

Vedecká rada Stavebnej fakulty STU v Bratislave

Ing. Michal Hrčka

Autoreferát dizertačnej práce

VYUŽITIE PERMANENTNÝCH MERANÍ GPS NA  
VÝSKUM SLAPOVÝCH EFEKTOV

na získanie vedecko-akademickej hodnosti  
philosophiae doctor

v odbore doktorandského štúdia:  
39-31-9 Geodézia a geodetická kartografia

Bratislava 2007

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Katedre geodetických základov Stavebnej fakulty STU v Bratislave.

**Predkladateľ:** Ing. Michal Hrčka  
Katedra geodetických základov  
SvF STU v Bratislava  
Radlinského 11, 813 68 Bratislava

**Školiteľ:** Prof. Ing. Ján Hefty, PhD.  
Katedra geodetických základov  
SvF STU v Bratislava  
Radlinského 11, 813 68 Bratislava

**Oponenti:** Doc. Ing. Antonín Zeman, DrSc.  
Katedra výšší geodezie  
ČVUT v Praze, Fakulta stavební  
Thákurova 7, 166 29 Praha 6, Česká republika

Prof. Ing. Jan Fixel, CSc.  
Ústav geodezie  
Fakulta stavební, VUT Brno  
Veveří 95, 662 37 Brno, Česká republika

Ing. Juraj Janák, PhD.  
Katedra geodetických základov  
SvF STU v Bratislava  
Radlinského 11, 813 68 Bratislava

Autoreferát bol rozoslaný dňa: .....

Obhajoba dizertačnej práce sa koná ..... o ..... h pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce v odbore doktorandského štúdia, vymenovanou predsedom spoločnej odborovej komisie dňa .....

39-31-9 Geodézia a geodetická kartografia

na Katedre geodetických základov SvF STU v Bratislave, Radlinského 11.

**Predseda spoločnej odborovej komisie:**  
Prof. Ing. Alojz Kopáčik, PhD.  
Katedra geodézie, SvF STU v Bratislave  
Radlinského 11, 813 68 Bratislava

## 1. Úvod

Problematika určovania polohy bodov pomocou Globálneho systému na určovanie polohy (Global Positioning System – GPS) je veľmi komplexná. Pri požadovaní sub-centimetrovej až milimetrovej presnosti musíme uvažovať množstvo faktorov, ktoré bezprostredne pôsobia pri meraní. Jedným z nich je aj gravitačné pôsobenie Slnka a Mesiaca na zemské teleso. Slapové pole Slnka a Mesiaca spôsobuje periodické zmeny tiažového zrýchlenia a smeru tiažnice. Vzhľadom k tomu, že Zem je elastická, dochádza tiež k vertikálnym a horizontálnym posunom zemského povrchu. Tento jav je matematicky veľmi dobre opísateľný.

V permanentných meraniach GPS môžeme slapové javy skúmať napríklad pomocou analýzy časových radov v časovej a spektrálnej oblasti. Na analýzu sú potrebné také riešenia meraní GPS, ktorých interval riešenia je menší ako 24 hodín, v prípade analýzy javov s poldennou periódou, menej ako 12 hodín. Predložená práca je jednou z prvých v oblasti výskumu slapových efektov pôsobiacich pri meraniach GPS, preto je cieľom otvoriť diskusiu k tejto problematike.

Predkladaná dizertačná práca je zameraná na problematiku slapových efektov v spracovaní permanentných meraní GPS. Hlavným cieľom dizertačnej práce je overiť možnosť využitia permanentných meraní GPS na výskum slapových efektov vo variáciách polohy monitorovaných staníc.

## 2. Súčasný stav v oblasti riešenej problematiky

### Slapové pôsobenie Slnka a Mesiaca

Zem sa nachádza v gravitačných poliach Slnka, Mesiaca, resp. ostatných planét slnečnej sústavy. Tieto polia pôsobia na rotujúcu Zem a vyvolávajú mechanické účinky rôzneho druhu. Slnko pôsobí svojou veľkou hmotnosťou a Mesiac svojou blízkosťou.

### Slapy tuhej Zeme

Polohy Slnka a Mesiaca voči Zemi sa neustále menia a preto aj ich gravitačné pôsobenie je funkciou času. Slapy sú najvýznamnejším geofyzikálnym príkladom výskytu periodických funkcií. Na názorné vyjadrenie slapových deformácií môžeme použiť rozvoj slapového potenciálu druhého stupňa  $V_2(P)$  [10]

$$V_2(P) = \frac{3}{4} GM \frac{R^2}{d^3} \left[ 3 \left( \sin^2 \Phi - \frac{1}{3} \right) \left( \sin^2 \delta - \frac{1}{3} \right) + \sin 2\Phi \cos 2\delta \cos t + \cos^2 \Phi \cos^2 \delta \cos 2t \right], \quad (1)$$

kde  $G$  je Newtonova gravitačná konštanta,  $M$  je hmotnosť externého telesa,  $R$  je stredný polomer Zeme,  $d$  je stredná vzdialenosť Zem – teleso,  $\Phi$  je zemepisná šírka bodu  $P$ ,  $\delta$  je deklinácia externého telesa a  $t$  je hodinový uhol externého telesa. Členy v zátvorke nám charakterizujú tri skupiny slapových vln: zonálne, tesserálne a sektorálne.

Tabuľka 1: Najdôležitejšie slapové členy [9].

Zložka rozvoja	Označenie	Periódá
Sektorálna (poldenná)	$M_2$	12.420 601 hod
	$S_2$	12 hod
	$K_2$	11.967234 hod
Tesorálna (denná)	$O_1$	25.819 320 hod
	$P_1$	24.132 120 hod
	$S_1$	24 hod
	$K_1$	23.934 469 hod
Zonálna (dlhoperiodická)	$S_a$	365.256 776 dňa
	$Ss_a$	182.621 717 dňa
	$M_m$	27.554 535 dňa
	$M_f$	13.660 792 dňa

## Slapy pružnej Zeme

Keďže Zem je deformovateľné teleso, budú slapy iné ako pri dokonale tuhej Zemi. Zem sa pri dlhoperiodických tlakoch správa ako viskoelastická, ale pri krátkoperiodických ako elastická. Slapy tzv. pružnej Zeme sa popisujú pomocou Loveho čísel, ktoré charakterizujú odchýlky od stavu dokonalej tuhosti. Loveho čísla sa určujú pre každý harmonický člen rozvoja slapového potenciálu do radu sférických funkcií. Určujú sa pomocou tiažových, náklonomerných, družicových a astronomických meraní.

## V súčasnosti používané rozvoje slapového potenciálu

Rozvoj slapového potenciálu uvedený v (1) je podľa Laplacea. Ďalšími rozvojmí sú Ferrelov rozvoj z roku 1874, ktorý obsahuje niekoľko základných vln a Doodsonov rozvoj slapového potenciálu z roku 1922. Doodson využil 6 premenných, ktoré sú prakticky lineárnymi funkciami času. Jeho harmonický rozvoj obsahuje 386 zložiek. Pri výpočtoch sa dnes najčastejšie používajú 3 rozvoje. Prvým je rozvoj, ktorý publikovali Cartwright, Tayler a Eden v roku 1973. Obsahuje 505 vln (128 dlhoperiodických, 205 denných, 155 poldenných a 17 tretinodenných vln). Novším je Tamurov rozvoj slapového potenciálu z roku 1987, ktorý obsahuje už 1200 vln. Jedným z posledných je Hartmann-Wenzelov rozvoj z roku 1995, ktorý má až 12935 vln.

## GPS – Globálny systém na určovanie polohy

NAVSTAR GPS (NAVigation System with Time And Ranging Global Positioning System; skrátene GPS) je navigačný systém založený na báze umelých družíc Zeme, ktorý umožňuje určenie polohy, navigáciu a získanie informácií o presnom čase používateľom vybavením špeciálnymi prijímacími zariadeniami.

## Permanentné siete GPS

Stanice umožňujúce permanentné monitorovanie družíc GPS sú zoskupené v sieťach rozličných hierarchií – od celosvetových, cez kontinentálne až po siete jednotlivých štátov alebo regiónov. Nepretržité meranie a spracovanie meraní umožňuje sledovať zmeny polohy, resp. výšky jednotlivých bodov siete a následnú analýzu týchto zmien. Taktiež je možné modelovať systematické vplyvy pôsobiace na meranie.

V roku 2002 bola Katedra geodetických základov (KGZ) akceptovaná ako 16. oficiálne lokálne analytické centru (Local Analysis Center of Slovak University of Technology – LAC SUT). Konfigurácia siete analyzovaná v LAC SUT pozostáva zo staníc EPN situovaných v strednej Európe rozšírených o ďalšie stanice v oblasti Stredozemného mora, v severnej a západnej Európe. Ich počet je 41 (stav k 14.9.2006).

Druhou spracovávanou permanentnou sieťou GPS na KGZ je stredoeurópska permanentná sieť (Central Europe PERmanent network – CEPER). V súčasnosti jej konfiguráciu tvorí 54 permanentných staníc GPS (stav k 14.9.2006). Súčasťou sú stanice zaradené v EPN a stanice pracujúce v rámci medzinárodného projektu CERGOP-2 ENVIROMENT (Central Europe Regional Geodynamics Project).

