

Margita Vajsáblová

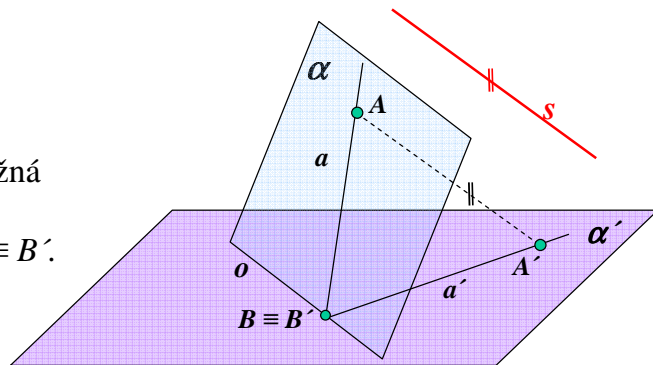
Perspektívna (osová) afinita

Perspektívna afinita roviny α na rovinu α'

Definícia 1: Nech α a α' sú dve rôzne roviny a s je priamka, ktorá nie je rovnobežná so žiadnou z rovín α a α' . Zobrazenie, ktoré každému bodu $A \in \alpha$ priradí bod $A' \in \alpha'$, kde $AA' \parallel s$, nazývame **perspektívna afinita roviny α na rovinu α'** .

s – smer afinity

$\alpha \cap \alpha' = o$ – **os afinity** (silne samodružná priamka), každý jej bod sa zobrazuje sám na seba, $B \equiv B'$.



Poznámky: - Afinne združené priamky, t. j. a , a' sa pretínajú na osi afinity:

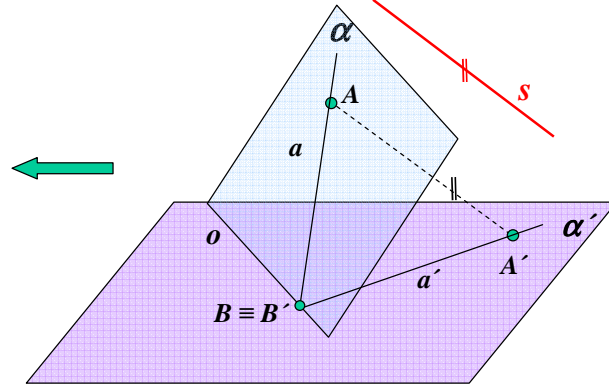
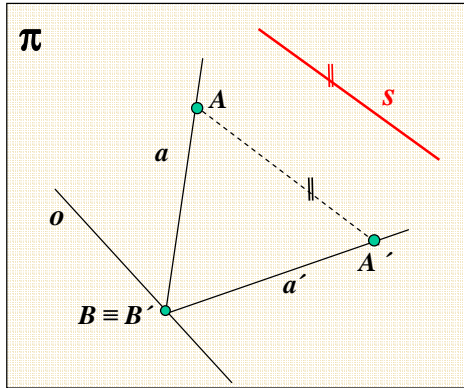
$$a \cap a' \in o$$

- Perspektívna afinita $\alpha \rightarrow \alpha'$ je bijekcia.

Perspektívna afinita roviny π na seba

Definícia 2: Perspektívna afinita roviny π na seba je bijekcia $\pi \rightarrow \pi$ s vlastnosťami:

1. bodu $A \in \pi$ priradí bod $A' \in \pi$, kde $AA' \parallel s$ – *smerom afinity*,
2. ak 3 body ležia na jednej priamke, potom aj ich obrazy ležia na jednej priamke,
3. existuje jedna silne samodružná priamka – *os afinity*.



