISBN 978-80-227-4040-1.*

ŠNIRC, Ľuboš - NAGYOVÁ, Monika - RAVINGER, Ján. Efektívna šírka trapézového plechu. In *Statika stavieb 2014 : zborník príspevkov z 19. konferencie. Piešťany, SR, 13. - 14. 3. 2014. 1. vyd. Bratislava : Spolok statikov Slovenska, 2014, s. 107-110. ISBN 978-80-89655-03-8.*

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Stability and vibration of imperfect column and slender web. In *Structural and Physical Aspects of Civil Engineering [elektronický zdroj] : 2nd International Conference. Proceedings. Štrbské Pleso, SR, 27.-29.11.2013. Žilina : Technická univerzita, 2013, s.[4] p. ISBN 978-80-553-1488-4.*

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Stability and Vibration of Imperfect Column and Slender Web. In *Advanced Materials Research : 2nd International Conference on Structural and Physical Aspects of Civil Engineering, SPACE 2013, Vysoké Tatry, SR, 27. - 29. 11. 2013. Vol. 969, (2014), s. 328-331. ISSN 1022-6680.*

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Vplyv reziduálnych napätí na priehyb oceľových nosníkov. In *New Trends in Statics and Dynamics of Buildings [elektronický zdroj] : proceedings of 12th International Conference. Bratislava, SR, 16. - 17. 10. 2014. 1. vyd. Bratislava : Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2014, CD ROM, [7] s. ISBN 978-80-227-4259-7.*

ŠNIRC, Ľuboš. Comparison of residual stress measurement methods. In *Advances in architectural, civil and environmental engineering [elektronický zdroj] : 24rd Annual PhD Student Conference on Architecture and Construction Engineering, Building Materials, Structural Engineering, Water and Environmental Engineering, Transportation Engineering, Surveying, Geodesy, and Applied Mathematics. 1. vyd. Bratislava : Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2014, CD-ROM, s. 124-129. ISBN 978-80-227-4301-3.*

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Investigation of Residual Stresses in Thin-Walled Structure and Slender Web. In *Applied Mechanics and Materials : Trends in Statics and Dynamic of Construction - selected, peer reviewed papers from the 12th International Conference, Bratislava, SR, 16. - 17. 10. 2014. Vol. 769, (2015), s. 153-158. ISSN 1660-9336.*

ŠNIRC, Ľuboš. Experimentálne overovanie stability a kmitania nosníka s imperfekciou. In *Advances in architectural, civil and environmental engineering [elektronický zdroj] : 25rd Annual PhD Student Conference on Architecture and Construction Engineering, Building Materials, Structural Engineering, Water and Environmental Engineering, Transportation Engineering, Surveying, Geodesy, and Applied Mathematics*. Bratislava, SR, 28. 10. 2015. 1. vyd. Bratislava: Slovenská technická univerzita Bratislava, 2015, CD-ROM, s.132-137. ISBN 978-80-227-4514-7.

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Vplyv osovej sily na ohybovú tuhosť. In *Statika stavieb 2016 : zborník príspevkov z 21. konferencie*. Piešťany, SR, 10. - 11. 3. 2016. 1. vyd. Bratislava : Spolok statikov Slovenska, 2016, S. 158-163. ISBN 978-80-89842-00-1.

ŠNIRC, Ľuboš - NAGYOVÁ, Monika - RAVINGER, Ján. Self-Supporting Form for the Production of Prestressed Concrete Prefabricates. In *Applied Mechanics and Materials [elektronický zdroj] : Trends in Statics and Dynamics of Construction II. Selected, peer reviewed papers from the 13th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings*, Bratislava, SR, 15. - 16. 10. 2015. Vol. 837, (2016), CD-ROM, s. 113-120. ISSN 1660-9336.

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Statics and Dynamics of Snap-Through Effect. In *SPACE 2016. Structural and Physical Aspects of Construction Engineering [elektronický zdroj] : 3rd International Conference. Proceedings. High Tatras, Štrbské Pleso, Slovakia, November 9 - 11, 2016*. 1. vyd. Košice: Technical University of Košice, 2016, CD-ROM, [2] s. ISBN 978-80-553-2643-6.

ŠNIRC, Ľuboš. Efekt preskoku stĺpov a nosníkov. In *New Trends in Statics and Dynamics of Buildings [elektronický zdroj]: conference proceedings. 14th International Conference*. Bratislava, Slovakia, 13.-14. 10. 2016. 1. vyd. Bratislava : Slovak University of Technology in Bratislava, 2016, CD-ROM, [6] s. ISBN 978-80-227-4613-7.

ŠNIRC, Ľuboš. Vplyv začiatkovej imperfekcie na stabilitu a kmitanie pri efekte preskoku. In *Advances in Architectural, Civil and Environmental Engineering [elektronický zdroj] : 26th Annual PhD Student Conference on Architecture and Construction Engineering, Building Materials, Structural Engineering, Water and Environmental Engineering, Transportation Engineering, Surveying, Geodesy, and Applied Mathematics*. 26. October 2016, Bratislava. 1. vyd. Bratislava: STU v Bratislave, 2016, CD-ROM, s. 117-122. ISBN 978-80-227-4645-8.

ŠNIRC, Ľuboš - GRMANOVÁ, Alžbeta - RAVINGER, Ján. Vybrané príklady stability a plasticity. In *Statika stavieb 2017 : zborník príspevkov z 22.konferencie*. Piešťany, SR, 16. - 17. 3. 2017. 1. vyd. Bratislava : Spolok statikov Slovenska, 2017, S. 116-121. ISBN 978-80-89655-09-0.

BEE Odborné práce v zahraničných zborníkoch (konferenčných aj nekonferenčných)

ŠNIRC, Ľuboš - RAVINGER, Ján. Snap-Through Effect in Shallow Arch. In *13th International scientific conference VSU'2013. Vol.1, Proceedings. Sofia, Bulgaria, 6.-7.6.2013*. Sofia : L.Karavelov Civil engineering higher school Sofia, 2013, s.247-252.