### **Medzinárodné organizácie a projekty v oblasti výskumu slapov**

V súčasnosti sa výskumu v oblasti slapov venuje niekoľko organizácií, kde sa uskutočňuje viacero projektov. V rámci Medzinárodnej geodetickej asociácie (International Association of Geodesy – IAG) pôsobí komisia 3 Geodynamics and Earth Rotation (geodynamika a rotácia Zeme). Komisia 3 sa zúčastňuje na projektoch Satellite Altimetry (spolu s komisiou 1 a 2) a GGP Global Geodynamics Project (spolu s komisiou 2). Pod komisiou 3 pracuje sub-komisia 3.1 Earth Tides (zemské slapy). V rámci nej pracuje pracovná skupina 3.1.2 Earth Tides in Space Geodetic Techniques (zemské slapy v kozmických geodetických technikách). Pri komisii 3 pracujú dva centrá:

- Medzinárodné centrum pre slapy Zeme (International Center for Earth Tides – ICET) – pracuje pri Belgickom kráľovskom observatóriu. Zaoberá sa výskumom kontinentálnych a oceánskych slapov [14].
- Medzinárodná služba pre rotáciu Zeme a referenčné systémy (International Earth Rotation and Reference Systems Service – IERS) – jedným z jej produktových centier je Global Geophysical Fluids Centre, kde jeden zo špeciálnych výborov je určený slapom (Special Bureau for Tides) [13].

### **3. Ciele dizertačnej práce**

Hlavným cieľom dizertačnej práce je overiť možnosť využitia permanentných meraní GPS na výskum slapových efektov vo variáciách polohy monitorovaných staníc.

Konkrétne úlohy, ktorými sa bolo potrebné zobrať pri dosahovaní hlavného cieľa, sa dajú zhrnúť do nasledujúcich čiastkových cieľov:

1. Práca je jednou z prvých v oblasti výskumu slapových efektov pôsobiacich pri meraniach GPS, preto je cieľom otvoriť diskusiu k tejto problematike.
2. Vytvoriť prehľad o metodike spracovania permanentných meraní s intervalom menším ako 1 deň s cieľom výskumu slapových efektov.
3. Venovať sa metodike IERS použitej v rámci spracovania permanentných meraní pomocou univerzitných softvérov.
4. Zostaviť vhodnú metodiku tvorby časových radov, ktoré by boli vhodné pre korektnú aplikáciu metód analýzy časových radov.

5. Spektrálnou analýzou určiť hodnoty významných frekvencií, ktoré tvoria systematickú zložku, nachádzajúcich sa v časových radoch. Interpretovať výsledky výskumu z hľadiska slapových variácií.
6. Výpočet parametrov systematických zložiek časových radov. Určenie trendu, parametrov sezónnej zložky a parametrov periodickej zložky nesezónneho charakteru, súvisiacich so slapovými efektmi.
7. Aplikovať lineárne stochastické procesy na popis reziduálnych stochastických závislostí.
8. Vizualizácia a interpretácia dosiahnutých výsledkov.
9. Analýza dosiahnutých výsledkov a porovnanie jednotlivých riešení.
10. Formulovať dopad výsledkov na ďalšiu prácu v problematike slapových efektov v meraniach GPS.

## 4. Metódy spracovania problematiky

### Modelovanie kontinentálnych slapov podľa IERS

V metodike IERS [8] sa pri modelovaní slapového pôsobenia nevychádza z vyjadrenia rozvoja slapového potenciálu, ale používa sa vyjadrenie vzťahu pre zmenu normovaných Stokesových geopotenciálnych koeficientov  $\bar{C}_{n,m}$  a  $\bar{S}_{n,m}$  v rozvoji gravitačného potenciálu, kde  $n$  je stupeň a  $m$  rád rozvoja. Vzťah pre zmenu Stokesových geopotenciálnych koeficientov má tvar

$$\Delta\bar{C}_{nm} - i\Delta\bar{S}_{nm} = \frac{k_{n,m}}{2n+1} \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j}{GM_{\oplus}} \left(\frac{R_e}{r_j}\right)^{n+1} \bar{P}_{n,m}(\sin\Phi_j) e^{-im\Lambda_j}, \quad \Delta\bar{S}_{n0} = 0, \quad (2)$$

kde  $k_{n,m}$  je nominálne Loveho číslo pre stupeň  $n$  a rád  $m$ ,  $R_e$  je rovníkový polomer Zeme,  $GM_{\oplus}$  je geocentrická gravitačná konštanta,  $GM_j$  je selenocentrická gravitačná konštanta ( $j=2$ ) alebo heliocentrická gravitačná konštanta ( $j=3$ ),  $r_j$  je vzdialenosť geocentra od Mesiaca alebo Slnka,  $\Phi_j$  je geocentrická šírka Mesiaca alebo Slnka,  $\Lambda_j$  je geocentrická dĺžka (od Greenwichu) Mesiaca alebo Slnka a  $\bar{P}_{n,m}$  je normovaná pridružená Legendreova funkcia.

Pri vyjadrení variácií polohy bodu danej geocentrickým vektorom  $\vec{r}$  sa vychádza z priameho vyjadrenia slapového posunu bodu na povrch Zeme  $\Delta\vec{r}$  pomocou polohových vektorov Mesiaca a Slnka. Ak sa požaduje výpočet hodnôt  $\Delta\vec{r}$  s presnosťou 1 mm, treba okrem slapového potenciálu 2. stupňa uvážiť aj ďalšie efekty: fázové posuny v reakcii Zeme, slapový potenciál 3. stupňa, závislosť od zemepisnej šírky a frekvenčnú závislosť Shidovho a 1. Loveho čísla [3]. Výpočet sa uskutočňuje v dvoch krokoch. V prvom sa vypočítajú korekcie v časovej oblasti s použitím nominálnych hodnôt Shidovho a Loveho čísla, v druhom kroku sa uváži ich frekvenčná závislosť. Najväčšiu časť slapového efektu predstavujú členy druhého rádu [8]

$$\Delta\vec{r}_2 = \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j R_e^4}{GM_{\oplus} R_j^3} \left\{ h_2 \hat{r} \left( \frac{3}{2} (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) - \frac{1}{2} \right) + 3l_2 (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) \left[ \hat{R}_j - (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) \hat{r} \right] \right\}, \quad (3)$$

kde  $R_e$  je rovníkový polomer Zeme,  $GM_{\oplus}$  je geocentrická gravitačná konštanta,  $GM_j$  je selenocentrická gravitačná konštanta ( $j=2$ ) alebo heliocentrická gravitačná konštanta ( $j=3$ ),  $\hat{R}_j, R_j$  je jednotkový vektor v smere polohového vektora Mesiaca alebo Slnka a jeho veľkosť,  $\hat{r}, r$  je jednotkový vektor v smere polohového vektora bodu a jeho veľkosť,  $h_2$  je nominálna hodnota 1. Loveho čísla 2. stupňa (0.6072) a  $l_2$  je nominálna hodnota Shidovho čísla 2. stupňa (0.0831). Prvá časť vzťahu (3) dáva radiálnu zložku posunutia a druhá časť zložku v rovine kolmej na radiálny smer. Tento člen opisuje slapové deformácie s presnosťou 5 mm. Pre lepší popis je potrebné použiť ďalšie členy. Vzťah pre člen tretieho rádu má tvar [8]

$$\Delta \vec{r}_3 = \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j R_e^5}{GM_{\oplus} R_j^4} \left\{ h_3 \hat{r} \left( \frac{5}{2} (\hat{R}_j \cdot \hat{r})^3 - \frac{3}{2} (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) \right) + l_3 \left( \frac{15}{2} (\hat{R}_j \cdot \hat{r})^2 - \frac{3}{2} \right) \left[ \hat{R}_j - (\hat{R}_j \cdot \hat{r}) \hat{r} \right] \right\}. \quad (4)$$

Ďalšie korekcie v časovej oblasti sú: vplyv fázového posunu reakcie Zeme ako dôsledok anelasticity Zeme, vplyv závislosti na zemepisnej šírke. Korekcie vo frekvenčnej oblasti sú: frekvenčne závislé  $h$  a  $l$  pre denné vlny a frekvenčne závislé  $h$  a  $l$  pre dlho-periodické vlny.

Pri dosadení numerických hodnôt a následnej analýze možno stanoviť, že kontinentálne slapové deformácie môžu dosiahnuť vo výške maximálne  $\pm 0.38$  m a v horizontálnej polohe  $\pm 0.16$  m [3].

Zonálna časť slapového potenciálu 2. rádu obsahuje zložku, ktorá nie je funkciou času a vytvára permanentnú deformáciu, ktorá je súčasťou posunu vypočítaného podľa (3). Radiálna zložka nadobúda hodnoty od -12 cm na póloch po +6 cm na rovníku. Ak chceme získať zmeny v polohe, ktoré sa menia s časom, musíme permanentnú zložku odpočítať z celkovej slapovej deformácie.

