

Úvod

Družicové technológie nachádzajú v geodézii uplatnenie aj pri budovaní geodetických sietí. Všestranná využiteľnosť družicových technológií viedla k vzniku permanentných sietí GPS (*Global Positioning System*) rozličných hierarchií od celosvetových sietí cez kontinentálne až po siete jednotlivých štátov, ako aj k vzniku sietí, v ktorých sa vykonávajú opakované merania GPS.

V práci sa snažíme poukázať na efektívne spájanie geodetických sietí opakovaných meraní a na odhad parametrov charakterizujúcich polohu, prípadne ďalšie parametre súvisiace so zmenou priestorovej polohy v čase, ako aj na spoločné spracovanie meraní GPS s terestrickými observáciami. Terestrické merania včlenené do družicovej siete sa uplatnia predovšetkým pri zhusťovaní družicovej siete tam, kde nemožno použiť družicové metódy, pri zvýšení spoľahlivosti rozmeru siete GPS, pri spresnení výškovej zložky, atď. Pozornosť venujeme aj permanentným družicovým sieťam, ktoré poskytujú voči etapovým, resp. epochovým sieťam obsahovo bohatšie informácie.

Predkladaná práca sa venuje zostaveniu matematických modelov kombinácií družicových geodetických sietí opakovaných meraní a permanentných sietí GPS, ako aj zostaveniu matematických modelov umožňujúcich kombináciu družicových a terestrických meraní. Rovnako sa zameriavame aj na matematické modely transformácií, ktoré sú neoddeliteľnou súčasťou geodetických úloh. Rozsiahlu časť práce venujeme tvorbe univerzálneho softvéru na spracovanie a analýzu geodetických sietí s analyticky definovaným matematickým modelom. Univerzálnosť programu sa snažíme dosiahnuť jednoduchou zmenou matematického modelu programu spracovávanej geodetickej siete, ako aj možnosťou jednoduchého pridávania neznámych odhadovaných parametrov. Pri návrhu a realizácii softvéru sa zameriavame aj na numerické riešenie, ktoré má výrazný vplyv na celkovú kvalitu riešenia.

1 Súčasný stav riešenia danej problematiky

Deterministické modely geodetických sietí. Jednou zo základných úloh geodézie je budovanie geodetických sietí, ktoré sú chápané ako geodetické základy. Ich význam a úloha sa s rozvojom geodézie mení a upravuje.

Klasický prístup spracovania geodetických sietí sa zameriava na oddelené spracovanie polohových, výškových, tiažových meraní a meraní metódami kozmickej geodézie, z čoho vyplýva aj slabý vzťah medzi polohovými a výškovými meraniami a medzi geometrickými a gravimetrickými meraniami. Veličiny merané terestrickými metódami sú najčastejšie vodorovné uhly, zenitové vzdialenosti, priestorové vzdialenosti bodov a nivelačné prevýšenia, prípadne astronomické veličiny. Klasický prístup k budovaniu, resp. k spracovaniu geodetických sietí môžeme označiť ako dvojrozmernú geodéziu.

S rozvojom družicových metód, ich dostupnosťou a presnosťou nastáva v geodézii problém, ako tieto merania čo najlepšie využiť a nestratiť informáciu o trojrozmernej polohe bodov. S príchodom družicových technológií rovnako nastáva problém, ako tieto merania čo najlepšie spojiť s terestrickými, resp. s gravimetrickými meraniami. Vzniká potreba

zjednotiť všetky dostupné merania v jednom matematickom modeli. Tento nutný evolučný prechod od dvojrozmernej geodézie k trojrozmernej geodézii bol podnietený jednak pokrokmi v matematických modeloch 3D geodézie, v opise gravitačného poľa Zeme a v matematických modeloch spracovania meraní, ako aj integráciou informatiky v geodézii. Základné myšlienky trojrozmernej geodézie položil H. Bruns.

U nás je najčastejším spôsobom spojenia meraní GPS a terestrických meraní transformačné včlenenie meraní GPS do lokálnej polohovej siete, ktorá je určená klasickým spôsobom [1]. Takýto spôsob nie je z hľadiska presnosti dostačujúci vzhľadom na známe nedostatky S-JTSK. GPS v takomto prípade slúžia ako presný dialkomer, ktorým získame šikmé dĺžky, ktoré následne redukuje ako pri terestrických meraniach.

Ďalším často používaným spôsobom je transformácia meraní GPS do S-JTSK pomocou identických bodov, či už pomocou 6, resp. 7 prvkovej transformácie, alebo polynomickými transformáciami, ktoré sú pre takýto typ transformácie vhodnejšie, príp. transformácia identických bodov z S-JTSK na elipsoid a následné vyrovnanie vektorov GPS na elipsoide.

Ďalším možným spôsobom je vloženie terestrických meraní do lokálnej geodetickej siete, ktorej tvar a mierka sú určené pomocou GPS [24], príp. transformácia meraní získaných pomocou GPS do lokálneho rovinného systému využitím kartografického zobrazenia [26].

Okrem meraní GPS môžeme na určenie priestorovej polohy bodu využiť aj terestrickú techniku, najmä univerzálne stanice, ktoré poskytujú dostatok informácií na priestorové (trojrozmerné) určenie polohy. Pôvodne sa trojrozmerné modely aplikovali predovšetkým v horských oblastiach [14]. Aplikácia GPS, ktorý vo svojej podstate poskytuje priestorové vektory, v geodézii umožnila všeobecnejšie využívanie trojrozmerných modelov. Základy takto koncipovanej trojrozmernej geodézie sú položené predovšetkým na geometrických princípoch.

Osobitým druhom trojrozmernej geodézie je integrovaná geodézia, ktorej cieľom je využitie všetkých druhov geodetických meraní v pôvodnej neredukovanej forme [8, 27], resp. [7]. Integrované spracovanie umožňuje začlenenie a súčasné spracovanie všetkých typov geodetických observácií bez ohľadu na to, či sú alebo nie sú závislé na tiažovom poli Zeme. Model tiež umožňuje odhadnúť prevýšenie geoidu, resp. kvázigeoidu nad elipsoidom s presnosťou porovnateľnou s výškovou presnosťou GPS.

Pojem štvorrozmernej geodézie sa používa pre tie geodetické teórie, metódy spracovania a interpretácie, ktoré sa venujú určovaniu priestorovej polohy bodov na povrchu Zeme súčasne s opisom ich zmien v čase. Jednou z úloh geodézie pri výskume dynamiky Zeme je najmä monitorovanie súčasných geometrických zmien polohy a variácií jej tiažového poľa. Základné princípy štvorrozmernej geodézie boli položené v monografii [2]. Na Slovensku sa tejto problematike venuje monografia [10].

Prehľad dostupných softvérových aplikácií. Na *Slovensku* sú známe predovšetkým programy PLS na spracovanie polohových lokálnych geodetických sietí s rozširujúcou časťou, ktorá umožňuje spojiť merania GPS s terestrickými observáciami [18], program VLS [19] na spracovanie nivelačných sietí, program WIGS [20] na efektívne spájanie geodetických sietí GPS.

