

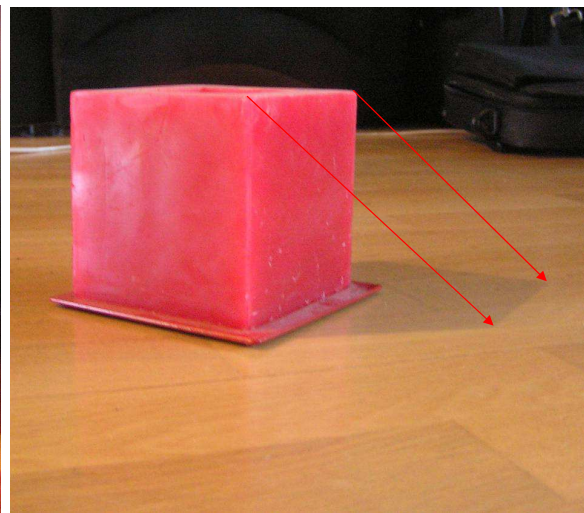
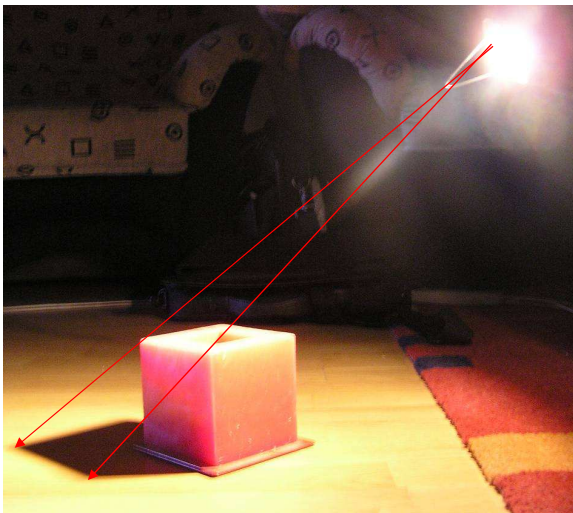
Margita Vajsáblová

Rovnobežné premietanie

Premietanie

stredové

rovnobežné



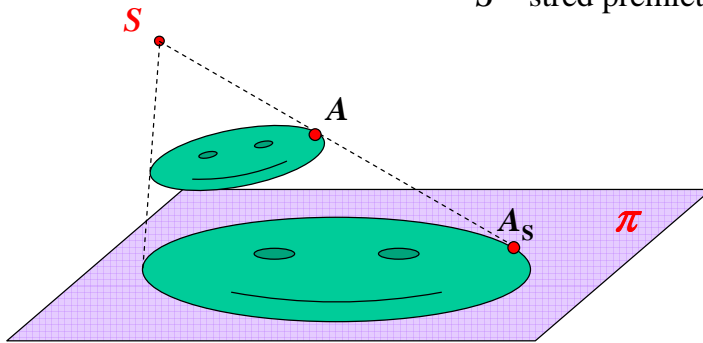
Stredové premietanie

Definícia 1: Stredové premietanie je zobrazenie $f: (\mathbf{E}_3 - \{S\}) \rightarrow \pi$, kde $S \notin \pi$, ktoré každému bodu $A \in \mathbf{E}_3 - \{S\}$ priradí bod $A_S \in \pi$, kde

$$A_S = SA \cap \pi.$$

π – priemetňa,

S – stred premietania, $S \notin \pi$.



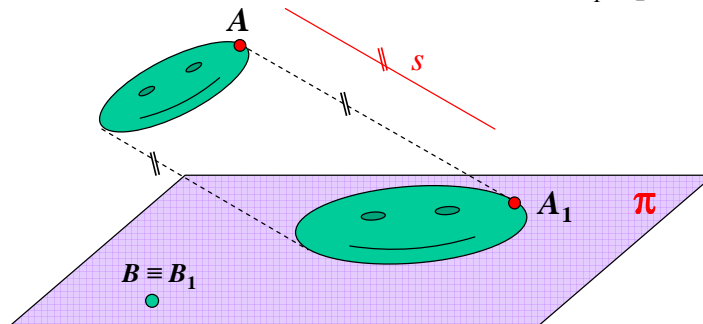
Ravnobežné premietanie

Definícia 2: Ravnobežné premietanie je zobrazenie $f: \mathbf{E}_3 \rightarrow \pi$, ktoré každému bodu $A \in \mathbf{E}_3$ priradí bod $A_1 \in \pi$ taký, že $AA_1 \parallel s$, pričom $s \times \pi$.