## Modelovanie vplyvu oceánskych slapov podľa IERS

Spolu so slapovou deformáciou pevnej Zeme pôsobí na zmenu polohy bodu aj dodatočná slapová deformácia, ktorá vzniká ako reakcia elastickej Zeme na slapové pohyby morí a oceánov. Najväčší vplyv má na body na pobreží, ale aj pre body ležiace vo vnútrozemí môže nadobúdať centimetrové hodnoty.

Dynamický efekt oceánskych slapov je spojený s periodickou variáciou normovaných Stokesových koeficientov. Táto variácia má tvar [8]

$$\Delta \bar{C}_{nm} - i \Delta \bar{S}_{nm} = F_{nm} \sum_{s(n,m)} \sum_{+} (C_{snm}^{\pm} \mp i S_{snm}^{\pm}) e^{\pm i \theta_f}, \quad (5)$$

kde

$$F_{nm} = \frac{4\pi G \rho_w}{g_e} \sqrt{\frac{(n+m)!}{(n-m)!(2n+1)(2-\delta_{om})}} \left( \frac{1+k'_n}{2n+1} \right), \quad (6)$$

$g_e$  je stredné tiažové zrýchlenie na rovníku ( $9.7803278 \text{ m.s}^{-2}$ ),  $G$  je Newtonova gravitačná konštanta ( $6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$ ),  $\rho_w$  je hustota morskej vody ( $1025 \text{ kg.m}^{-3}$ ),  $k'_n$  je koeficient deformačného zaťaženia ( $k'_2 = -0.3075$ ,  $k'_3 = -0.195$ ,  $k'_4 = -0.132$ ,  $k'_5 = -0.1032$ ,

$k'_6 = -0.0892$ ),  $C_{snn}^\pm, S_{snn}^\pm$  sú koeficienty oceánskych slapov pre člen slapového rozvoja  $s$ ,  $\theta_f$  je slapový argument pre člen slapového rozvoja  $s$  s frekvenciou  $f$ . Sumácia cez  $+$  a  $-$  poukazuje na príslušný prírastok retrográdnych vln použitím horného znamienka a prográdnych vln použitím dolného znamienka.  $C_{snn}^\pm, S_{snn}^\pm$  sú koeficienty sférickej harmonickej dekompozície slapového pôsobenia oceánov pre člen  $s$  slapového potenciálu.

Na vyjadrenie zmeny polohy bodu vplyvom zaťaženia oceánmi sa používa vzťah [8]

$$\Delta c = \sum_j a_{cj} \cos(\omega_j t + \chi_j - \phi_{cj}), \quad (7)$$

kde  $\Delta c$  je zložka deformácie v lokálnom horizontálnom súradnicovom systéme (radiálnom, severnom alebo východnom smere). Frekvencia  $\omega_j$  a astronomický argument  $\chi_j$  slapovej vlny  $j$  sú funkciami polôh nebeských telies. Amplitúdy  $a_{cj}$  a fázové posuny  $\phi_{cj}$  určíme pomocou vzťahov

$$\begin{aligned} a_{cj} \cos \phi_{cj} &= H_j \left[ \frac{A_{ck} \cos \Phi_{ck}}{\bar{H}_k} (1-p) + \frac{A_{c,k+1} \cos \Phi_{c,k+1}}{\bar{H}_{k+1}} p \right] \\ a_{cj} \sin \phi_{cj} &= H_j \left[ \frac{A_{ck} \sin \Phi_{ck}}{\bar{H}_k} (1-p) + \frac{A_{c,k+1} \sin \Phi_{c,k+1}}{\bar{H}_{k+1}} p \right], \end{aligned} \quad (8)$$

kde parametre  $H_j$ , amplitúdy  $A_{ck}$  a fázy  $\Phi_{ck}$  sú odvodené z modelov oceánskych slapov a sú individuálne pre každé miesto na povrchu Zeme. Sú udávané pre poldenné vlny  $M_2, S_2, N_2, K_2$ , denné vlny  $K_1, O_1, P_1, Q_1$  a dlho-periodické vlny  $M_f, M_m, S_{sa}$ .

## Spracovanie permanentných meraní GPS

Spracovanie meraní GPS je realizované v univerzitnom programe Bernese v4.2. Sieť sa spracováva ako voľná a pripojenie do referenčného systému ITRF 2000 sa realizuje prostredníctvom jedného referenčného bodu. Referenčným bodom pri vyrovnaní bola permanentná stanica Borowiec (BOR1) v Poľsku. Pri spracovaní je uvažovaný model kontinentálnych a morských slapov [8]. Pri tomto spôsobe výpočtu sú všetky variácie staníc vzťahované relatívne k referenčnému bodu.

Výsledkom sú pri EPN denné riešenia súradníc, ich kovariančná matica a ich týždenné kombinácie vo formáte SINEX (formát riešení nezávislý od spôsobu riešenia (Solution INdependent EXchange Format)), hodnoty troposférickej refrakcie v zenite pre 1-hodinové intervaly. Alternatívnymi výsledkami sú 4-hodinové riešenia súradníc, odhady troposférických gradientov a regionálny model ionosféry pre interval 0 až 24 h. Pri stredo európskej permanentnej sieti sú to denné, týždenné a 3-hodinové riešenia súradníc a ich kovariančné matice, troposférické refrakcie v zenite počítané s intervalom 2 hodiny a regionálne modely ionosféry.

## Analýza časových radov

Časový rad je množina pozorovaní zaznamenaných chronologicky v čase. Predpokladáme, že medzi jednotlivými pozorovaniami je rovnaká vzdialenosť v čase. Ak v čase  $t$  pozorujeme len jednu vlastnosť, hovoríme o jednorozmernom časovom rade.



## Dekompozícia časového radu

Vykonanie rozkladu (dekompozícia) časového radu na zložky je motivované nádejou, že v jednotlivých zložkách sa ľahšie podarí identifikovať pravidelné správanie radu ako v pôvodnom nerozloženom rade [15]. Časové rady obsahujú nasledovné základné zložky: trend, sezónnu zložku, periodické zložky nesezónneho charakteru a reziduálnu zložku. Tá je tvorená náhodnými pohybmi v priebehu časového radu, ktoré nemajú rozpoznateľný charakter. Predpokladá sa, že reziduálna zložka je biely šum (je tvorený nekorelovanými náhodnými premennými s rovnakým rozdelením pravdepodobnosti, konštantnou strednou hodnotou, konštantnou disperziou a nulovou koreláciou).

V práci sme použili aditívnu dekompozíciu:

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + E_t \quad (9)$$

Model lineárneho trendu má tvar

$$T_t = \alpha + \beta t, \quad (10)$$

kde  $\alpha$ ,  $\beta$  sú koeficienty, ktoré dostaneme regresiou.

Na určenie periód, ktoré vystupujú v sezónnej zložke sa okrem klasickej metódy, ktorá využíva odhady autokovariančnej funkcie, používajú aj metódy spektrálnej analýzy. Na určenie významných frekvencií sa používa funkcia spektrálnej hustoty. Počíta sa ako Fourierova transformácia autokovariančnej funkcie

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma(k) e^{-ik\omega}, \quad (11)$$

kde  $\gamma(k)$  je autokovariančná funkcia,  $\omega$  je frekvencia a  $i$  je imaginárna jednotka. Funkcia spektrálnej hustoty určuje spektrum. Dĺžky jednotlivých periód sú rovné  $2\pi/\omega$ . Takto sa získajú hodnoty významných frekvencií a k nim zodpovedajúce dĺžky periód.

Sezónna zložka bola modelovaná funkciou, ktorá pozostáva z harmonických členov funkcie sínus a kosínus

$$S_t = \sum_{i=1}^2 \left( a_i \sin\left(\frac{2\pi t}{P_i}\right) + b_i \cos\left(\frac{2\pi t}{P_i}\right) \right) \quad (12)$$

a rovnako aj model periodickej zložky nesezónneho pôvodu má podobný tvar

$$C_t = \sum_{i=3}^9 \left( a_i \sin\left(\frac{2\pi t}{P_i}\right) + b_i \cos\left(\frac{2\pi t}{P_i}\right) \right), \quad (13)$$

kde  $a_i$ ,  $b_i$  sú koeficienty získané regresiou,  $P_i$  sú dĺžky periód sezónnej zložky a jednotlivých periodických členov nesezónneho charakteru.

Každý harmonický člen má amplitúdu  $A$  a fázu  $\phi$  vzťahnutú k začiatku analyzovaného obdobia, ktoré súvisia s regresnými koeficientmi podľa vzťahov

$$A_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}, \quad \tan \phi_i = \frac{a_i}{b_i}. \quad (14)$$

## Modelovanie časových radov lineárnymi stochastickými procesmi

Dekompozíciou získame jednotlivé systematické zložky časového radu a reziduálnu zložku, ktorá má stochastický charakter. Stochastické závislosti medzi náhodnými

premennými, ktoré reziduálna zložka obsahuje, je možné modelovať pomocou stochastických lineárnych procesov.

