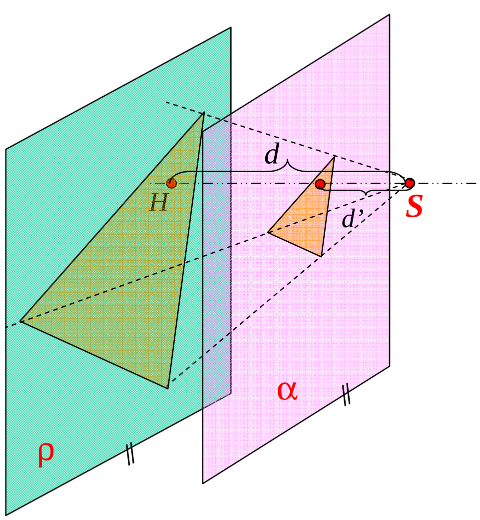
Margita Vajsáblová

Stredové premietanie

2. časť - metrické úlohy

Obraz útvaru ležiaceho v rovine α rovnobežnej s ρ

Nech útvar $U \in \alpha$, kde: $\alpha \parallel \rho$, potom $U \approx U_S$.



- Útvar $U \in \alpha$ a útvar $U_S \in \rho$ sú rovnoľahlé, kde stredom rovnoľahlosti je S a koeficient rovnoľahlosti je

$$k = \frac{d}{d'} = \frac{|S,\rho|}{|S,\alpha|}$$

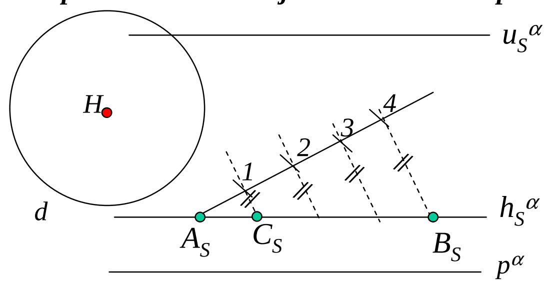
Deliaci pomer bodov na priamke v stredovom premietaní

1. Ak je priamka rovnobežná s priemetňou,v stredovom premietaní sa na nej zachováva deliaci pomer.

Dané: A, B na hlavnej priamke roviny α.

Konštrukcia bodu C, ak $(A, B; C) = -\frac{1}{3}$.

Riešenie pomocou podobnosti trojuholníkov.