V *Čechách* sa za jeden z prvých programov na spracovanie geodetických sietí považuje Geodet PC [15, 16, 17]. V súčasnosti sa tvorbe programov na spracovanie geodetických sietí venuje prof. Aleš Čepěk (program GNU Gama [3]). Program existuje v dvoch verziách: (a) vyrovnanie geodetických sietí v lokálnej sústave, (b) vyrovnanie sietí v geocentrickom súradnicovom systéme (model vyrovnania na elipsoide) s využitím numerických derivácií s odhadom súradníc a priestorových zmien polohy. Ďalším programom, ktorý umožňuje spracovávať geodetické siete je program Groma [33], ktorý je určený na geodetické výpočty.

Vo *svete* je predstaviteľom univerzitného systému na spracovanie geodetických sietí program SCAN 3 [29], komerčný program COLUMBUS [34] zameraný na spracovanie jednorozmerných, dvojrozmerných, resp. trojrozmerných geodetických sietí a na riešenie úloh integrovanej geodézie bol zostavený vedecký softvér OPERA [23].

2 Cieľ dizertačnej práce

Cieľom predkladanej práce je vytvoriť programové prostredie (aplikáciu) na spracovanie rôznych typov geodetických sietí. Splnenie tohto cieľa vyžaduje splnenie nasledovných čiastkových cieľov:

- Matematická formulácia úlohy, ktorá sa pri spracovaní geodetických sietí redukuje na tri základné procesy, medzi ktoré zaraďujeme vytvorenie matematického (deterministického) modelu, definovanie stochastického modelu a štatistického modelu. Budeme sa zaoberať deterministickými modelmi, ktorých vytvorenie je najdôležitejšou časťou, pretože sa pri nich stanovuje väzba medzi teoretickými hodnotami neznámych parametrov a teoretickými hodnotami observácií, ktoré môžu byť navyše viazané matematickými podmienkami.
- Teoretická formulácia aplikácie, kde sa snažíme sa stanoviť špecifické vlastnosti aplikácie tak, aby zostavený program umožňoval spracovanie ľubovoľnej geodetickej siete.
- Praktická realizácia aplikácie, ktorá pozostáva z konkrétnej realizácie programu.
- Nasadenie aplikácie v konkrétnych úlohách, ktoré budú reprezentovať rôzne typy geodetických sietí a na ich riešení sa preukáže univerzálnosť aplikácie.

3 Geodetické siete

Geodetické siete tvoria množinu geodetických bodov, ktoré sú účelne rozložené na zemskom povrchu. Tvoria základ pre štúdium tvaru, rozmerov a tiažového poľa Zeme a sú aj podkladom pre všetky druhy technických a meračských prác [30].

Predmetom tejto kapitoly sú matematické modely spracovania etapových a epochových meraní GPS, matematické modely spracovania permanentných meraní GPS, ako aj matematické modely kombinácie terestrických meraní a meraní GPS. Matematické modely korektné opisujú stochastické vlastnosti meraní a odhad neznámych parametrov.

3.1 Definovanie matematického modelu

Pri definovaní matematického modelu sme vychádzali zo všeobecného modelu viacetapovej siete [5, 10] ktorej tvar pre m etapovú sieť je

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}^{(1)} \\ \mathbf{x}^{(2)} \\ \mathbf{x}^{(3)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^{(m)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{2,1} & \mathbf{A}_2 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{3,1} & \mathbf{C}_{3,2} & \mathbf{A}_3 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_{m,1} & \mathbf{C}_{m,2} & \mathbf{C}_{m,3} & \cdots & \mathbf{A}_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y}^{(1)} \\ \mathbf{y}^{(2)} \\ \mathbf{y}^{(3)} \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{(m)} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Pre kovariančnú maticu, ak predpokladáme vo viacetapovom modeli stochastickú nezávislosť medzi etapami, platí [5, 10]

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma^{(1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma^{(2)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Sigma^{(3)} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \Sigma^{(m)} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

kde $\mathbf{x}^{(i)}$ je vektor realizácií i -tej etapy, $\mathbf{A}^{(i)}$ je matica plánu i -tej etapy, $\mathbf{C}_{i,j}$ je incidenčná matica, ktorá vyjadruje väzbu medzi parametrami i -tej a j -tej etapy, $\mathbf{y}^{(i)}$ je vektor parametrov i -tej etapy, obsahuje iba nové body i -tej etapy, $\mathbf{0}$ je nulová matica a $\Sigma^{(i)}$ je kovariančná matica realizácií i -tej etapy.

3.2 Kombinácia geodetických sietí meraných technológiou GPS

Pri kombinácii rozlišujeme (a) etapové, tj. na čase nezávislé geodetické siete, (b) epochové, tj. od času závislé geodetické siete, pri ktorých sú predmetom odhadu okrem súradníc aj zmeny priestorovej polohy jednotlivých bodov. Podľa vzťahu jednotlivých etáp, resp. epôch rozlišujeme (a) siete redukované k spoločnému referenčnému rámcu, (b) siete redukované k rozličným referenčným rámcom. Nasledujúci vzťah (3) definuje matematický model epochových sietí redukovaných k rozličným referenčným rámcom [10]:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}^{(t_1)} \\ \mathbf{x}^{(t_2)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^{(t_n)} \\ \mathbf{v}_{ref} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}^{(t_1)} & \mathbf{D}^{(t_1)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}^{(t_2)} & \mathbf{D}^{(t_2)} & \mathbf{T}^{(t_2)} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I}^{(t_n)} & \mathbf{D}^{(t_n)} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{T}^{(t_n)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{v}_y \\ \Theta^{(t_2)} \\ \vdots \\ \Theta^{(t_n)} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

s kovariančnou maticou

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma^{(t_1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma^{(t_2)} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \Sigma^{(t_m)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \Sigma_{v_{ref}} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Epochové a etapové siete k spoločnému referenčnému rámcu a epochové siete redukované k rozličným referenčným rámcom vzniknú úpravou (3) a (4).