Lineárny proces je definovaný Woldovou vetou [2], ktorá hovorí: stacionárny stochastický proces, ktorý neobsahuje žiadne systematické zložky, môže byť vyjadrený v tvare lineárnej kombinácie postupností nekorelovaných náhodných premenných s rovnakým rozdelením pravdepodobnosti

$$X_t = U_t + \psi_1 U_{t-1} + \psi_2 U_{t-2} + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i U_{t-i}, \quad \psi_0 = 1, \quad (15)$$

kde  $\{U_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  je nekorelovaná rovnako rozdelená náhodná premenná.

Box-Jenkinsova metodológia je aparát, ktorý sa používa pri modelovaní stacionárnych stochastických procesov lineárnymi modelmi.

Výhody Box-Jenkinsovej metodológie sú:

- modely sú stochastické, veľmi flexibilné, rýchlo sa adaptujú na zmeny v charaktere časového radu,
- analýza prebieha v troch základných krokoch:
  1. identifikácia modelu,
  2. odhad parametrov modelu,
  3. testovanie správnosti modelu.

Nevýhody Box-Jenkinsovej metodológie sú:

- minimálna dĺžka časového radu musí byť 50,
- ťažká interpretácia výsledného modelu.

Box-Jenkinsova metodológia využíva na prognózy autoregresné modely a kľzavé priemery. Podľa toho, akú techniku model využíva, poznáme modely AR (autoregresný model), MA (kľzavé priemery), ARMA (autoregresný model a kľzavé priemery), ktoré môžu byť navyše rôzneho rádu. Máme teda možnosť vybrať si model zo všeobecnej triedy modelov, ktorý najlepšie vystihuje naše údaje. Model vyhovuje vtedy, ak sú reziduá medzi predpovedanými hodnotami a hodnotami časového radu malé, náhodne rozdelené a nezávislé.

Pri výstavbe modelu ARMA( $p, q$ ), kde  $p$  je rád autoregresnej časti a  $q$  je rád časti kľzavých priemerov, uvažujeme základný predpoklad: hodnota časového radu v čase  $t$  závisí len na predchádzajúcich hodnotách časového radu (deterministická časť) a náhodných fluktuáciách (stochastická časť), pričom závislosť je lineárna

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_p X_{t-p} + \tilde{Z}_t, \quad (16)$$

kde  $\varphi_1, \dots, \varphi_p$  sú AR koeficienty (k deterministickej časti) a  $\tilde{Z}_t$  je náhodná fluktuácia

$$\tilde{Z}_t = Z_t + \Theta_1 Z_{t-1} + \dots + \Theta_q Z_{t-q}, \quad (17)$$

kde  $\Theta_1, \dots, \Theta_q$  sú MA koeficienty (k stochastickej časti).  $\{Z_t\}$  nazývame biely šum (s nulovou strednou hodnotou), disperzia bieleho šumu je rovná  $D(Z_t) = \sigma^2$ .

Pri identifikácii modelu je úlohou určiť správny typ modelu a určiť rád modelu. Na začiatku je potrebné presvedčiť sa, či je daný časový rad stacionárny a či má daný časový

rad nulovú strednú hodnotu. Ak je nenulová, treba časový rad centrovat'. Pri identifikácii pracujeme len s odhadmi, preto závery môžu byť skreslené a je treba uvažovať viacero alternatív. Veľmi efektívne pri identifikácii je použitie tzv. informačných kritérií. Najčastejšie používané informačné kritérium je Akaikeho informačné kritérium (AIC). Druhé používané je Bayesovské informačné kritérium (BIC).

Na odhad parametrov modelu sa v súčasnosti používajú viaceré metódy. Základným postupom na odhad parametrov  $AR(p)$  modelu je Yule-Walkerov algoritmus. Na tejto metóde je založený tzv. Levinson-Durbinov algoritmus, pri ktorom sa rekurzívne riešia Yule-Walkerove rovnice pre  $p = 1, 2, \dots, k_{\max}$ . Long-AR metóda je založená na tom, že invertibilný model  $ARMA(p, q)$  môžeme aproximovať modelom AR s veľkým rádom. Pomocou metódy najmenších štvorcov (MNS) vypočítame parametre AR modelu, spätne dosadíme, vypočítame odhady reziduí, napíšeme model  $ARMA(p, q)$  s odhadmi reziduí a opäť pomocou MNS vypočítame parametre  $\varphi_1, \dots, \varphi_p$  a  $\Theta_1, \dots, \Theta_q$ . Najpoužívanejšou metódou je Hannan-Rissanenova procedúra. Vychádza z Long-AR metódy. Zadávajú sa maximálne rády a na základe informačných kritérií počas procedúry sa vyberá najlepší model. Predchádzajúce metódy sa používajú na určenie predbežných hodnôt parametrov modelov. Na riešenie konečných hodnôt slúži podmienená alebo nepodmienená metóda maximálnej vierohodnosti.

Ako tretia fáza výstavby modelu v Box-Jenkinsonovej metodológii sa vykonáva overovanie modelu skonštruovaného v predchádzajúcich dvoch fázach. Toto overovanie má potvrdiť alebo zamietnuť adekvátnosť modelu. Ak sú zistené závažnejšie nezhody medzi daným časovým radom a skonštruovaným modelom, je treba celý trojfázový postup Box-Jenkinsonovej metodológie zopakovať. Adekvátnosť modelu sa testuje pomocou odhadnutých reziduí časového radu  $\{\hat{Z}_t\}$ , ktoré sa chovajú ako biely šum s nulovou strednou hodnotou a konštantnou disperziou  $\hat{\sigma}^2$ . Na overenie parametrov modelu existuje niekoľko metód:

- testovanie nulovosti autokorelačnej funkcie výsledných reziduí  $\rho_z(k)$ ,
- Portmanteau test – súhrne sa testuje prvých  $m$  členov daného stochastického procesu.

## 5. Aplikácia metód analýzy časových radov

### Modelové prípady použité na analýzu

Na analýzu sme použili výsledky produkované Lokálnym analytickým centrom pôsobiacim na Katedre geodetických základov. Výsledky vhodné na našu analýzu sú 4-hodinové riešenia súradníc pre Európsku permanentnú sieť a 3-hodinové riešenia súradníc získané zo spracovania stredoeurópskej permanentnej siete.

Prvú analyzovanú sieť tvoria permanentné merania spracované v rámci Európskej permanentnej siete. Vstupné údaje sú 4-hodinové riešenia súradníc z obdobia od 1.1.2005 (DOY 001 (Day of Year – deň v roku)) do 31.12.2005 (DOY 365). Ďalej budeme používať

označenie „EUREF2005“. Referenčným bodom pri vyrovnaní bola permanentná stanica Borowiec (BOR1) v Poľsku a pri spracovaní je uvažovaný teoretický model kontinentálnych a morských slapov. Tieto časové rady sú tvorené geocentrickými pravouhlými súradnicami  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Stanice, ktoré boli vybrané na analýzu sú CAGL - Cagliari (Taliano), DUBR - Dubrovnik (Chorvátsko), GANP - Gánovce (Slovensko), GOPE - Ondřejov (Česká republika), HELG - Helgoland (Nemecko), KOSG - Kootwijk (Holandsko), MIKL - Mykolaiv (Ukrajina), MLVL - Marne-la-Valle (Francúzsko), MOPI – Modra - Piesok (Slovensko), ORID - Ohrid (Macedónsko), OROS - Orosháza (Maďarsko), REYK - Reykjavik (Island), RIGA - Riga (Litva), STAS - Stavanger (Nórsko), SULP - L'viv (Ukrajina) a TUBO - Brno (Česká republika).

Výber staníc bol podmienený hlavne úplnosťou a konzistenciou údajov. Ďalej sme prihliadali aj na umiestnenie stanice (vnútrozemie – pobrežie), ako aj na polohu stanice (zemepisná šírka, zemepisná dĺžka).

Druhým modelovým prípadom je stredoeurópska permanentná sieť. Časové rady sú tvorené 3-hodinovými riešeniami súradníc z obdobia od 1.1.2005 (DOY 001) do 31.12.2005 (DOY 365). Ďalej budeme používať označenie „CEPER2005“. Referenčným bodom pri vyrovnaní bola permanentná stanica BOR1. Stanice, ktoré boli vybrané na analýzu sú BBYS - Banská Bystrica (Slovensko), BUCU - Bucuresti (Rumunsko), BZRG - Bolzano (Taliano), GOPE - Ondřejov (Česká republika), GRAZ - Graz (Rakúsko), GSR1 - Ljubljana (Slovensko), JOZE - Józefosław (Poľsko), KRAW - Kraków (Poľsko), LOMS - Lomnický štít (Slovensko), MOPI – Modra - Piesok (Slovensko), OBE2 - Oberpfaffenhofen (Nemecko), ORID - Ohrid (Macedónsko), PENC - Penc (Maďarsko), RISO - Rimavská Sobota (Slovensko), SBGZ - Salzburg (Rakúsko), TUBO - Brno (Česká republika) a WROC - Wrocław (Poľsko).

