Margita Vajsáblová

Geometrické základy matematickej kartografie – ortografická projekcia

Ortografická projekcia

Definícia: **Ortografická projekcia je kolmé premietanie referenčnej sféry do roviny.**

π – *priemetňu* volíme napr. stredom referenčnej sféry (obr. 1),

$g = \pi \cap \Gamma$ – *obrys* obrazu referenčnej sféry Γ.

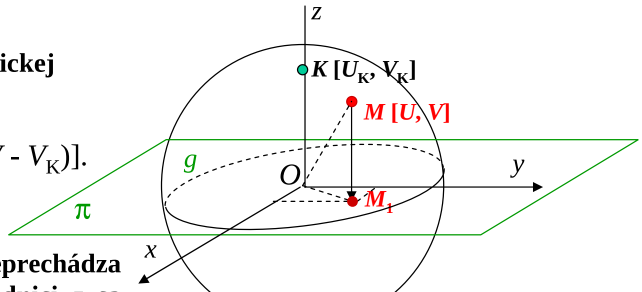
Pravouhlá súradnicová sústava {O, x, y, z}, kde O je stred sféry Γ, $z \perp \pi$, x prechádza kolmým priemetom severného pólu do π.

Nech bod M má zemepisné súradnice $M[U, V]$ a bod K (kartografický pól) je taký, že $KO \perp \pi$, $K\,[U_K, V_K]$, potom pre priestorové súradnice bodu M [x, y, z] a pravouhlé rovinné súradnice jeho ortografického obrazu M_1 [x, y] platí:

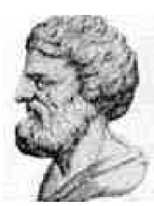
$$x = R\,[\cos U \sin U_K \cos (V - V_K) - \sin U \cos U_K],$$
$$y = R \cos U \sin (V - V_K),$$

čo sú zobrazovacie rovnice ortografickej projekcie a súradnica z bodu M:

$$z = R\,[\sin U \sin U_K + \cos U \cos U_K \cos (V - V_K)].$$



Obr. 1



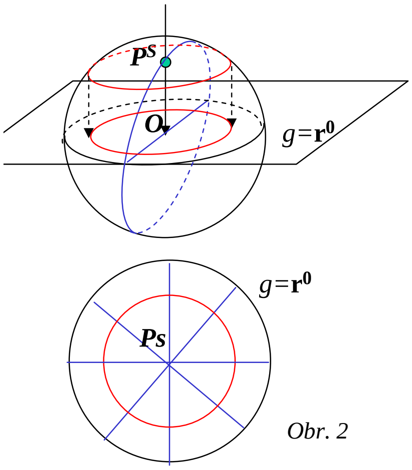
Poznámka: **Ak priemetňa π neprechádza stredom referenčnej sféry, k súradnici z sa pripočítava vzdialenosť π od stredu sféry.**

Autorom ortografickej projekcie je Apollonius z Pergy (262-190 p.n.l.).

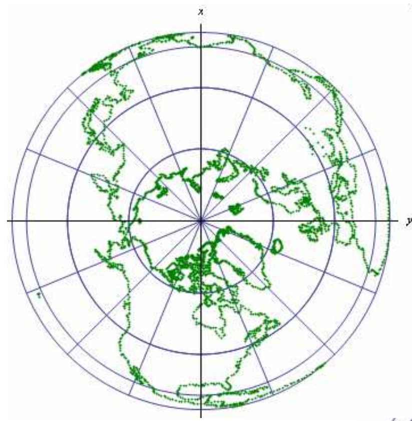
Ortografická projekcia v pólovej polohe

Smer premietania je smer zemskej osi (obr. 2)

Severná polguľa

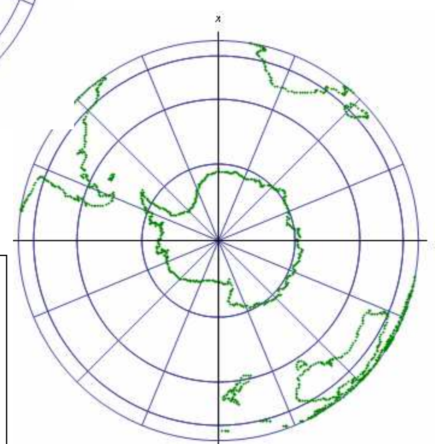


Obr. 2



Obr. 3

Južná polguľa



Obr. 4

Obrys – kružnica g totožná s obrazom rovníka r^0

Obraz rovnobežiek – sústredné kružnice so stredom O – obraz pólu, polomerom: $r^U = R \cos U$