3.3 Spracovanie meraní permanentných sietí pomocou MNŠ

Permanentné merania poskytujú oproti etapovým, resp. epochovým meraniam obsahovo hodnotnejšie informácie. Takéto merania (kontinuálne) umožňujú určiť okrem strednej polohy a rýchlosti aj ďalšie faktory, ktoré sú funkciami času. Model spoločného spracovania časového radu n epôch má tvar [10]:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}^{(t_1)} \\ \mathbf{x}^{(t_2)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^{(t_n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}^{(t_1)} & \mathbf{D}^{(t_1)} & \mathbf{H}^{(t_1)} \\ \mathbf{J}^{(t_2)} & \mathbf{D}^{(t_2)} & \mathbf{H}^{(t_2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{J}^{(t_n)} & \mathbf{D}^{(t_n)} & \mathbf{H}^{(t_n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{v}_x \\ \alpha \end{pmatrix}, \quad (5)$$

a kovariančná matica má tvar

$$\Sigma_x = \begin{pmatrix} \Sigma_x^{(t_1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_x^{(t_2)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \Sigma_x^{(t_n)} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

kde $\mathbf{J}^{(t_i)}$ je matica vzťahov medzi súradnicami v epoche t_0 a epoche t_i , $\mathbf{D}^{(t_i)}$ je diagonálna matica s prvkami $(t_i - t_0)$, ktorá definuje vzťah medzi rýchlosťami a pozorovaniami v epoche t_i , $\mathbf{H}^{(t_i)}$ je matica koeficientov sezónnych členov, \mathbf{x}_0 sú parametre (súradnice) v epoche t_0 , \mathbf{v}_x sú odhadnuté rýchlosti bodov siete, α sú amplitúdy sezónnych zmien, $\Sigma_x^{(t_i)}$ je kovariančná matica z riešenia siete v epoche t_i .

3.4 Spoločné spracovanie družicových a terestrických meraní

O spoločnom spracovaní družicových a terestrických meraní hovoríme vtedy, ak máme k dispozícii okrem výsledku merania geodetickej siete družicovými technológiami aj výsledky terestrických meraní a odhad parametrov geodetickej siete riešime v jednom spoločnom modeli. Spracovanie môžeme vykonať v dvoch variantoch.

Variant A. Spracovanie terestrických observácií samostatne, kde výsledkom sú geocentrické kartezianske súradnice a kovariančná matica. Kombinácia s vektorom súradníc sa uskutoční pomocou modelu (7)

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}^{(GPS)} \\ \mathbf{x}^{(TER)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J} & \mathbf{T} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \Theta \end{pmatrix}, \quad \Sigma_x = \begin{pmatrix} \Sigma^{(GPS)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma^{(TER)} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Variant B. Terestrické merania sa včlenia priamo do riešenia družicovej siete. Výhodou takéhoto spracovania je, že do modelu je možné začleniť aj observácie, ktoré netvorí samostatnú geometrickú štruktúru. Linearizovaný matematický model včlenia terestrických meraní do siete GPS je

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}^{(GPS)} \\ \mathbf{l}^{(TER)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(GPS)} \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{f}(\mathbf{y}_0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{(GPS)} \\ \mathbf{A}^{(TER)} \end{pmatrix} \Delta \mathbf{y}, \quad \Sigma_x = \begin{pmatrix} \Sigma^{(GPS)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_l^{(TER)} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

kde $\mathbf{x}^{(GPS)}$ je parametrický vektor súradníc geodetickej siete určený pomocou GPS, $\mathbf{l}^{(TER)}$ je vektor terestrických meraní, $\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \Delta \mathbf{y}$ je vektor určovaných súradníc priestorovej siete, $\mathbf{A}^{(GPS)}$ je matica plánu vyjadrujúca väzbu medzi súradnicami družicovej siete a odhadovanými súradnicami \mathbf{y} , $\mathbf{A}^{(TER)}$ je matica plánu vyjadrujúca väzbu medzi terestrickými meraniami a určovanými karteziánskymi súradnicami a $\Sigma_l^{(TER)}$ je kovariančná matica charakterizujúca terestrické merania, $\mathbf{f}(\mathbf{y}) = \mathbf{f}(\mathbf{y}_0) + \mathbf{A}^{(TER)} \Delta \mathbf{y}$ je funkčný vzťah medzi terestrickými meraniami $\mathbf{l}^{(TER)}$ a určovanými parametrami.

4 Softvérová aplikácia

Cieľom dizertačnej práce je vytvorenie univerzálneho softvéru (názov SoNet), prostredníctvom ktorého môže užívateľ spracovávať prakticky ľubovoľnú geodetickú sieť, ak je schopný formulovať jej matematický model. Tento je možné definovať v programe analyticky vo forme symbolicky zostavených observačných rovníc. Program je navrhnutý ako modulárny systém, kde základnú aplikáciu je možné rozšíriť o (a) zásuvné moduly a (b) skripty, ktoré sú v jazyku Python. Vstupný údajový formát programu je v jazyku XML. Tento vstupný súbor zahŕňa (a) časť, v ktorej je popísaný matematický model siete, (b) časť obsahujúcu samotné observácie.

4.1 Geodetické observácie

V programe je možné spracovávať nasledovné geodetické observácie, pričom v zátvorke je uvedený príslušný XML element: geocentrické karteziánske súradnice (**coordinate**), resp. ich parametrický vektor, zmeny priestorovej polohy (**velocity**), horizontálny uhol (**angle**), zenitový uhol (**z-angle**), priestorová vzdialenosť (**distance**), prevýšenie (**diffh**). Vo vstupnom súbore sa napr. vodorovný uhol zapíše v tvare (zo stanoviska A):

```
<from name="A">
  <angle to="B" next="C" value="13.4564"/>
</from>
```

Program umožňuje spracovávať viacepochové geodetické siete; jednotlivé epochy sa v programe označujú pojmom **unit**. V programe môže byť ľubovoľné množstvo epôch (unitov). Ich počet je závislý jedine od operačnej pamäte počítača. Každý unit zapúzdruje observácie združené v časti označenej pojmom **block**. Každý block obsahuje okrem observácií aj im prislúchajúcu kovariančnú maticu. Príklad unitu s jedným blockom, jednou dĺžkou a prislúchajúcou kovariančnou maticou:

```
<unit id="1">
  <block id="1.1">
    <from name="A">
      <distance to="B" value="124.35"/>
    </from>
    <link href="c.cova"/>
  </block>
</unit>
```

4.2 Matematický model

Matematický model je v programe definovaný analyticky. Pri jeho zostavovaní je potrebné uviesť (a) observácie (XML element **observations**), ktoré chceme spracovať, (b) neznáme odhadované parametre (XML element **unknowns**) v symbolickom tvare (vo forme textového reťazca) a (c) observačné rovnice (XML element **equations**) v symbolickom tvare, ktoré viažu observácie s definovanými neznámymi parametrami. Výber observácií, definovanie neznámych a zostavenie observačných rovníc sa môže vykonať v ľubovoľnom hierarchickom uzle, tj. (a) naraz pre celú spracovávanú sieť (XML element **compute**), (b) v rámci jednotlivých unitov (XML element **unit**), (c) v rámci jednotlivých blockov (XML element **block**). Pri výbere unitov v rámci celej siete, pri výbere blockov v rámci unitu a pri výbere observácií v rámci blocku resp. unitu je možné s výhodou využiť regulárne výrazy, ktoré umožňujú minimalizovať a sprehľadniť definovanie matematického modelu. V jednotlivých uzloch nemusia byť súčasne definované observácie, neznáme a rovnice, ale môžu sa ľubovoľne kombinovať. Nasledujúci výpis znázorňuje schématické usporiadanie matematického modelu:

```
<compute> <!-- celá geodetická sieť -->
  <unknowns></unknowns>    <!-- definovanie neznámych -->
  <equations></equations>  <!-- definovanie rovníc -->

  <units>
    <unit>
      <unknowns></unknowns>
      <equations></equations>

      <blocks>
        <block>
          <unknowns></unknowns>
```

```

    <equations></equations>

    <observations></observations> <!-- definovanie observácií -->
  </block>
</blocks>
</unit>
</units>
</compute>

```

Ak v rámci unitu uvažujeme vybrať všetky dostupné bloky, môžeme element `block` (a `blocks`) vynechať a nahradiť ho priamo elementom `observations`.