Obidve analyzované siete zahŕňajú merania z roku 2005. Pre porovnanie sme uskutočnili aj výpočet pre iné obdobie. Merania pochádzajú z Európskej permanentnej siete z obdobia od 1.10.2003 (DOY 274) do 29.9.2004 (DOY 273). Časové rady geocentrických súradníc sme zostavili pre permanentné stanice GOPE, HELG, KOSG, OROS, SULP, STAS a TUBO.

Na analýzu sme použili časové rady, ktoré sú tvorené 4-hodinovými riešeniami permanentnej siete spracovávanej v LAC SUT z obdobia 1 roka, resp. 3-hodinovými riešeniami Stredoeurópskej permanentnej siete. Dĺžka časových radov je preto 2190, resp. 2920 pozorovaní. Časové rady súradníc sme filtrovali na základe veľkosti disperzie a interpoláciou sme doplnili chýbajúce údaje. Následne sme časové rady geocentrických pravouhlých súradníc  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  transformovali do lokálneho topocentrického systému  $n$ ,  $e$ ,  $v$ .

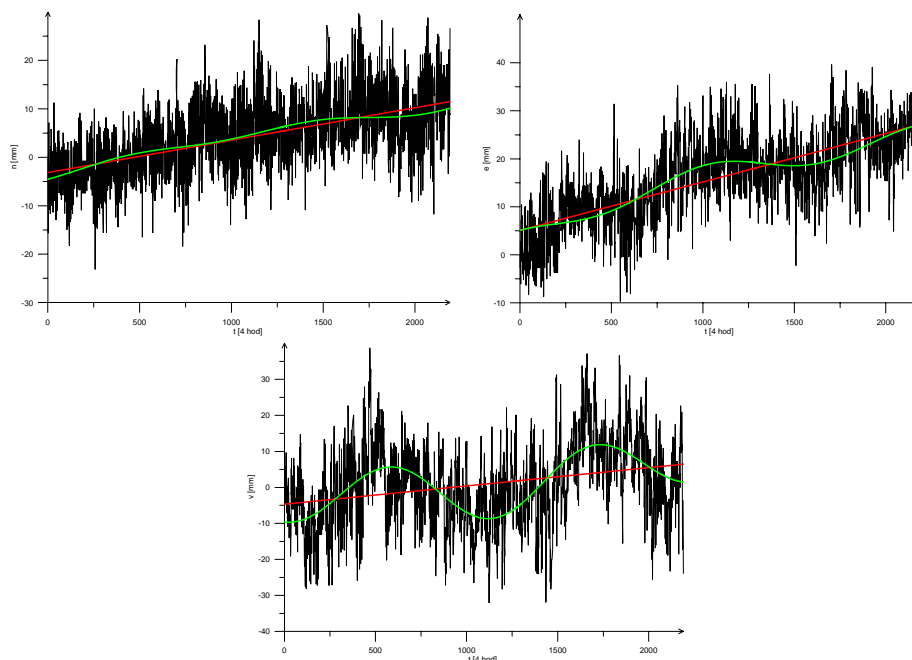
## **Analýza deterministickej časti časových radov**

Časové rady lokálnych topocentrických súradníc  $n$ ,  $e$ ,  $v$  sme zostavili pre každú analyzovanú sieť a pre každú stanicu. Sieť EUREF2005 má 16 analyzovaných staníc, sieť CEPER2005 17 staníc a sieť EUREF2004 obsahuje 6 staníc. Pre každú stanicu sú vytvorené samostatné časové rady pre každú lokálnu topocentrickú súradnicu. Celkový počet analyzovaných časových radov bol 117. Každý časový rad sme analyzovali samostatne pomocou nástrojov, ktoré ponúka výpočtový program Mathematica v rozširujúcom balíku na analýzu časových radov Timeseri.

Analýza deterministickej časti časových radov spočíva v aditívnej dekompozícii časového radu a určení parametrov jednotlivých systematických zložiek. Pri pohľade na časové rady lokálnych topocentrických súradníc  $n$ ,  $e$ ,  $v$  sú zrejmé niektoré systematické zložky. Pri horizontálnych súradniciach  $n$ ,  $e$  je to najmä výrazný trend, ktorý súvisí hlavne s pohybom eurázijskej tektonickej platne. Okolo trendu sa nachádza sezónna zložka. Pri časových radoch výšky  $v$  je trend pomerne malý, výrazná je však sezónna zložka.

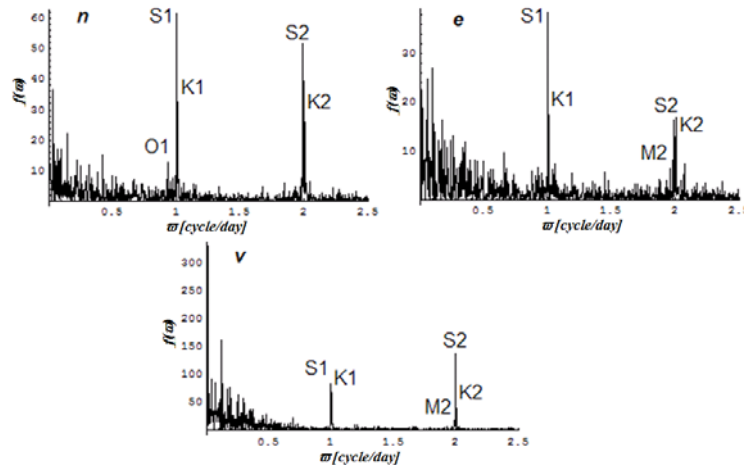
Lineárny trend má tvar uvedený vo vzťahu (10). Parametre  $\alpha$ ,  $\beta$  sme určili pomocou lineárnej regresie metódou najmenších štvorcov. Dôležité sú najmä parametre  $\beta$ , ktoré vyjadrujú zmenu polohy v čase. Pre časové rady horizontálnych súradníc  $n$ ,  $e$  sú pre zhodný časový interval merania prakticky rovnaké.

Periódou sezónnej zložky sme zvolili 1 rok a  $\frac{1}{2}$  roka. Ich voľbu nám potvrdila aj analýza priebehov autokorelačnej funkcie, ktorá sa používa na určenie periód sezónnej zložky. Tvar rovnice je (12). Metódou najmenších štvorcov sme určili parametre jednotlivých harmonických komponentov a z nich sme podľa (14) určili ich celkovú amplitúdu a fázu vzťahnutú k začiatku analyzovaného obdobia. Parametre sezónnej zložky už nie sú navzájom tak silne korelované. Závisia hlavne na geografických, klimatických a iných podmienkach na danej stanici. Vplyvy spôsobujúce tieto variácie sú najmä striedanie ročných období a tým napr. zmena zákrytov na stanici (v lete sú na stromoch listy, v zime sú opadané), sezónne variácie podzemnej vody, zaťaženie vplyvom snehovej pokrývky v zime, dlhodobé zmeny teploty a tlaku vzduchu a pod. Grafické znázornenie časových radov stanice CAGL spolu s vyznačeným trendom a sezónnou zložkou sú na obrázku 1.



Obr. 1 Časové rady lokálnych topocentrických súradníc  $n$ ,  $e$ ,  $v$  permanentnej stanice CAGL s vyznačeným trendom a sezónnou zložkou (EUREF2005).

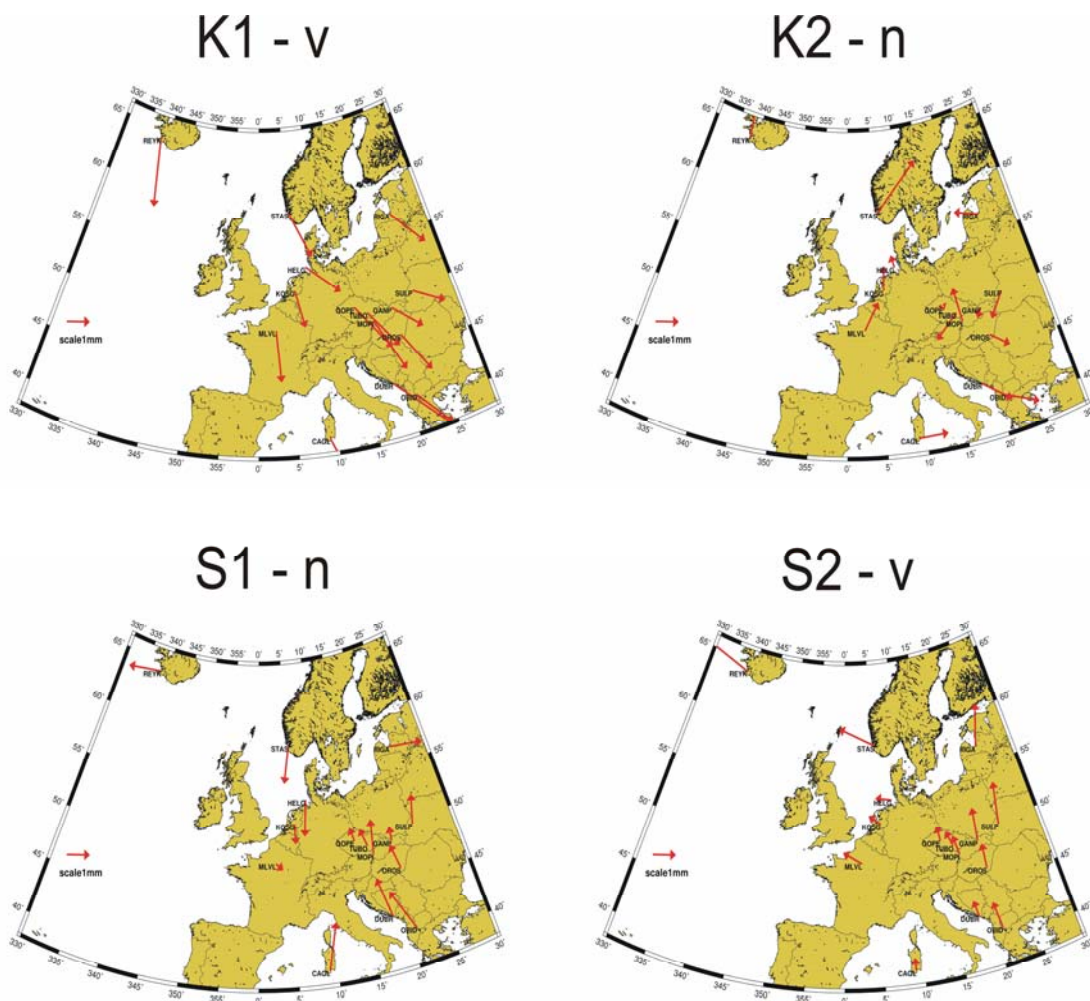
Na určenie períód periodickej zložky nesezónneho charakteru sme použili spektrálnu analýzu. Odhady funkcie spektrálnej hustoty sme realizovali Fourierovou transformáciou autokorelačnej funkcie. Najvýznamnejšie frekvencie sú totožné so slapovými frekvenciami zodpovedajúcimi slapovým vlnám s dennou ( $O_1$ ,  $P_1$ ,  $S_1$ ,  $K_1$ ) a poldennou ( $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_2$ ) periódou. Príklad spektier pre permanentnú stanicu GOPE je na obrázku 2.