π – priemetňa,

s – smer premietania, $s \times \pi$,

AA_1 – premietacia priamka bodu A .



Ak bod B leží v priemetni $\pi \Rightarrow$ priemet bodu $B \equiv B_1$.

Rovnobežný priemet priamky

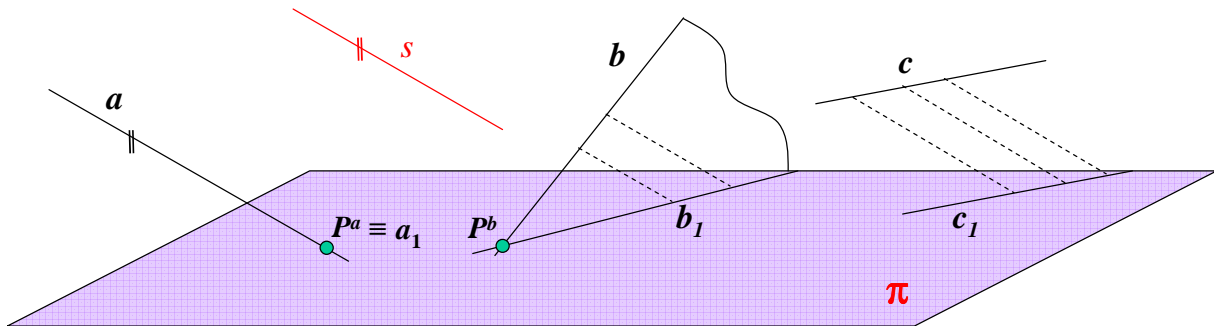
Veta 1: Rovnobežným priemetom priamky rovnobežnej so smerom premietania je bod, inak priamka.

Definícia 3: Priesečník priamky s priemetňou nazývame **stopník priamky**, teda stopník priamky a : $a \cap \pi = P^a$.

a, Ak priamka $a \parallel s$,
potom $a_1 \equiv P^a$.

b, Ak priamka $b \nparallel s$,
potom b_1 je priamka.

c, Ak priamka $c \parallel \pi$,
potom $c_1 \parallel c$.



Poznámka: Priamky rovnobežné s priemetňou nazývame **hlavné priamky**.

Rovnobežný priemet roviny

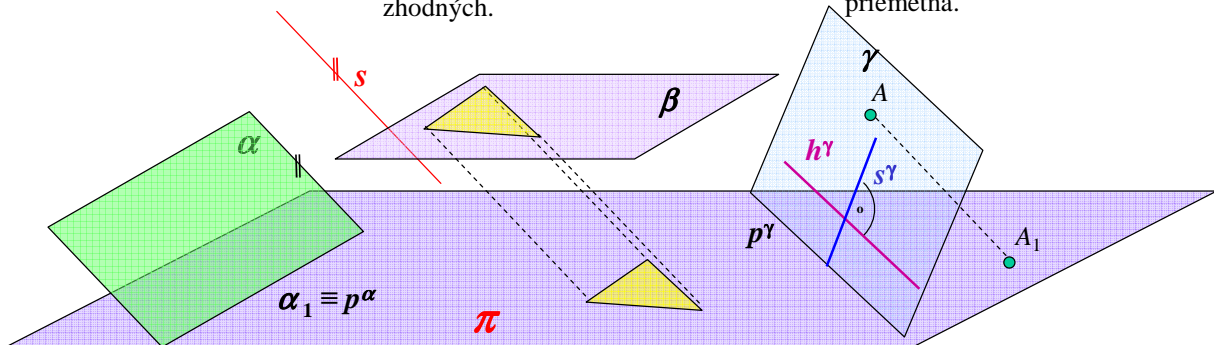
Veta 2: Rovnobežným priemetom roviny rovnobežnej so smerom premietania je priamka, inak celá priemetňa.

Definícia 4: Priesečnicu roviny s priemetňou nazývame **stopa roviny**, teda stopa roviny α :
 $\alpha \cap \pi = p^\alpha$.

a, Ak rovina $\alpha \parallel s$,
potom $\alpha_1 \equiv p^\alpha$.

b, Ak rovina $\beta \parallel \pi$, potom útvary
ležiace v β sa zobrazujú do útvarov
zhodných.

c, Ak rovina $\gamma \nparallel \pi$, $\gamma \nparallel s$ potom
priemetom roviny γ je celá
priemetňa.