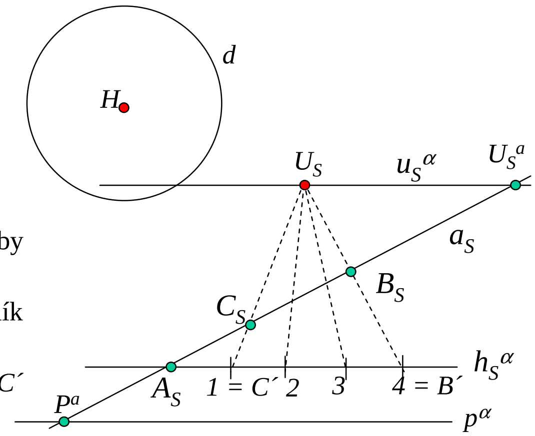


2. Ak priamka a nie je rovnobežná s priemetňou,v stredovom premietaní sa na nej nezachováva deliaci pomer.

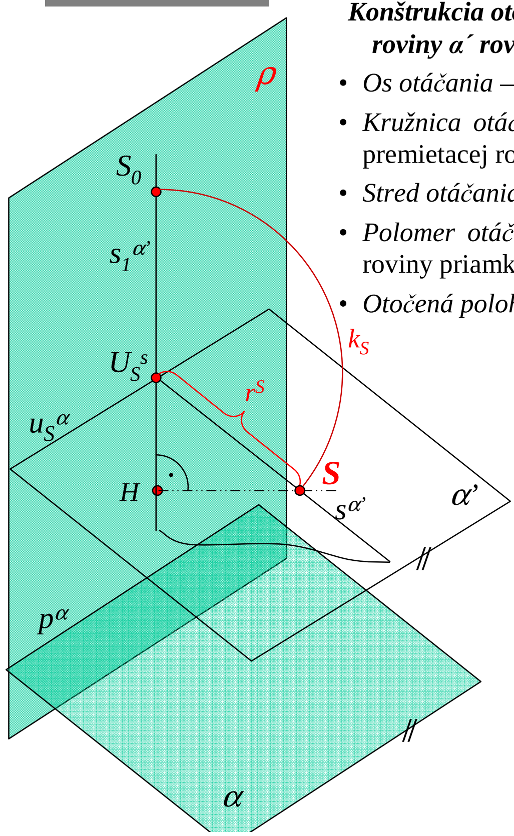
Dané: A, B na ľubovoľnej priamke roviny $a(P^a, U_S^a)$.

Konštrukcia bodu C, ak $(A, B; C) = -\frac{1}{3}$.

- Zvolíme ľubovoľnú rovinu α, v ktorej leží priamka a.
- Bodom A zostrojíme hlavnú priamku roviny α.
- Na hlavnej priamke h_S^{α} zostrojíme body B' a C' tak, aby platilo $(A, B; C) = (A, B'; C')$.
- Zostrojíme bod U_S - tzv. úbežník delenia, ako priesečník priamky B_SB' a úbežnice u_S^{α}, teda $U_S = B_SB' \cap u_S^{\alpha}$.
- Z bodu U_S premietneme bod C' na priamku a_S, $C_S = U_SC' \cap a_S$.

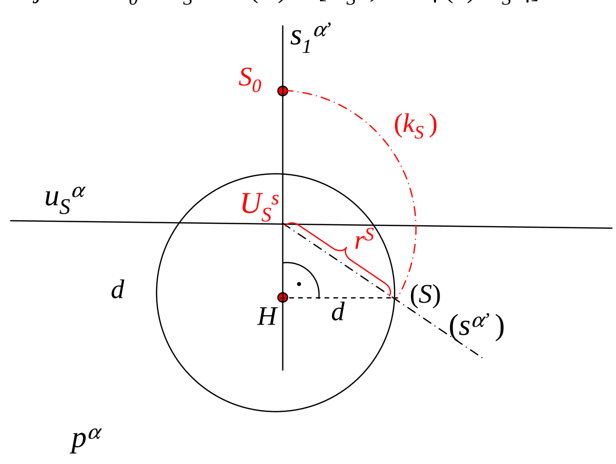


Otáčanie smerovej roviny α' roviny α do priemetne ρ



Konštrukcia otočenej polohy stredu premietania S v otáčaní smerovej roviny α´ roviny α:

- *Os otáčania* – u_S^{α}.
- *Kružnica otáčania bodu S* – v rovine kolmej na os otáčania $\Rightarrow$ v kolmo premietacej rovine priamky smerovej spádovej $s^{\alpha'}$.
- *Stred otáčania bodu S* – úbežník spádových priamok roviny α U_S^s.
- *Polomer otáčania bodu S je* $r^s = |S\ U_S^s|$ (zistíme v sklopení premietacej roviny priamky $s^{\alpha'}$).
- *Otočená poloha bodu S je bod* $S_0 = u_S^{\alpha} \cap (k^s) = [U_S^s, r^s = |(S)\ U_S^s|]$.



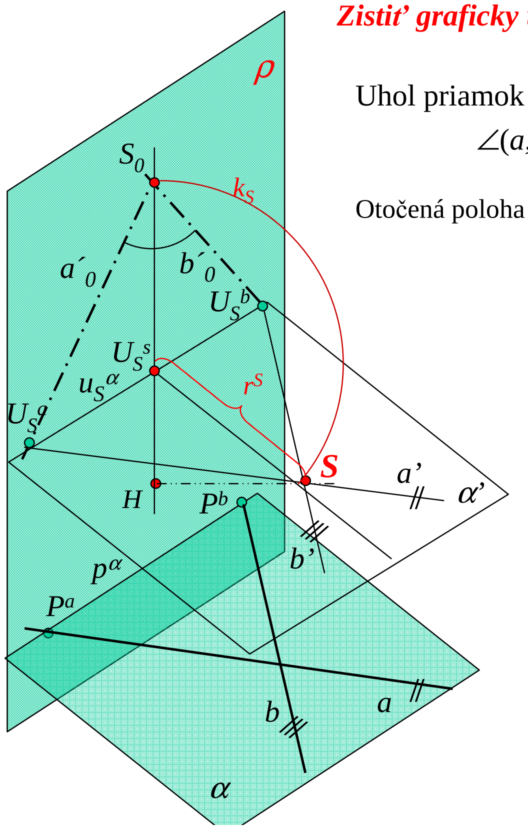
Použitie otočenia smerovej roviny α' do priemetne ρ:

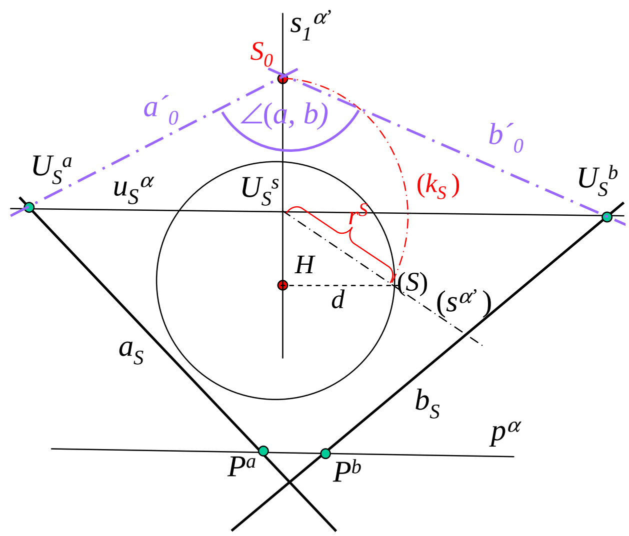
Zistiť graficky uhol priamok a, b ležiacich v rovine α.

Uhol priamok a, b sa rovná uhlu ich smerových priamok:

$$\angle(a, b) = \angle(a', b') = \angle(a_0', b_0')$$

Otočená poloha priamok a', b': $a_0' = S_0 U_S^a$, $b_0' = S_0 U_S^b$.





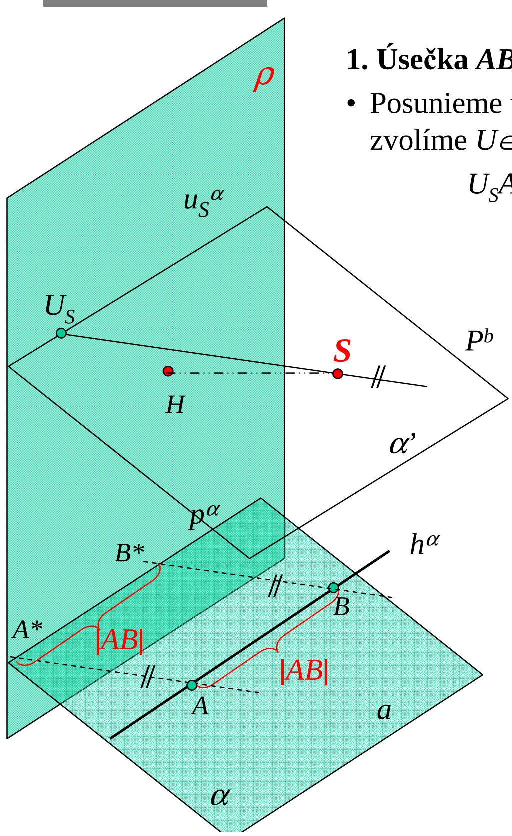
Zistiť graficky dĺžku úsečky.