Obr. 2 Spektrum časových radov súradníc permanentnej stanice GOPE (EUREF2004).

Periódody zodpovedajúce slapovým vlnám sme použili pri určení parametrov periodickej zložky nesezónneho charakteru. Odhad sme realizovali podľa (13) pomocou metódy najmenších štvorcov. Celkové amplitúdy a fázy jednotlivých slapových vln vztiahnuté k začiatku analyzovaného obdobia sme určili podľa (14). Treba znova pripomenúť, že všetky hodnoty sú relatívne vztiahnuté k referenčnému bodu BOR1, čo vychádza z metodiky spracovania. Taktiež ide o nemodelované časti slapových efektov, nakoľko pri spracovaní je používaný teoretický model kontinentálnych a oceánskych slapov. Aj napriek tomu vystupujú frekvencie súvisiace so slapovými efektmi výrazne v spektrách jednotlivých časových radov lokálnych topocentrických súradníc  $n$ ,  $e$ ,  $v$ .

Periodické variácie horizontálnych súradníc a výšky  $n$ ,  $e$ ,  $v$  sa pre väčšinu pozorovaných staníc pohybujú v intervale od 0.5 do 2.0 mm. Výrazné hodnoty amplitúd nadobúdajú členy s periódami slapových vln pre denné variácie  $S_1$  a  $K_1$ , podobne pri poldenných variáciách sú dominantné slapové vlny  $S_2$  a  $K_2$ . Na niektorých bodoch nadobúdajú amplitúdy hodnoty až do 3 mm. Na obrázku 3 sú uvedené výrazné amplitúdy pre niektoré súradnice analyzovanej sub-siete EUREF2005.

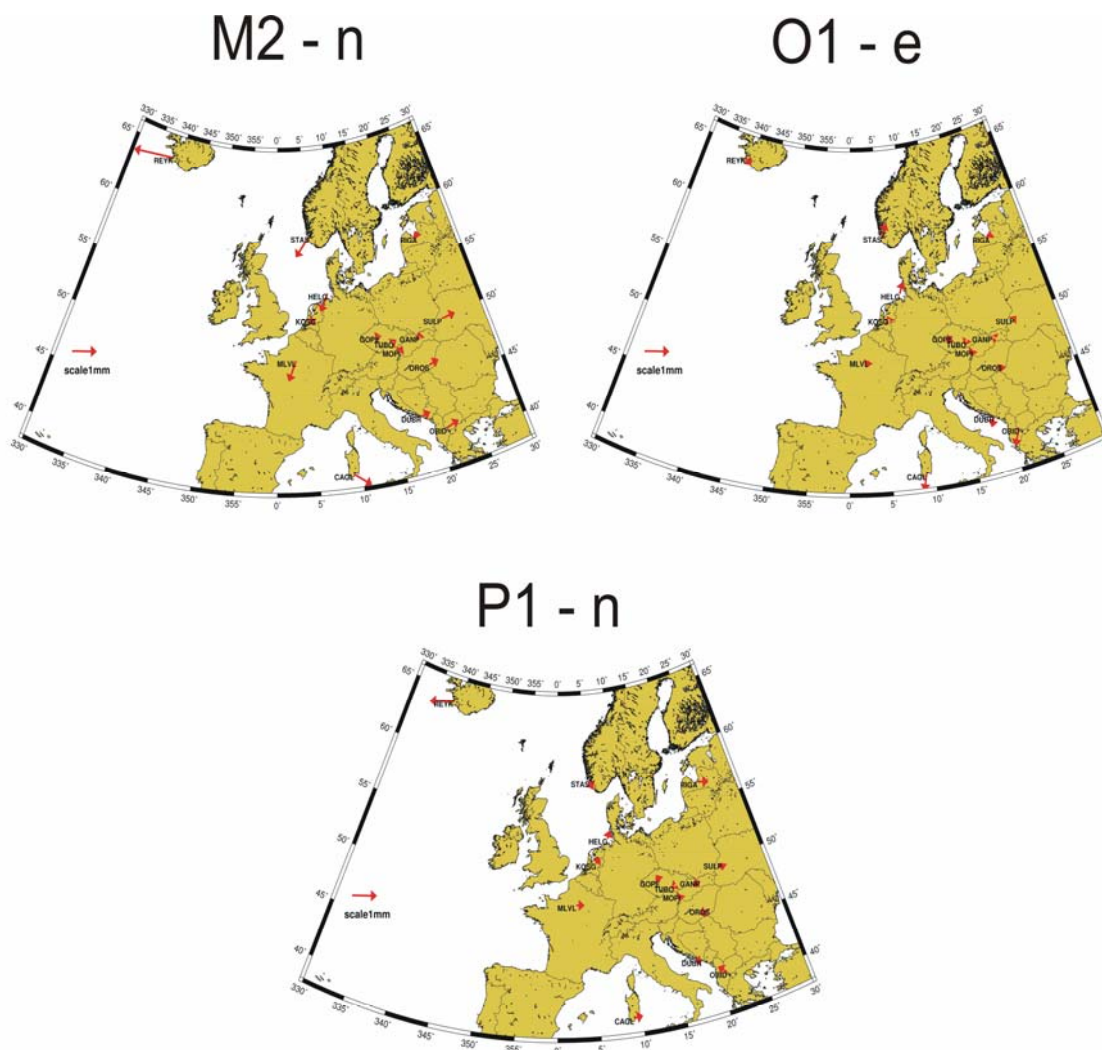


Obr. 3 Amplitúdy a fázy slapových vln  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  a  $K_2$  niektorých súradníc analyzovanej sub-siete EUREF2005.

Vlny  $S_1$  a  $S_2$  majú periódu 1.000 a 0.500 stredného slnečného dňa a teda bezprostredne súvisia so striedaním dňa a noci. Môžeme potom predpokladať, že sú v nich zahrnuté aj iné vplyvy súvisiace s týmto javom. Môžu to byť napr. reziduálne vplyvy troposféry a ionosféry, termické efekty a samotný fakt, že základné spracovanie permanentnej siete sa uskutočňuje v 24 hodinových intervaloch. Vlny  $K_1$  a  $K_2$ , ktoré majú periódu 24 a 12 hodín hviezdneho času, môžu mať súvis s periódou obehu družíc GPS, ktorá je práve 12 hodín hviezdneho času. V budúcnosti by bolo vhodné zaoberať sa vplyvom slapov na určenie presných efemeríd družíc. Pri vlnách  $K_1$  a  $K_2$  je tiež možná spojitosť s javom multipath, ktorý, ak je prítomný v meraniach na danom bode, bude sa taktiež opakovať s periódou obehu družice okolo Zeme. Pri ostatných vlnách môžeme konštatovať jednoznačnú prepojenosť pozorovaných variácií so slapovými efektmi [4].

Niektoré slapové frekvencie ( $O_1$  a  $P_1$ ) majú amplitúdu menšiu ako 0.5 mm pre takmer všetky stanice. Pri slapovej vlne  $M_2$  sú amplitúdy väčšie na staniciach, ktoré sú na pobreží. Stanice vo vnútrozemí majú hodnoty amplitúd malé. Na obrázku 4 sú uvedené amplitúdy pre niektoré súradnice analyzovanej sub-siete EUREF2005.