4.2.1 Výber neznámych parametrov

Pomocou neznámych parametrov je možné v programe definovať neznáme, ktoré chceme z vyrovnania získať. Neznáme parametre je možné definovať vo všetkých hierarchických úrovniach programu. Neznáme parametre sa definujú v elemente `unknown`, ktorý je obsiahnutý v elemente `unknowns`. Každý element `unknown` obsahuje element `group`, ktorý združuje elementy `point`, pomocou ktorých je definované, ku ktorým bodom je definovaná neznáma vzťahnutá. Ak príslušná skupina (element `group`) má definovaný atribút `name`, označuje sa ako pomenovaná skupina, ak ho definovaný nemá, označuje sa príslušná skupina ako anonymná. Význam anonymnej skupiny je v tom, že pre každý bod definovaný v tejto skupine sa vytvorí samostatná neznáma; príkladom anonymnej skupiny môže byť napr. definovanie odhadovaných súradníc, rýchlostí bodov, a_i . Naopak, pri pomenovanej skupine sa vytvorí jedna neznáma viazaná ku všetkým bodom obsiahnutým v pomenovanej skupine; príkladom pomenovanej skupiny môže byť napr. definovanie transformačných parametrov, ktoré sa viažu k viacerým bodom. Príklad pomenovanej skupiny:

```

<unknowns>
  <unknown type="omega['\\omega',g,63.66197,cc,100,5] :
    psi['\\psi',g,63.66197,cc,100,5] :
    epsilon['\\epsilon',g,63.66197,cc,100,5]">
    <group name="second">
      <point name=".*"/>
    </group>
  </unknown>
</unknowns>

```

4.2.2 Observačné rovnice

Definovanie observačných rovníc s neznámymi a observáciami tvorí základnú filozofiu aplikácie. Vo všeobecnej teórii odhadu observačné rovnice zabezpečujú väzbu medzi observáciami, ktoré sú predmetom merania a určenými neznámymi parametrami, ktoré sú predmetom (cieľom) odhadu. Vo všeobecnosti je matematický, resp. deterministický model tvorený práve observačnými rovnicami, ktoré je možné v aplikácii ľubovoľne definovať a modifikovať. Observačné rovnice je možné definovať na ľubovoľnej hierarchickej úrovni.

Observačné rovnice sa v programe SoNet zapisujú v *symbolickom* tvare. V observačných rovnicach je možné použiť ľubovoľné matematické operácie (aritmetické operátory $+$, $-$, $/$, $*$) a

matematické funkcie (tabuľka 1). Operátor \wedge sa používa vo forme mocniny. Samozrejme, priorita operátorov je definovaná podľa zaužívaných matematických konvencií.

Názov	Funkcia
<code>abs(x)</code>	Absolútna hodnota
<code>sqrt(x)</code>	Funkcia druhá odmocnina
<code>sin(x)</code>	Funkcia sínus
<code>cos(x)</code>	Funkcia kosínus
<code>tan(x)</code>	Funkcia tangens
<code>asin(x)</code>	Funkcia arkus sínus
<code>acos(x)</code>	Funkcia arkus kosínus
<code>atan(x)</code>	Funkcia arkus tangent
<code>atan2(y, x)</code>	Funkcia arkus tangens s dvoma argumentami
<code>sinh(x)</code>	Funkcia hyperbolický sínus
<code>cosh(x)</code>	Funkcia hyperbolický kosínus
<code>tanh(x)</code>	Funkcia hyperbolický tangens
<code>asinh(x)</code>	Funkcia hyperbolický arkus sínus
<code>acosh(x)</code>	Funkcia hyperbolický arkus kosínus
<code>atanh(x)</code>	Funkcia hyperbolický arkus tangens
<code>exp(x)</code>	Exponenciálna funkcia
<code>log(x)</code>	Funkcia prirodzeného logaritmu
<code>constB(x,y,z)</code>	Funkcia, ktorá z geocentrických súradníc x, y, z vypočíta elipsoidickú súradnicu B .
<code>constL(x,y,z)</code>	Funkcia, ktorá z geocentrických súradníc x, y, z vypočíta elipsoidickú súradnicu L .
<code>constH(x,y,z)</code>	Funkcia, ktorá z geocentrických súradníc x, y, z vypočíta elipsoidickú súradnicu H .

Tabuľka 1: Prehľad funkcií, ktoré je možné použiť v observačných rovniciach.

Observačné rovnice sa v aplikácii zapisujú ako skutočné rovnice. Na ľavej strane rovnice je observovaná veličina, na pravej strane funkčný vzťah viažúci neznáme parametre. Za každou rovnicou je potrebné uviesť bodkočiarku. Príklad jednoduchej observačnej rovnice nivelácie je v nasledujúcej ukážke:

$$h\{i,j\} = H\{j\} - H\{i\};$$

kde v zátvorkách sú indexy príslušnej observácie, resp. neznámych odhadovaných parametrov. Okrem observácií a odhadovaných neznámych je možné v observačných rovniciach použiť aj ďalšie premenné. Týmito premennými môžu byť:

- metainformácie, ktoré tvoria náhradné meno za číselnú premennú. Metainformácie sa v observačných rovniciach zapisujú v alfanumerickom tvare, napr. $a, t, t0, \dots$

- parametre elipsoidov načítané z externých súborov. Pre každý elipsoid je možné vytvoriť zástupné meno, podobne ako v prípade metainformácií pomocou atribútu *alias*. Ak vytvoríme pre nejaký elipsoid napr. *alias e1*, na parametre zvoleného elipsoidu sa odkazujeme tzv. bodkovou notáciou. Uvedeným spôsobom môžeme v observačnej rovnici príslušný parameter použiť napr. v tvare *e1.e* (prvá numerická excentricita zvoleného elipsoidu).

Derivácie observačných rovníc. Výberom observácií, neznámych odhadovaných parametrov a observačných rovníc sme získali všetky potrebné informácie na zostavenie matice plánu, resp. celého štatistického modelu. Prvky matice plánu sú parciálne derivácie observačných rovníc podľa jednotlivých neznámych. Pretože observačné rovnice programu SoNet všetky tieto predpoklady spĺňajú, môžeme vytvoriť príslušné parciálne derivácie. Program umožňuje vypočítať *symbolické derivácie* z príslušných observačných rovníc. Nakoľko observačné rovnice predstavujú v princípe matematickú funkciu, nemal by byť problém do programu implementovať aj numerické derivácie [28].