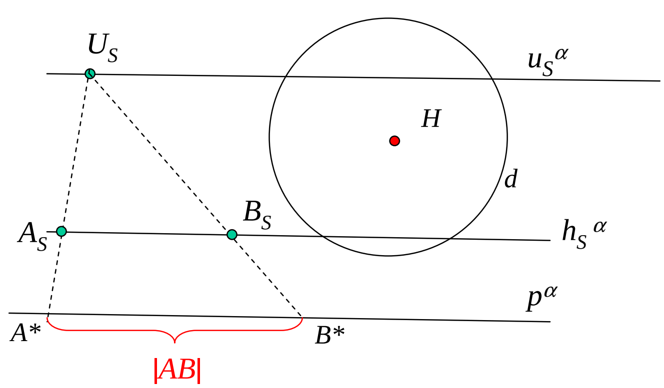
1. Úsečka *AB* leží na hlavnej priamke roviny α:

- Posunieme úsečku *AB* na stopu p^α ľubovoľným smerom, teda zvolíme $U \in u_S^\alpha$ $\Rightarrow$

$$U_S A_S \cap p^\alpha = A^*,\ U_S B_S \cap p^\alpha = B^*.$$

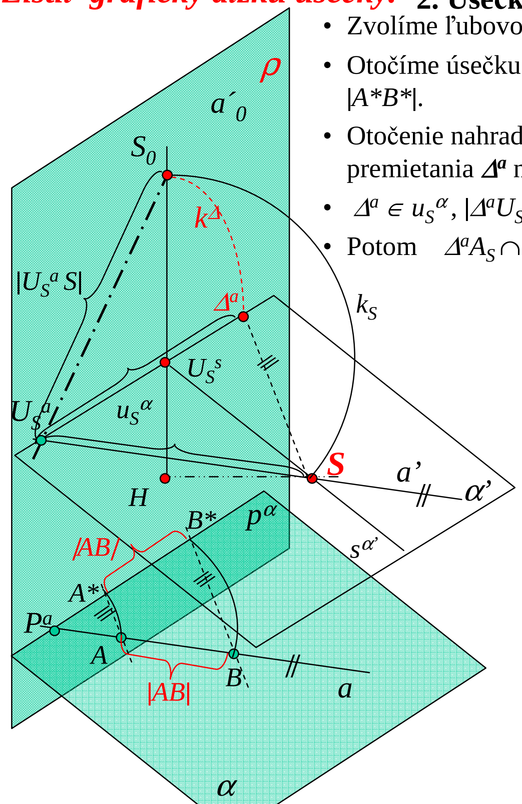
$$|AB| = |A^*B^*|.$$

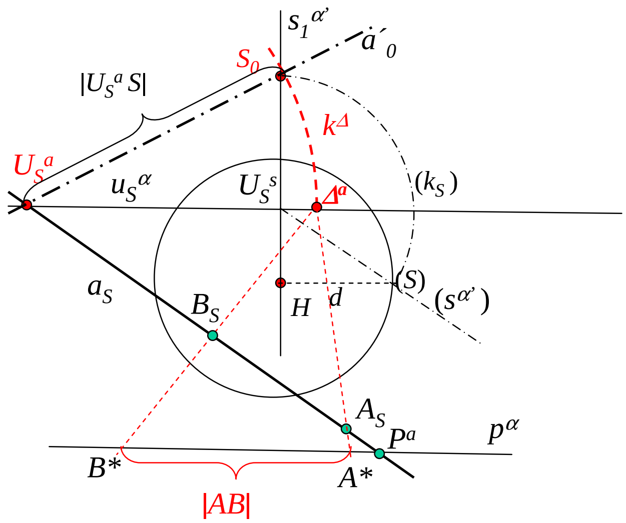




Zistiť graficky dĺžku úsečky. 2. Úsečka *AB* leží na ľubovoľnej priamke *a*:

- Zvolíme ľubovoľnú rovinu α, v ktorej leží priamka $a = AB$.
- Otočíme úsečku *AB* na stopu p^α okolo stopníka P^a do A^*B^* a platí: $|AB| = |A^*B^*|$.
- Otočenie nahradíme rovnobežným premietaním, úbežník tohto smeru premietania Δ^a nazývame **merací bod priamky** *a* a platí:
- $\Delta^a \in u_S^\alpha$, $|\Delta^a U_S^a| = |U_S^a S| = |U_S^a S_0|$.
- Potom $\Delta^a A_S \cap p^\alpha = A^*$, $\Delta^a B_S \cap p^\alpha = B^*$, $|AB| = |A^*B^*|$.