Obr. 4 Amplitúdy a fázy slapových vln  $M_2$ ,  $O_1$  a  $P_1$  niektorých súradníc analyzovanej subsiete EUREF2005.

Pri väčšine slapových vln je charakteristická regionálna závislosť veľkostí amplitúd a fáz jednotlivých slapových vln. Pri väčšine slapových vln je markantný rozdiel medzi stanicami umiestnenými na pobreží a vo vnútrozemí. Niekde je rozdiel hlavne vo veľkosti amplitúd (K2, S2), inde sú rozdiely vo fáze slapovej vlny (M2, S1). Pri niektorých slapových vlnách sú však veľkosti amplitúd a fáz podobné pre všetky stanice (K1, O1).

Po eliminovaní systematických zložiek (trend, sezónna zložka, periodická zložka nesezónneho charakteru) sme dostali reziduálne časové rady. Stochastické závislosti, ktoré tieto časové rady obsahovali sme ďalej modelovali pomocou stochastických lineárnych procesov využitím Box-Jenkinsonovej metodológie.

### **Analýza stochastickej časti časových radov**

Analýzou autokovariančnej funkcie reziduálnych časových radov zbavených vplyvu systematických zložiek sa ukázala zaujímavá skutočnosť. A to, že v časovom rade ostala periodická zložka s periódou približne jeden deň, ktorá nemala deterministické správanie a vlastnosti. Na jej analýzu sa ukázali ako najvhodnejšie lineárne stochastické

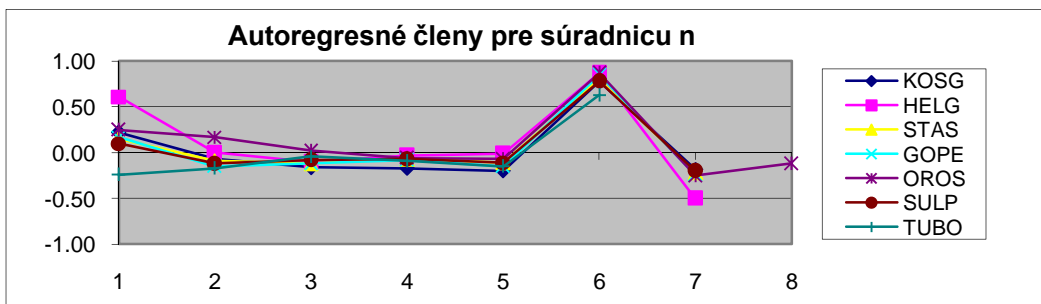


procesy, ktoré sú schopné modelovať práve stochastické závislosti medzi náhodnými premennými.

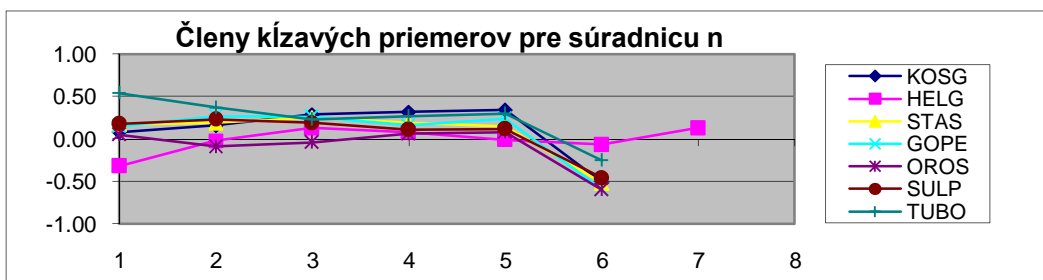
Ako základnú metódu odhadu parametrov modelu sme použili Hannan-Rissanenovu metódu, ktorá vyberá najvhodnejší model podľa hodnoty Akaikihho a Bayesovského informačného kritéria. Pre väčšinu časových radov sa ako najvhodnejšie ukázali procesy  $ARMA(p, q)$ .

Pri časových radoch, ktorých vstupnými údajmi boli 4-hodinové riešenia súradníc (sub-siete EUREF2004 a EUREF2005) bol rád autoregresnej časti okrem jedného prípadu minimálne  $p=6$ . Hodnoty rádov časti kľzavých priemerov boli väčšinou tiež rovné alebo väčšie ako  $q=6$ . Pri CEPRER2005 boli vo väčšine prípadoch hodnoty  $p, q$  väčšie alebo rovné 8. Hodnoty koeficientov  $\varphi_1, \dots, \varphi_p$  a  $\Theta_1, \dots, \Theta_q$  sú bezrozmerné veličiny charakterizujúce stochastickú závislosť medzi pozorovaniami časového radu vo vzdialenosti  $t-p$ , resp. vplyv náhodnej zložky vo vzdialenosti  $t-q$  od pozorovania časového radu.

Pri autoregresnej časti je významné zistenie, že najväčšiu veľkosť a teda aj najväčšiu stochastickú závislosť majú členy vo vzdialenosti  $t-1$ ,  $t-6$  a  $t-7$  pre časové rady vychádzajúce z 4-hodinových riešení súradníc. Pri 3-hodinových riešeniach sú to členy vo vzdialenosti  $t-1$ ,  $t-8$  a  $t-9$ . Pri časti kľzavých priemerov sú taktiež najvýznamnejšie koeficienty vo vzdialenosti  $t-6$  resp.  $t-8$ . Grafické znázornenie parametrov  $ARMA(p, q)$  modelov pri sub-sieti EUREF2004 je znázornené na obrázku 5 pre autoregresnú časť a na obrázku 6 pre časť kľzavých priemerov.

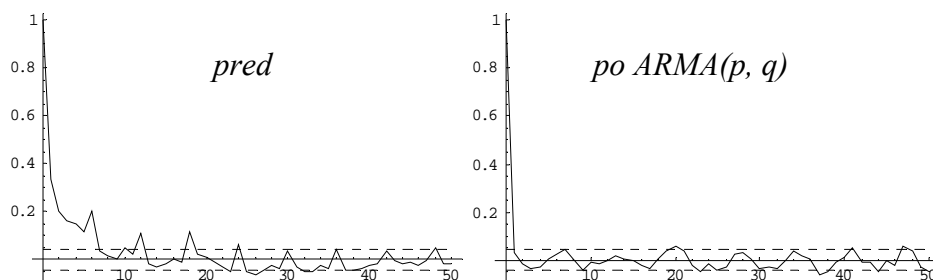


Obr. 5 Koeficienty autoregresnej časti procesu  $ARMA(p, q)$  pre súradnicu  $n$  (EUREF2004).



Obr. 6 Koeficienty časti kľzavých priemerov procesu  $ARMA(p, q)$  pre súradnicu  $n$  (EUREF2004).

Nové reziduálne časové rady, ktoré vzniknú po aplikovaní  $ARMA(p, q)$  modelu môžeme považovať za biely šum. Biely šum je tvorený nekorelovanými náhodnými premennými s rovnakým rozdelením pravdepodobnosti, konštantnou strednou hodnotou, konštantnou disperziou a nulovou koreláciou. Hodnoty smerodajných odchýlok pre horizontálne súradnice  $n, e$  nepresahujú hodnotu 5 mm, smerodajné odchýlky pri časových radoch výšky  $v$  nepresahujú hodnotu 6 mm okrem stanice REYK. Porovnanie priebehu autokorelačnej funkcie pred a po modelovaní  $ARMA(p, q)$  procesom je na obrázku 7.



Obr. 7 Priebeh autokorelačnej funkcie pred a po aplikácii procesu  $ARMA(p, q)$ .

Všetky uvedené skutočnosti potvrdzujú výskyt reziduálnych javov s premenlivou periódou veľkosti približne 24 hodín. Perióda s veľkosťou presne 24 hodín je eliminovaná určením parametrov slapovej vlny  $S_l$  pri odhade systematickej zložky. Objasnenie pôvodu týchto variácií je otvorená otázka, avšak spôsob ich modelovania bude zrejme možný iba pomocou lineárnych stochastických modelov, ktoré sa dokážu rýchlo adaptovať práve na takéto rýchle zmeny v charaktere časového radu spôsobené zmenou periódy javu, pretože modelovať tieto zmeny pomocou deterministického prístupu je nemožné, nakoľko je potrebné poznať presnú dĺžku periódy. Pravdepodobná príčina ich prítomnosti v časových radoch súradníc je vo variáciách atmosféry, pohybe stabilizácie bodu, „multipath“ efekte a v ostatných javoch, ktoré nemajú striktné periodický charakter, ale majú dennú premenlivosť.

## 6. Prínos pre vedu a prax

Hlavným cieľom dizertačnej práce bolo overiť možnosť využitia permanentných meraní GPS na výskum slapových efektov vo variáciách polohy monitorovaných staníc.