Po vytvorení symbolických parciálnych derivácií sa vygeneruje matica plánu, zostaví sa vektor absolútnych členov a pripraví sa globálna kovariančná matica.

4.2.3 Metainformácie

Metainformácie môžeme vo všeobecnosti chápať ako určité doplňujúce informácie, ktoré charakterizujú, resp. rozširujú základné informácie. Rovnakú úlohu plnia metainformácie aj v programe SoNet. Význam takýchto informácií súvisí s možnosťou zaradenia určitých číselných hodnôt do spracovania tak, aby sa tieto dali použiť v symbolickom tvare v observačných rovniciach. Číselnými hodnotami reprezentujúcimi metainformácie môžu byť napr. časové značky, hodnoty teploty, tlaku, výšky teodolitov a terčov, ai.

Jednotlivé metainformácie sú obsiahnuté v elemente *meta*. Každý takýto element obsahuje atribúty *value*, *alias* a *label* (nepovinný). V nasledujúcej ukážke je zobrazené použitie týchto atribútov v elemente *meta*:

```
<meta value="2000.0" alias="t0" label="refepoch"/>
<meta value="2001.7" alias="t" label="epocha"/>
```

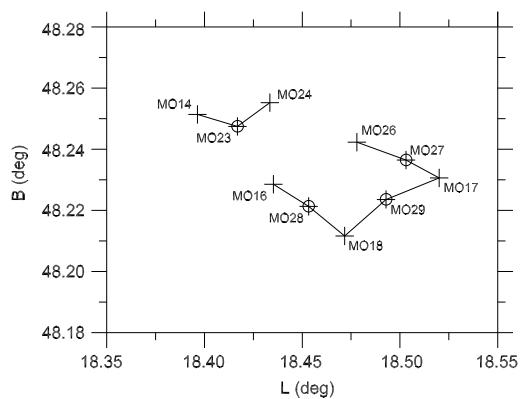
5 Praktické príklady

5.1 Sieť jadrovej elektrárne Mochovce

V rokoch 1988 a 1989 sa uskutočnili opakované merania lokálnej geodetickej siete Mochovce pomocou terestrických geodetických metód (merania dĺžok a vodorovných uhlov). Schématické znázornenie meraných veličín je na obr. 1. V rokoch 2001, 2002, 2003 sa uskutočnili geodetické merania vybranej časti siete Mochovce metódou GPS (obr. 2).

5.2 Varianty spracovania geodetickej siete

Lokálna geodetická sieť lokality Mochovce je charakterizovaná ako viacepochová heterogénna geodetická sieť. Predmetnú geodetickú sieť sme spracovávali vo viacerých variantoch (vo všetkých prípadoch s použitím kovariančných matíc):

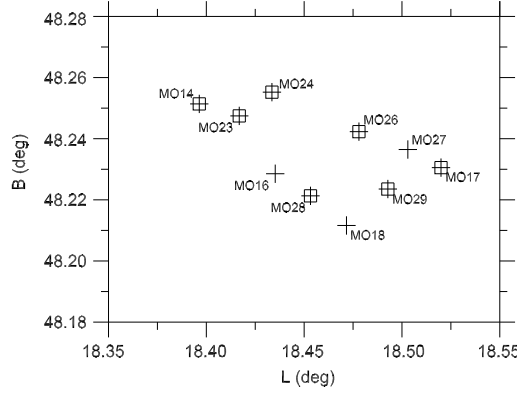


Obr. 1: Terestrické observácie; symbolom \odot sú označené body, na ktorých bolo vykonané uhlové meranie, merania dĺžok medzi bodmi geodetickej siete sú naznačené spojnicami príslušných bodov.

1. Jednoduchá kombinácia GPS observácií, bez uvažovania časového faktora a bez odhadu transformačných parametrov (v našom prípade sme uvažovali len transláciu).
2. Kombinácia meraní GPS s uvážením časového faktora a bez odhadu transformačných parametrov.
3. Kombinácia meraní GPS s odhadom transformačných parametrov bez uvažovania časových zmien.
4. Kombinácia meraní GPS s uvážením časového faktora spolu s odhadom transformačných parametrov.
5. Kombinácia terestrických observácií a meraní GPS bez uváženia časových zmien a bez odhadu transformačných parametrov.
6. Kombinácia terestrických observácií a meraní GPS s uvážením časových zmien a s odhadom transformačných parametrov.

5.3 Matematický model geodetickej siete

Spoločné spracovanie terestrických a GPS meraní s odhadom súradníc, rýchlostí a transformačných parametroch je realizované modelom [10] (upravené):



Obr. 2: Body merané pomocou GPS, symbolom \square sú označené body merané aspoň v dvoch kampaniach v období 2001 – 2003.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}^{(t_1)} \\ \mathbf{x}^{(t_2)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^{(t_n)} \\ \mathbf{I}^{(t_1)} \\ \mathbf{I}^{(t_2)} \\ \vdots \\ \mathbf{I}^{(t_n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}^{(t_1)} & \mathbf{D}^{(t_1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{I}^{(t_2)} & \mathbf{D}^{(t_2)} & \mathbf{T}^{(t_2)} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I}^{(t_n)} & \mathbf{D}^{(t_n)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{T}^{(t_n)} \\ \mathbf{A}_l^{(t_1)} & \mathbf{D}_l^{(t_1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_l^{(t_2)} & \mathbf{D}_l^{(t_2)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_l^{(t_p)} & \mathbf{D}_l^{(t_p)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{v}_y \\ \Theta^{(t_2)} \\ \vdots \\ \Theta^{(t_n)} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

s kovariančnou maticou

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma^{(t_1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \Sigma^{(t_m)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Sigma_l^{(t_1)} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \Sigma_l^{(t_p)} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

kde $\mathbf{I}^{(t_i)}$ je matica väzieb medzi observáciami v i -tej epoche a odhadovanými súradnicami, $\mathbf{A}_l^{(t_i)}$ je matica väzieb medzi terestrickými observáciami v i -tej epoche a odhadovanými geocentrickými karteziánskymi súradnicami, $\mathbf{D}^{(t_i)}$, $\mathbf{D}_l^{(t_i)}$ je diagonálna matica definujúca väzbu medzi rýchlosťami a pozorovaniami v i -tej epoche pre GPS a terestrické observácie, $\mathbf{T}^{(t_i)}$ je matica väzieb medzi observáciami a odhadovanými súradnicami, $\mathbf{x}^{(t_i)}$ je vektor realizácií v i -tej epoche, $\mathbf{I}^{(t_i)}$ sú terestrické observácie v i -tej epoche, $\Sigma^{(t_i)}$ je kovariančná matica súradníc určených z GPS v i -tej epoche, $\Sigma_l^{(t_i)}$ je kovariančná matica terestrických observácií v i -tej epoche, \mathbf{y} sú výsledné súradnice vzťahnuté k referenčnému rámcu 1. epochy, \mathbf{v}_y sú odhadnuté rýchlosti bodov, a $\Theta^{(t_i)}$ sú odhadnuté transformačné parametre.