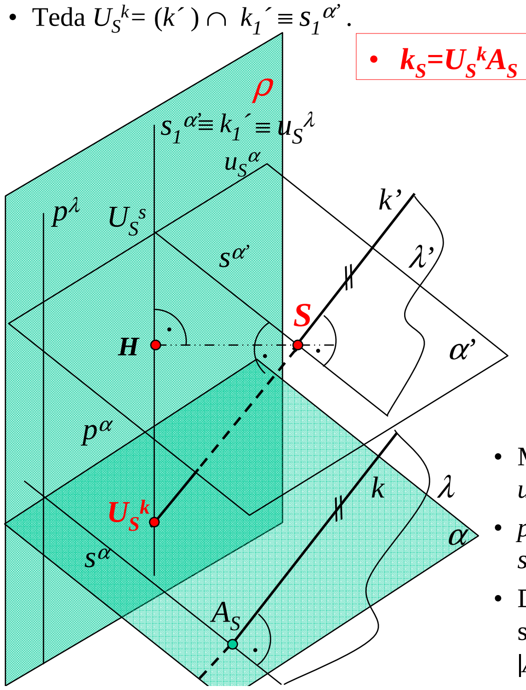
Kružnica meracích bodov priamok smeru *a* leží v priemetni ρ a $k^\Delta = [U_S^a, r = |U_S^a S|]$.

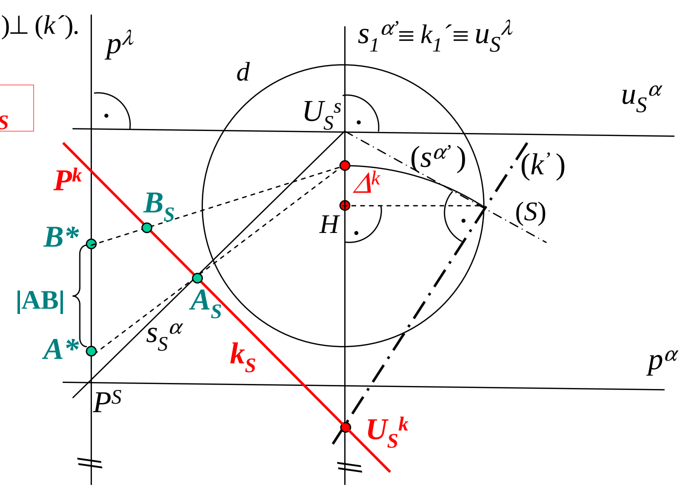
Priamka kolmá na rovinu α

Kolmica na rovinu je kolmá na všetky priamky roviny α, teda aj na spádovú priamku roviny α.

- Smerová kolmica k' na rovinu α leží v spoločnej premietacej rovine λ´ so smerovou spádovou priamkou roviny α ⇒ U_S^k - úbežník kolmíc na rovinu α leží na priamke $s_1^{\alpha'} \equiv k_1'$.
- V sklopení premietacej roviny λ´ platí: $(s^{\alpha'}) \perp (k')$.
- Teda $U_S^k = (k') \cap k_1' \equiv s_1^{\alpha'}$.

- $k_S = U_S^k A_S$





- Merací bod Δ^k kolmice *k* leží na úbežnici roviny $\lambda(s^\alpha, k)$, kde $u_S^\lambda \equiv s_1^{\alpha'} \equiv k_1'$ a platí $|U_S^k(S)| = |U_S^k \Delta^k|$.
- p^λ - stopa roviny λ prechádza stopníkom P^s spádovej priamky $s_S^\alpha = A_S U_S^s$ a je rovnobežná s u_S^λ.
- Dĺžku úsečky ležiacej na priamke *k* zistíme premietnutím na stopu p^λ cez Δ^k: $A_S\Delta^k \cap p^\lambda = A^*$, $B_S\Delta^k \cap p^\lambda = B^*$, $|AB| = |A^*B^*|$.