Na základe splnenia úloh, ktoré si vyžadoval cieľ práce, môžeme uviesť výsledky dizertácie a ich prínos pre vedu a prax:

1. Vytvorenie prehľadu a overenie metodiky spracovania permanentných meraní GPS s intervalom spracovania menším ako 24 hodín za účelom sledovania denných a sub-denných variácií polohy, ktoré súvisia okrem iných aj so slapovými javmi pôsobiacimi na meranie.
2. Vykonanie analýzy časových radov, určenie parametrov jednotlivých systematických zložiek, konkrétne vyjadrenie trendu a sezónnej zložky. Pomocou metód spektrálnej analýzy potvrdenie výskytu periód slapových vln v rámci periodickej zložky nesezónneho charakteru a určenie jej parametrov.

3. Na základe amplitúd a fáz jednotlivých slapových vln, ktoré sú získané analýzou časových radov, overenie presnosti slapového modelu, ktorý vychádza z metodiky IERS a bol použitý pri spracovaní permanentných meraní GPS v univerzitnom softvéri.
4. Odhalenie a modelovanie stochastických závislostí v reziduálnych časových radoch polohy pomocou lineárnych stochastických modelov. Určenie parametrov  $ARMA(p, q)$  modelov časových radov. Porovnanie jednotlivých riešených sub-sietí.

Prezentovaná práca predstavuje základný prehľad o možnostiach využitia systému GPS na výskum a modelovanie slapových efektov. Boli tu prezentované výsledky analýzy časových radov pre tri modelové prípady a ich vzájomné porovnanie. Ostáva však ešte široký priestor pre ďalších pracovníkov hlavne v oblasti výskumu vplyvu slapových efektov na určenie presných dráh družíc, pri odhaľovaní spojitosťí a príčin stochastických závislostí v reziduálnych časových radoch a pod.

## 7. Záver

Na analýzu slapových efektov v permanentných meraniach GPS sú vhodné riešenia Lokálneho analytického centra Slovenskej technickej univerzity v Bratislave, ktoré sú produkované v rámci Permanentnej siete EUREF (EPN) ako aj v rámci stredoeurópskej permanentnej siete. Pri EPN sú ako alternatívne riešenie počítané súradnice pre interval 4 hodín. Pri stredoeurópskej sieti je interval alternatívneho riešenia 3 hodiny. Časové rady zostavené z týchto riešení nám umožňujú analyzovať periodické javy s periódami menšími ako polovica dňa.

Výsledkom sú určené parametre systematických zložiek, osobitne trendu, sezónnej zložky a periodickej zložky nesezónneho charakteru. Spektrálnou analýzou sme potvrdili prítomnosť frekvencií súvisiacich so slapovými javmi v časových radoch topocentrických lokálnych súradníc. V rámci periodickej zložky sme určili amplitúdy a fázy slapových vln. Periodické variácie sa pre väčšinu pozorovaných staníc pohybujú v intervale od 0.5 do 2.0 mm.

Reziduálne časové rady, v ktorých ostali určité periodické javy nepopísateľné pomocou deterministického prístupu, sme následne modelovali pomocou stochastických lineárnych procesov. Pomocou modelov  $ARMA(p, q)$  sme popísali stochastické závislosti, ktoré sa vyskytovali v reziduálnych časových radoch.

Z prezentovaných výsledkov môžeme vidieť, že pri spresňovaní výsledkov permanentného určovania polohy pomocou GPS, je potrebné zaoberať sa slapovými efektmi. V budúcnosti bude dôležité venovať sa aj ostatným vplyvom pôsobiacim na meranie, lebo ich pôsobenie je veľmi dobre dokázateľné práve pomocou analýzy časových radov.

## Zoznam publikovaných prác

- HEFTY, J. – IGONDOVÁ, M. – KOVÁČ, M. – HRČKA, M.: Sub-daily coordinate variations in EUREF permanent network. Proceedings of Conference 10th anniversary of IGS, Astronomical Institute University of Berne, 2004.
- HEFTY, J. – GERHÁTOVÁ, L. – IGONDOVÁ, M. – KOVÁČ, M. – HRČKA, M.: The network of permanent GPS stations in Central Europe as the reference for CERGOP related activities. Proceedings of the EGU symposium G 11, Nice, France, 2004.
- HEFTY, J. – HRČKA, M.: Experiences from GPS Antenna and Receiver Field Calibrations. INGENEO 2004, 3rd International Conference on Engineering Surveying, Bratislava, 2004.
- HEFTY, J. – IGONDOVÁ, M. – HRČKA, M.: Contribution of GPS permanent stations in Central Europe to regional geo-kinematical investigations. Acta Geodyn. Geomater., Vol.2, No.3, 2005.
- HRČKA, M.: Detekcia slapových vln v časových radoch dlhodobého určovania polohy. JUNIORSTAV2005, 7. Odborná konferencia doktorského studia. Brno, Česká republika, 2005.
- HRČKA, M. – HEFTY, J.: Diurnal and semi-diurnal coordinate variations observed in European permanent GPS network: deterministic and stochastic constituents. Contributions to Geophysics & Geodesy 2005.
- HEFTY, J. – IGONDOVÁ, M. – HRČKA, M.: Štatistické charakteristiky dlhodobého určovania polohy na permanentných staniciach GPS. Zborník referátov: Konferencie s mezinárodnou účasťou. Vývoj metod a technológií GPS v geodézii. Brno, 2005.
- HRČKA, M.: Analýza deterministickej zložky variácií súradníc Európskej permanentnej siete GPS. JUNIORSTAV2006, 8. Odborná konferencia doktorského studia. Brno, Česká republika, 2006.
- HRČKA, M. – HEFTY, J.: Deterministic and stochastic constituent analysis of diurnal and semi-diurnal coordinate variations in European permanent GPS network. Junior Scientist Conference 2006 Proceedings. TU Wien, Wien 2006.

## Literatúra

- [1] BEZRUČKA, J.: Príprava analýzy meraní GPS v kvázi-reálnom čase. Písomná časť dizertačnej skúšky. Bratislava, Stavebná fakulta, Slovenská technická univerzita 2006.
- [2] BOX, G. – JENKINS, G.: Time Series Analysis – Forecasting and Control. Holden Day, San Francisco, Cambridge, London, Amsterdam 1970.
- [3] HEFTY, J.: Globálny polohový systém v štvorrozmernej geodézii. Bratislava, Slovenská technická univerzita 2004, 113 s.
- [4] HEFTY, J.: Krátkoperiodické variácie permanentných staníc GPS. In: Geodetické referenčné systémy. Zborník referátov z konferencie pri príležitosti 50. výročia

- založenia Katedry geodetických základov SvF STU. Bratislava, STU 2002, s. 155-165.
- [5] HEFTY, J. – IGONDOVÁ, M.: Aktivity Lokálneho analytického centra EUREF na Slovenskej technickej univerzite v Bratislave. In: Geodetický a kartografický obzor, 50/92, 2004, č. 4-5, s. 79-90.
- [6] HEFTY, J. – IGONDOVÁ, M. – KOVÁČ, M. – HRČKA, M.: Sub-daily coordinate variations in EUREF permanent network. In: Proceedings of Conference 10th anniversary of IGS. Berne, Astronomical Institute University of Berne 2004.
- [7] HEFTY, J. – HUSÁR, L.: Družicová geodézia – Globálny polohový systém. Bratislava, Slovenská technická univerzita 2003. 186 s.
- [8] MCCARTHY, D. – PETIT, G.: IERS Technical Note No. 32: IERS Conventions (2003). Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main 2004.
- [9] MELCHIOR, P.: The tides of the planet Earth. Pergamon Press 1983.
- [10] VANÍČEK, P. – KRAKIWSKY, E.: Geodesy – The Concepts. Elsevier, Amsterdam.
- [11] <http://www.epncb.oma.be> EUREF Permanent Network
- [12] <http://www.iag-aig.org> International Association of Geodesy
- [13] <http://www.iers.org> International Earth Rotation and Reference Systems Service
- [14] <http://www.astro.oma.be/ICET> International Center for Earth Tides
- [15] KOMORNÍK, J. – KOMORNÍKOVÁ, M. – MIKULA, K.: Modelovanie ekonomických a finančných procesov. Univerzita Komenského, Bratislava 1998.
- [16] HUGENTOBLER, U. – SCHAEER, S. – FRIDEZ, P.: Bernese GPS Software Version 4.2. Bern, Astronomical Institute, University of Bern 2001. 515 s.

## Summary

The presented thesis is devoted to application permanent GPS observations to research tide effects. Regular analysis of permanent GPS network covering almost the entire European continent performed at Slovak University of Technology in Bratislava allows detecting small short-periodic oscillations of site coordinates. We analyzed one-year interval of station time series comprising of coordinates evaluated from 4-hour or 3-hour observing samples.

The variations of horizontal coordinates and ellipsoidal height with amplitudes from 0.5 to 2.0 mm are observed at majority of analyzed sites. They can be assigned to unmodelled solid Earth and ocean tides, polar motion effects and satellite orbits biases.

After elimination of these deterministic signals still residual diurnal oscillations of stochastic character can be observed in the coordinate series. They are detected at majority of analyzed stations by means of ARMA process modeling. We suppose that these signals have origin in perturbing effects resulting from atmosphere refraction variations, site monumentation movements, multipath effects and other relevant phenomena with no strict periodic character but with diurnal variability.