5.4 Matematický model definovaný vo vstupnom súbore programu

Matematická formulácia observačných rovníc pre geocentrické karteziánske súradnice:

$$\begin{aligned}x_i &= x_{0_i} + t_x + v_{x_i}(t - t_0) \\y_i &= y_{0_i} + t_y + v_{y_i}(t - t_0) \\z_i &= z_{0_i} + t_z + v_{z_i}(t - t_0)\end{aligned}\tag{11}$$

Zápis týchto rovníc v programe:

```
<equations>
  <eq form="x{i} = X{i} + tX{...} + vX{i}*(t-t0);"/>
  <eq form="y{i} = Y{i} + tY{...} + vY{i}*(t-t0);"/>
  <eq form="z{i} = Z{i} + tZ{...} + vZ{i}*(t-t0);"/>
</equations>
```

Matematická formulácia priestorovej dĺžky:

$$\begin{aligned}s_{ij} &= \left((X_j + v_{X_j}(t - t_0) - X_i - v_{X_i}(t - t_0))^2 \right. \\ &\quad + (Y_j + v_{Y_j}(t - t_0) - Y_i - v_{Y_i}(t - t_0))^2 \\ &\quad \left. + (Z_j + v_{Z_j}(t - t_0) - Z_i - v_{Z_i}(t - t_0))^2 \right)^{1/2}\end{aligned}$$

Zápis observačnej rovnice priestorovej dĺžky v programe:

```
<eq form="s{i,j} = sqrt((X{j}+vX{j}*(t-t0) - X{i}- vX{i}*(t-t0))^2 + (Y{j}+vY{j}*(t-t0) - Y{i}-vY{i}*(t-t0))^2 + (Z{j}+vZ{j}*(t-t0) - Z{i} - vZ{i}*(t-t0))^2);"/>
```

Matematická formulácia vodorovného uhla ako rozdielu dvoch smerov:

$$\begin{aligned}\omega_{ijk} &= \\ &\arctan \frac{-\sin L_i(\Delta X_{ik} + \Delta v_{X_{ik}}) + \cos L_i(\Delta Y_{ik} + \Delta v_{Y_{ik}})}{-\sin B_i \cos L_i(\Delta X_{ik} + \Delta v_{X_{ik}}) - \sin B_i \sin L_i(\Delta Y_{ik} + \Delta v_{Y_{ik}}) + \cos B_i(\Delta Z_{ik} + \Delta v_{Z_{ik}})} - \\ &\arctan \frac{-\sin L_i(\Delta X_{ij} + \Delta v_{X_{ij}}) + \cos L_i(\Delta Y_{ij} + \Delta v_{Y_{ij}})}{-\sin B_i \cos L_i(\Delta X_{ij} + \Delta v_{X_{ij}}) - \sin B_i \sin L_i(\Delta Y_{ij} + \Delta v_{Y_{ij}}) + \cos B_i(\Delta Z_{ij} + \Delta v_{Z_{ij}})}\end{aligned}\tag{12}$$

Zápis v programe:

```
<eq form="a{i,j,k} = (atan2((-sin(gL(X{i},Y{i},Z{i}))) * (X{k}+vX{k}*(t-t0)-X{i}-vX{i}*(t-t0)) + cos(gL(X{i},Y{i},Z{i}))) * (Y{k}+vY{k}*(t-t0)-Y{i}-vY{i}*(t-t0))), (-sin(gB(X{i},Y{i},Z{i}))) * cos(gL(X{i},Y{i},Z{i}))) * (X{k}+vX{k}*(t-t0)-X{i}-vX{i}*(t-t0)) - sin(gB(X{i},Y{i},Z{i}))*sin(gL(X{i},Y{i},Z{i}))) * (Y{k}+vY{k} * (t-t0)-Y{i}-vY{i}*(t-t0)) + cos(gB(X{i},Y{i},Z{i}))) * (Z{k}+vZ{k} * (t-t0)-Z{i}-vZ{i}*(t-t0)))) - (atan2((-sin(gL(X{i},Y{i},Z{i}))) * (X{j}+vX{j}*(t-t0)-X{i}-vX{i}*(t-t0)) + cos(gL(X{i},Y{i},Z{i}))) * (Y{j}+vY{j}*(t-t0)-Y{i}-vY{i}*(t-t0))), (-sin(gB(X{i},Y{i},Z{i}))) * cos(gL(X{i},Y{i},Z{i}))) * (X{j}+vX{j}*(t-t0)-X{i}-vX{i}*(t-t0)) - sin(gB(X{i},Y{i},Z{i}))*sin(gL(X{i},Y{i},Z{i}))) * (Y{j}+vY{j} * (t-t0)-Y{i}-vY{i}*(t-t0)) + cos(gB(X{i},Y{i},Z{i}))) * (Z{j}+vZ{j}*(t-t0)-Z{i}-vZ{i}*(t-t0)))));"/>
```

5.5 Výsledky spoločného spracovania

Výsledky spoločného riešenia GPS kampaní 2001, 2002, 2003 a terestrických observácií v epochách 1988 a 1989 s odhadom rýchlostí monitorovaných bodov sú uvedené v tabuľkách 2, 3, 4, 5.

Bod	$X [m]$	$\sigma_X [mm]$	$Y [m]$	$\sigma_Y [mm]$	$Z [m]$	$\sigma_Z [mm]$
MO17	4036290.7995	4.692	1352165.7295	4.681	4734164.5202	4.693
MO23	4037308.4431	6.060	1344460.8285	5.727	4735535.1812	6.204
MO29	4037479.6022	6.432	1350279.8828	6.430	4733699.0043	6.441
MO24	4036408.9675	4.685	1345437.2847	4.666	4736041.2008	4.692
MO26	4036341.1893	4.692	1348846.0532	4.681	4735080.0009	4.693
MO28	4038676.6499	7.579	1347383.9801	7.572	4733558.2352	7.592

Tabuľka 2: Odhadnuté geocentrické karteziánske súradnice bodov geodetickej siete Mochovce.

Bod	v_X	$\frac{m}{rok}$	$\sigma_{v_X} [\frac{mm}{rok}]$	v_Y	$\frac{m}{rok}$	$\sigma_{v_Y} [\frac{mm}{rok}]$	v_Z	$\frac{m}{rok}$	$\sigma_{v_Z} [\frac{mm}{rok}]$
MO14	0.0059		5.901	-0.0051		5.199	-0.0053		5.910
MO17	0.0057		5.609	-0.0193		5.567	-0.0075		5.609
MO23	0.0191		7.629	-0.0017		5.844	-0.0043		8.176
MO29	0.0098		9.122	-0.0141		9.121	-0.0079		9.130
MO24	0.0050		5.366	-0.0157		5.401	-0.0043		5.513
MO26	0.0148		5.609	-0.0162		5.567	0.0010		5.609
MO28	0.0106		10.018	-0.0207		9.896	0.0050		10.034

Tabuľka 3: Odhadnuté rýchlosti na bodoch geodetickej siete Mochovce.