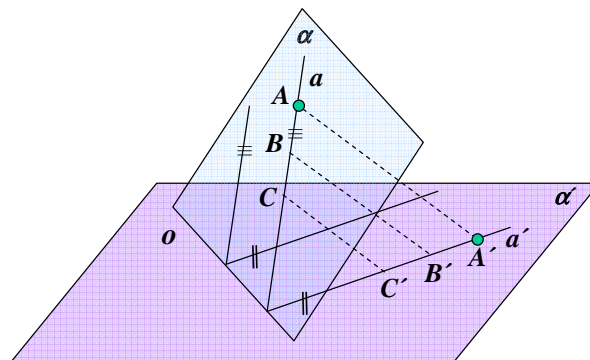
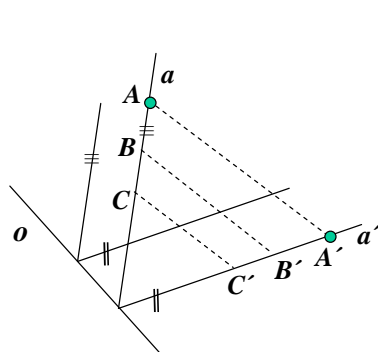
Poznámka: Rovnobežným priemetom perspektívnej afinity roviny α na rovinu α' do roviny π je perspektívna afinita roviny π na seba vtedy, ak priemetom žiadnej z rovín α a α' nie je priamka.

Vlastnosti perspektívnej afinity

Veta 1: Perspektívna afinita roviny π na seba (perspektívna afinita roviny α na rovinu α') zachováva:

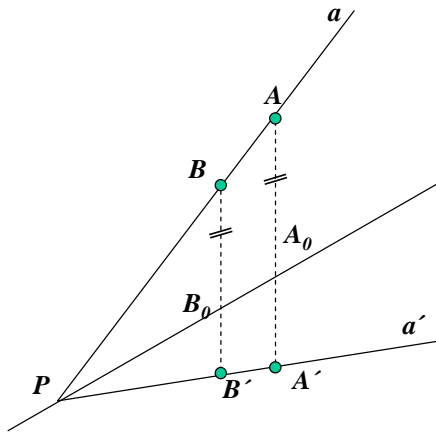
1. kolinearitu 3 bodov na priamke,
2. deliaci pomer 3 bodov na priamke,
3. rovnobežnosť dvoch priamok.

Poznámka: Veta je dôsledkom vlastností rovnobežného premietania.



Charakteristika perspektívnej afinity

Veta 2: Majme perspektívnu afinitu roviny π na seba, ktorej osou je priamka o a bod $A \rightarrow A'$, teda smer afinity je AA' . Nech $AA' \cap o = A_0$, potom platí, že deliaci pomer $k = (A', A; A_0)$ je konštantný pre všetky body $A \in \pi, A \notin o$ a nazývame ho **charakteristika perspektívnej afinity**.



Dôkaz: ž

B je ľubovoľný bod roviny π , ktorý neleží na osi o ,
nech $P = AB \cap o$.

$$\Delta PB_0B \approx \Delta PA_0A \Rightarrow$$

$$\frac{BB_0}{AA_0} = \frac{PB_0}{PA_0}$$

$$\Delta PB_0B' \approx \Delta PA_0A' \Rightarrow$$

$$\frac{B'B_0}{A'A_0} = \frac{PB_0}{PA_0}$$

$$\text{teda } \frac{BB_0}{AA_0} = \frac{B'B_0}{A'A_0} \Rightarrow \frac{A'A_0}{AA_0} = \frac{B'B_0}{BB_0} = k$$

Zobrazovacie rovnice perspektívnej afinity

Veta 3: V súradnicovej sústave $[O, x, y]$ majme perspektívnu afinitu roviny π na seba, ktorej osou je $o \equiv x$ a bod $A[0, 1] \rightarrow A'[\alpha, \beta]$, $\beta \neq 0$, potom obrazom ľubovoľného bodu $B[x, y]$ je $B'[x', y']$ a platí:

$$\begin{cases} x' = x + \alpha y, \\ y' = \beta y, \end{cases}$$

čo sú **zobrazovacie rovnice perspektívnej afinity** roviny na seba.