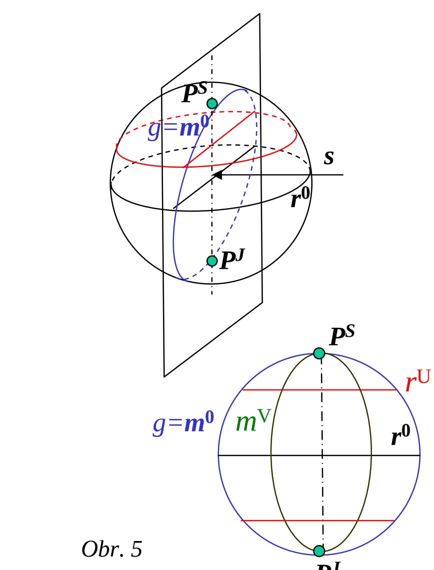
Obraz poludníkov – zväzok úsečiek so začiatkom v O, pre ich vzájomné uhly platí: $\angle(m^0, m^V) = V$

Ortografická projekcia v rovníkovej polohe

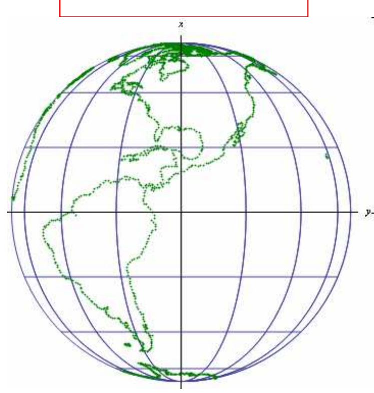
Smer premietania je rovnobežný s rovinou rovníka (obr. 5).

Západná polguľa

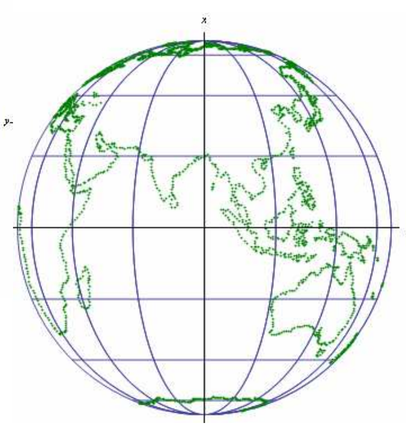
Východná polguľa



Obr. 5



Obr. 6



Obr. 7

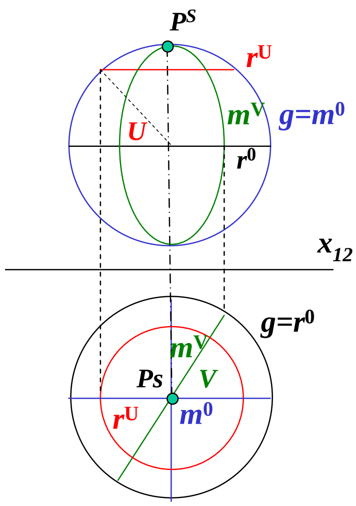
Obrys – kružnica g totožná s poludníkom, napr. m^0, ležiacim v rovine rovnobežnej s priemetňou.

Rovnobežky – úsečky súmerné podľa zemskej osi, s dĺžkou $2\,r^U$, kde: $r^U = R \cos U$.

Poludníky – elipsy so spoločnými hlavnými vrcholmi – obrazmi zemských pólov P^S, P^J.

Ortografická projekcia pólová a rovníková – postup konštrukcie pomocou Mongeovej projekcie

Rovníková



Pólová

Obr. 8

Rovníková (nárys Mongeovej projekcie) (obr. 8)

1. Obrys – poludník (napr. $m^0 \cup m^{180}$).

2. Rovnobežky – úsečky súmerné podľa obrazu zemskej osi, s dĺžkou $2r^U$, kde: $r^U=R\cos U$ – *zostrojíme delením obrysového poludníka.*

3. Poludníky – elipsy so spoločnou hlavnou osou $P^S P^J$, *vedľajšie osi ležia na rovníku, ich dĺžky odvodíme z pólovej polohy, teda z pôdorysu.*

Pólová (pôdorys Mongeovej projekcie)

1. *Obrys* – *obraz* rovníka r^0,
2. *Rovnobežky* – sústredné kružnice so stredom $O \equiv P^S$, polomerom: $r^U= R\cos U$ *(polomery odvodíme z rovníkovej polohy, teda z nárysu).*
3. *Poludníky* – zväzok úsečiek so začiatkom v obraze pólu P^S, platí: $\angle(m^0,m^V) = V$ – *zostrojíme delením obrysového rovníka.*

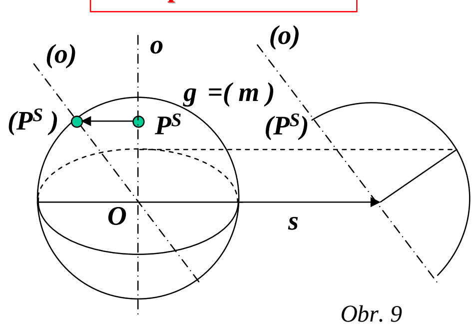
Ortografická projekcia je ekvidištančná na rovnobežkách:

- **v pólovej polohe sa zachovávajú dĺžky na zemepisných rovnobežkách,**
- **v ostatných polohách sa zachovávajú dĺžky na kartografických rovnobežkách.**

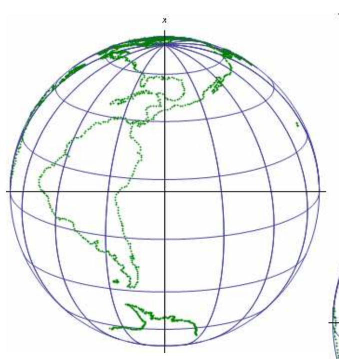
Ortografická projekcia vo všeobecnej polohe

Smer premietania je vo všeobecnej polohe (obr. 9)

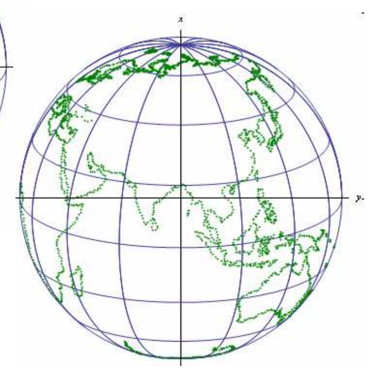
Postup konštrukcie



Obr. 9



Obr. 10



Obr. 11

Všeobecná poloha (postup podobný ako v kolmej axonometrii)

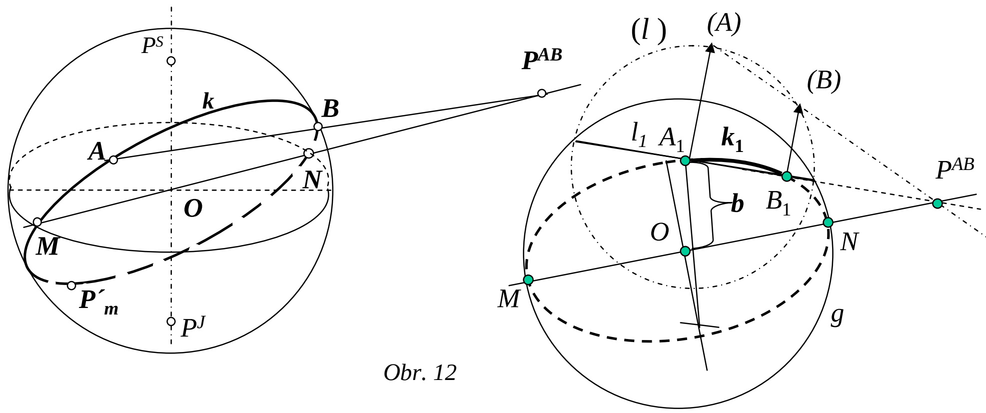
Daný je obrys *g (hlavná kružnica ležiaca v rovine rovnobežnej s priemetňou)* a kolmý priemet pólu P_S.

1. V kolmo premietacej rovine zemskej osi *o* leží poludník *m* a v sklopení tejto roviny platí: *g = (m).*

2. Z dôvodu prehľadnejšej konštrukcie posunieme sklopený poludník v smere sklápania mimo obrázka.

3. Ďalej postupujeme ako v kolmej axonometrii (viď. obraz zemepisnej siete na rotačnej ploche v kolmej axonometrii v predmete Deskriptívna geometria).

Obraz ortodrómy v ortografickej projekcii



Obr. 12

Úloha: **Zostrojte obraz ortodrómy *k* prechádzajúcej bodmi *A, B* v ortografickej projekcii danej obrysom *g* a ortografickými obrazmi bodov *A, B,* (A_1, B_1), ktoré ležia na rovnakej polguli referenčnej sféry vzhľadom na *g*.**

***Ortodróma k (hlavná kružnica sféry) má s obrysovou hlavnou kružnicou g spoločný priemer MN, ktorý leží na priesečnici roviny ortodrómy s rovinou kružnice g* (obr. 12).**

1. V kolmo premietacej rovine priamky *AB* leží kružnica *l* referenčnej sféry (l_1 je tetiva kružnice *g*). V sklopení tejto roviny platí: $(A) \in (l)$, $(B) \in (l)$.

2. Potom $(A)(B) \cap A_1B_1 = P^{AB}$, $OP^{AB} \cap g = MN$, čo je hlavná os elipsy k_1, ktorá je ortografickým obrazom ortodrómy *k*.

3. Vedľajšiu os elipsy k_1 dourčíme pomocou rozdielovej konštrukcie.