6 Prínos pre vedu a prax

V predkladanej práci sme sa zamerali na vytvorenie univerzálneho softvérového prostredia, orientovaného na modelovanie, analýzu a spracovanie najmä geodetických sietí. Teoretické základy softvéru sú položené do oblasti matematiky, resp. numerickej matematiky, informatiky, geodézie a štatistiky. V predkladanej aplikácii je možné využiť nielen matematické modely na riešenie geodetických sietí naznačené v tejto práci, ale prakticky ľubovoľné matematické modely využiteľné na vyrovnávanie geodetických sietí.

Prínos pre vedu. Variabilnosť programu v definovaní matematických modelov umožňuje ich rýchlu modifikáciu, čo dovoľuje zamerať sa predovšetkým na samotné modelovanie skúmanej geodetickej siete. Táto voľnosť v definícii matematických modelov umožňuje nielen separované spracovanie a analýzu jednorozmerných, dvojrozmerných, trojrozmerných a štvorrozmerných geodetických sietí, ale aj ich modifikácie ako aj ich vzájomné kombinovanie s využitím globálnej kovariančnej matice.

Bod	B [°]	σ_B ["]	L [°]	σ_L ["]	H [m]	σ_H [mm]
MO17	53.58971	0.0002	20.57884	0.0003	213.2505	6.450
MO23	53.60983	0.0002	20.46470	0.0003	252.8440	6.451
MO24	53.61726	0.0002	20.48282	0.0003	267.6758	4.693
MO26	53.60330	0.0003	20.53151	0.0004	226.3663	7.609
MO28	53.58011	0.0002	20.49971	0.0003	258.4968	5.408
MO29	53.58267	0.0002	20.54645	0.0003	218.3034	4.693

Tabuľka 4: Elipsoidické súradnice bodov siete na elipsoide WGS-84, na ktorých sa uskutočnili 2, resp. 3 merania GPS.

Bod	v_n $\frac{m}{rok}$	σ_{v_n} $\frac{mm}{rok}$	v_e $\frac{m}{rok}$	σ_{v_e} $\frac{mm}{rok}$	v_v $\frac{m}{rok}$	σ_{v_v} $\frac{mm}{rok}$
MO17	-0.0045	6.987	-0.0201	5.188	-0.0061	9.136
MO23	-0.0160	9.120	-0.0076	9.114	0.0085	9.139
MO24	-0.0027	5.602	-0.0164	5.566	-0.0034	5.616
MO26	-0.0060	9.984	-0.0201	9.883	0.0067	10.080
MO28	0.0007	4.940	-0.0229	5.779	0.0060	4.721
MO29	-0.0088	5.395	-0.0165	5.263	-0.0027	5.616

Tabuľka 5: Odhadnuté rýchlosti bodov transformované do zložiek v horizontálnej rovine a vo výške.

Prínos pre prax. Aj napriek skutočnosti, že program bol od svojho počiatku orientovaný a vyvíjaný predovšetkým pre použitie v oblasti vedy, má očakávaný prínos aj pre prax. Jednou zo základných podmienok jeho úspešného rozšírenia je dokumentácia a nie grafické rozhranie. Dlhú dobu sme predpokladali, že masovému nasadeniu programu v praxi bráni absencia grafického rozhrania, ktoré však nie je podľa ohlasov odborníkov z praxe prioritné. Pri nasadení programu v praxi je možné využiť všetky postupy a teoretické poznatky nadobudnuté pri práci s programom v oblasti vedy.

7 Záver

Predkladaná práca sa zaoberá spracovaním geodetických sietí. V práci sú uvedené matematické modely kombinácií etapových a epochových geodetických sietí, ako aj model na spracovanie permanentných observácií. Takisto sme sa venovali aj matematickým modelom na kombináciu terestrických observácií s meraniami GPS. Všetky implementované matematické modely korektne opisujú stochastické vlastnosti meraní.

Časť práce je venovaná tvorbe univerzálneho softvéru na spracovanie geodetických sietí. Program umožňuje spracovávať observácie opakovaných meraní, pričom umožňuje analýzu statických – po etapách budovaných sietí a kinematických – po epochách budovaných sietí. Rovnako je možné spracovávať aj merania permanentných sietí, ktoré oproti etapovým, resp. epochovým sieťam poskytujú obsahovo bohatšie informácie. Programom je možné vykonávať aj kombinácie terestrických meraní s družicovými meraniami. Uplatnenie nachádzajú napr. terestrické merania včlenené do riešenia družicovej siete, kde umožňujú zlepšiť jej geometriu, výškovú zložku a pod.

Program umožňuje efektívnu voľbu a tvorbu prakticky ľubovoľného matematického modelu prostredníctvom observačných rovníc. Matematický model, resp. observačné rovnice tvoriace matematický model, sú v programe implementované vo forme rovníc zapísaných v symbolickom tvare známom z matematických programov na symbolickú matematiku. Do programu je možné jednoducho zaviesť neznáme odhadované parametre, ktoré sú viazané observačnými rovnicami, čím sa zabezpečuje ich vysoká modularita.

Zoznam publikovaných prác

HEFTY, J., KÁRTIKOVÁ, H., KOVÁČ, M.: Metódy analýzy výsledkov dlhodobých meraní permanentných staníc GPS. Zborník referátov: Zborník referátov: Zpracování měření GPS, Brno, 2003.

HEFTY, J., IGONDOVÁ, M., GERHÁTOVÁ, Ľ., KOVÁČ, M.: Report of the SUT LAC: Standard and alternative network solutions, EUREF Analysis Centres Workshop, Graz, 18. – 19. september 2003.

HEFTY, J., IGONDOVÁ, M., GERHÁTOVÁ, Ľ., KOVÁČ, M.: Modelovanie troposféry a ionosféry na základe kontinuálnych meraní GPS. Zborník referátov: Význam kozmických metód pre súčasnú geodéziu, Slovenská technická univerzita v Bratislave, 2003.

HEFTY, J., GERHÁTOVÁ, Ľ., IGONDOVÁ, M., KOVÁČ, M., HRČKA, M.: The network of permanent GPS stations in central Europe as the Reference for CERGOP related activities. Proceedings of the symposium G 11 „Geodetic and geodynamic programs of the CEI (Central

European Initiative)“ Nice, France. Report on Geodesy No. 2(69), 2004. Warsaw University of Technology.

HEFTY, J., KOVÁČ, M.: Detekcia vnútroplatňových pohybov v rámci Slovenska a ich význam pre realizáciu referenčných systémov. Zborník referátov: Současný stav a vývoj bodových polí, Brno, 2004.

HEFTY, J., IGONDOVÁ, M., KOVÁČ, M., HRČKA, M.: Sub-daily coordinate variations in EUREF permanent network. Conference 10th anniversary of IGS, Bern, 2004.

HEFTY, J., KOVÁČ, M., IGONDOVÁ, M.: Integration of epoch-wise GPS measurement campaigns into permanent reference frame, Acta Geodynamica et Geomaterialia, 2004.