Definícia 5: **Hlavné priamky** roviny sú priamky rovnobežné s priemetňou (aj so stopou roviny), označujeme ich h , $h \parallel \pi$, $h \parallel p$.

Spádové priamky roviny sú priamky kolmé na hlavné priamky roviny (stopu roviny), označujeme ich s , $s \perp h$, ($s \perp p$).

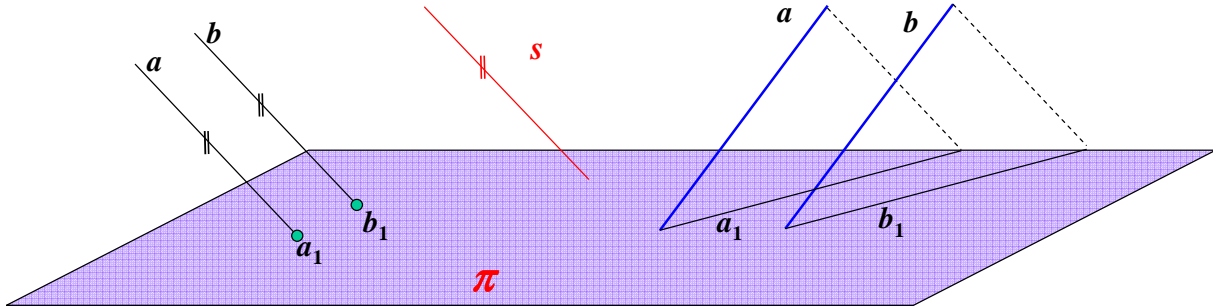
Poznámka: K označeniu hlavných a spádových priamok pridávame index, ktorý znamená príslušnosť priamky k rovine, napr. h^α , s^α , h^β , s^β , h^γ , s^γ ...

Vlastnosti rovnobežného premietania

Veta 3: Rovnobežným prietom dvoch rovnobežných priamok sú buď dva body alebo dve rovnobežné priamky (príp. totožné priamky).

a, Ak priamky $a \parallel b \parallel s$,
potom a_1 a b_1 sú body.

b, Ak priamky $a \parallel b \not\parallel s$, potom $a_1 \parallel b_1$.



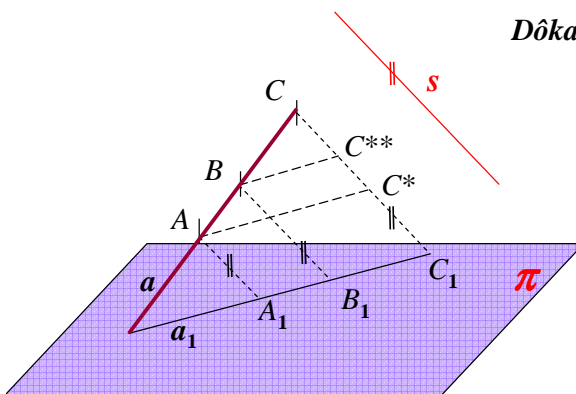
Vlastnosti rovnobežného premietania

Veta 4: Rovnobežné premietanie zachováva kolinearitu 3 bodov na priamke.

Definícia 6: Nech A, B, C , kde $B \neq C$ ležia na jednej priamke. Potom deliaci pomer bodu C vzhľadom na body A, B je číslo:

$$(A, B; C) = \frac{|\vec{AC}|}{|\vec{BC}|}$$

Veta 5: Rovnobežné premietanie zachováva deliaci pomer 3 bodov na priamke, ktorá nie je rovnobežná so smerom premietania.



Dôkaz: Zostrojme na CC_1 body C^* a C^{**} tak, že $AC^* \parallel a_1$ a $BC^{**} \parallel a_1$.

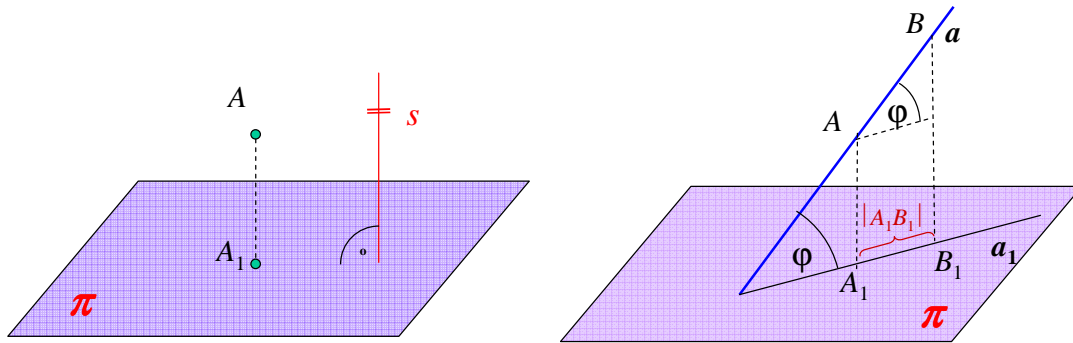
Potom platí, že $\triangle AC^*C \approx \triangle BC^{**}C$, a teda:

$$(A, B; C) = \frac{|\vec{AC}|}{|\vec{BC}|} = \frac{|\vec{AC}^*|}{|\vec{BC}^{**}|} = \frac{|\vec{A_1C_1}|}{|\vec{B_1C_1}|} = (A_1, B_1; C_1)$$

Kolmé premietanie a jeho vlastnosti

Definícia 7: Kolmé premietanie je taký druh rovnobežného premietania, kedy smer premietania s je kolmý na priemetňu.

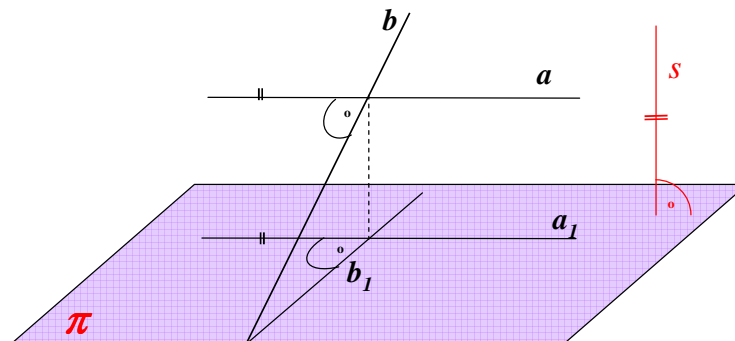
Poznámka: Uvedieme niektoré špeciálne vlastnosti kolmých priemetov útvarov.



Veta 6: Nech AB je úsečka, ktorá leží na priamke a a nech priamka a zvierá s priemetňou π uhol φ . Potom pre jej kolmý priemet A_1B_1 platí:

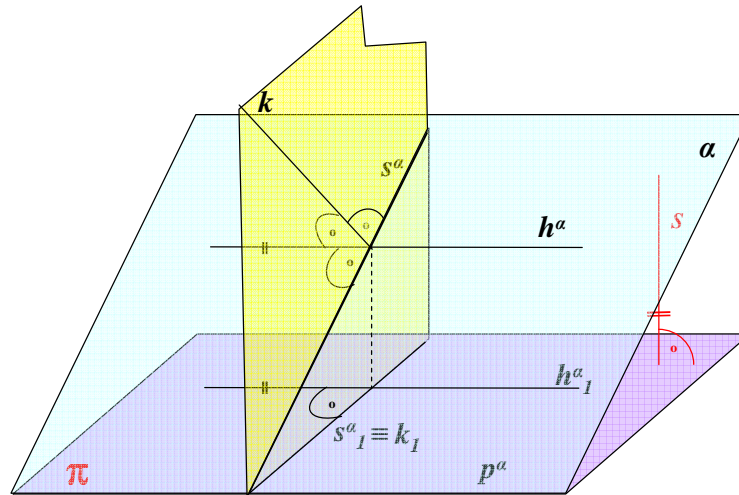
$$|A_1B_1| = |AB| \cos \varphi.$$

Kolmé premietanie a jeho vlastnosti



Veta 7: (o kolmom priemete pravého uhla): Nech priamka $a \parallel \pi$, nech $b \perp a$ a b nie je kolmá na π . Potom kolmé priemety priamok a, b sú kolmé, teda $a_1 \perp b_1$.

Kolmé premietanie a jeho vlastnosti



Dôsledky vety o kolmom priemete pravého uhla:

- Kolmý priemet spádovej priamky roviny je kolmý na kolmé priemety jej hlavných priamok (na stopu roviny):

$$s_1^\alpha \perp h_1^\alpha(p^\alpha).$$

- Kolmý priemet kolmice na rovinu je kolmý na kolmé priemety jej hlavných priamok (na stopu roviny):

$k_1 \perp h_1^\alpha(p^\alpha)$, teda platí, že $k_1 \equiv s_1^\alpha$, ak majú spoločnú premietaciu rovinu.