KOVÁČ, M.: Počítačové spracovanie GPS meraní pri kombinácii geodetických sietí. Zborník referátov: 6. Odborná konferencie doktorského studia, Fakulta stavební, VUT v Brně, 2004.

KOVÁČ, M., HEFTY, J.: Universal Software for Modeling, Processing and Adjustment of Heterogeneous Multi Epoch and Permanent Geodetic Observations. Ingeo 2004, 3rd International Conference on Engineering Surveying. 11. – 13. november 2004, Bratislava.

KOVÁČ, M.: Univerzálny softvér na modelovanie, spracovanie a vyrovnanie heterogénnych multiepochových a permanentných geodetických observácií. Zborník referátov: 7. Odborná konferencie doktorského studia, Fakulta stavební, VUT v Brně, 2005.

KOVÁČ, M., HEFTY, J.: Spoločné spracovanie terestrických meraní a GPS v lokálnej geodetickej sieti s uvažovaním časových zmien. Zborník referátov: Geodetické siete a priestorové informácie, Podbanské, 2005.

Literatúra

- [1] BUČKO, E.: Princíp a technológia meraní GPS. In: Aktuálne problémy inžinierskej geodézie. Bratislava, 1996.
- [2] BRUNNER, F. K., RIZOS, C.: Developments in four-dimensional geodesy. Lecture Notes in Earth Sciences, Berlin, Heidelberg, New York, Hong Kong, London, Paris, Tokyo, Springer-Verlag, 1990.
- [3] ČEPEK, A.: The GNU Gama project – Adjustment of Geodetic Networks. Acta Polytechnica, Vol. 42, No. 3, 2002.
- [4] ČEPEK, A., PYTEL, J.: A note on numerical solutions of Least Squares adjustment in GNU project Gama. StatGIS 2003, 29. 9.-1. 10, Portschach, Austria.
- [5] DOBEŠ, J. ET. AL.: Presné lokálne geodetické siete. Edícia Výskumného ústavu geodézie a kartografie v Bratislave, Bratislava, 1990.
- [6] GOLUB, G. H., VAN LOAN, CH. F.: Matrix computations. The Johns Hopkins University Press, 1989.

- [7] GERHÁTOVÁ, Ľ.: Integrované spracovanie družicových a terestrických meraní – dizertačná práca. Bratislava, 2002.
- [8] HEIN, G. W.: Integrated Geodesy State – Of – The – Art 1986 Reference Text. In: Lecture Notes in Earth Sciences, Vol. 7 Mathematical and Numerical Techniques in Physical Geodesy. Edited by H. Sunkel, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1986.
- [9] HEFTY, J., HUSÁR, L.: Družicová geodézia: Globálny polohový systém. Bratislava, 2003.
- [10] HEFTY, J.: Globálny polohový systém v štvorrozmernej geodézii. Bratislava, 2003.
- [11] HEFTY, J.: Koncepcia a návrh realizácie dynamického referenčného systému pre SR, Vedecko-technický projekt, Čiastková úloha č. 1 „Rozvoj integrovaných geodetických základov Slovenska“. VÚGK, Bratislava, 2003.
- [12] HEFTY, J.: Monitorovanie recentných pohybov litosféry v lokalite atómovej elektrárne Mochovce pomocou geodetických metód, Správa k úlohe v rámci Zmluvy o dielo 04-085-02. STU Bratislava, 2002.
- [13] HEFTY, J.: Geologické hodnotenie oblasti EMO, Meranie recentných pohybov v lokalite EMO. STU Bratislava, 2004.
- [14] HRADILEK, L.: Vysokohorská geodézie. Praha, Academia 1984.
- [15] CHARAMZA, F.: Řešení základních úloh vyrovnávacího počtu ortogonalizační metodou. VÚGTK, Praha, 1971.
- [16] CHARAMZA, F.: GEODET/PC část I-VII – Příručka uživatele. VÚGTK, Zdiaby 1990.
- [17] CHARAMZA, F.: GSO – An Algorithm for Solving Linear Least Squares Problems with Possibly Rank Deficient Matrices. Referát VÚGTK, Praha, 1977.
- [18] KĽOBUŠIAK, M.: PLS-GPS Programový podsystém na spracovanie GPS a terestrických meraných údajov [nepublikované]. Bratislava, MaKlo 1997.
- [19] KĽOBUŠIAK, M.: VLS – Výškové lokálne siete a systém na spracovanie nameraných údajov. Bratislava, VÚGK & MaKlo, 1991-1992.
- [20] KĽOBUŠIAK, M.: WIGS – Integrované geodetické siete, transformácie, spájanie, porovnanie, výpočet rýchlostí bodov a transformácie S-JTSK do xTRSYY [Programový systém WIGS 4.2002]. VÚGK & MaKlo, Bratislava, 1995-2002.
- [21] KUBÁČKOVÁ, L.: Metódy spracovania experimentálnych meraní. Veda, 1990.
- [22] KUBÁČKOVÁ, L., KUBÁČEK, L. KUKUČA, J.: Pravdepodobnosť a štatistika v geodézii a geofyzike. Veda, Bratislava, 1982.
- [23] LANDAU, H, ET AL.: Operational Geodesy Software Packages. Institute of Astronomical and Physical Geodesy, University FAF Munchen, 1988.

- [24] LUKÁČ, Š., KOŽÁR, J., BALGOVÁ, Z.: Measurement and evaluation of geodetic network deformations of the Gabčíkovo Dam Diversion Canal. Slovak Journal of Civil Engineering, vol. IV, 1-2/1998.
- [25] MOJZEŠ, M.: Transformácia súradnicových systémov multiregresnou analýzou. Kartografické listy č. 5, Bratislava, 1997.
- [26] MELICHER, J.: Využitie kartografického zobrazenia na transformáciu Svetového geodetického systému 1984 do lokálneho rovinného systému. In: Konferencia pri príležitosti 50. výročia vzniku Geodetického a kartografického ústavu Bratislava, Zborník referátov, Bratislava 2000.
- [27] PEČÁR, J.: Matematický model integrovanej geodetickej siete, časť A – Štúdia. Bratislava, 1991.
- [28] PYTEL, J.: Numerické derivace s využitím Lagrangeova interpolačného polynomu. In: 7. odborná konferencia doktorského studia, Zborník referátov, Brno, 2005.
- [29] SCAN-3: System for Analysis of Geodetic Networks, Release 2.1, Geodetic Computing Centre. Delft University of Technology, the Netherlands.
- [30] TORGE, W.: Geodesy, 3rd Edition. Berlin, New York, Walter de Gruyter, 2001.
- [31] VYKUTIL, J.: Vyšší geodézie. Praha, Kartografie, 1982.
- [32] <http://www.cpentw.de/>: Cremer's Survey Processing and Plan Design is a program that caters for all surveying calculation tasks.
- [33] <http://www.groma.cz/>: Groma – geodetický software.
- [34] <http://www.bestfit.com/>: COLUMBUS – Network Adjustment Software.