

MODERNÉ SPÔSOBY URČOVANIA FYZIKÁLNYCH VÝŠOK

DETERMINATION OF PHYSICAL HEIGHT USING MODERN METHODS

Juraj Papčo, Miroslava Majkráková, Matúš Bakoň¹, Pavol Zahorec²

Abstract

The article deals with the determination of physical heights in a local geodetic network PVE Ipeľ. Physical heights were computed by three standard methods: the classic technique with combination of leveled differences with gravity corrections, the method using unambiguous geopotential numbers and GNSS leveling. The contribution shows a significant influence of the Earth gravity field for determination of physical heights.

Kľúčové slová

Fyzikálna výška, redukcia z tiažového zrýchlenia, geopotenciálna kóta, GNSS nivelácia, PVE Ipeľ.

1 ÚVOD

Jednou z dôležitých súčastí geodézie je aj určovanie fyzikálnych (nadmorských) výšok. Táto úloha priamo súvisí s problematikou určovania a modelovania tiažového poľa Zeme. Pri praktickom určovaní je dôraz kladený najmä na presnosť a jednoznačnosť určených výšok, čo sa prejavuje hlavne pri budovaní národných výškových referenčných sietí. Fyzikálne (nadmorské) výšky môžeme v súlade s (*Hofmann-Wellenhof a Moritz, 2005*) definovať ako vertikálnu odľahlosť bodov od zvolenej vzťažnej plochy meraní po príslušnej tiažnici. V minulosti sa používal jediný spôsob, tzv. klasický spôsob výpočtu fyzikálnych výšok, ktorý kombinuje nivelované prevýšenia s tiažovým poľom Zeme prostredníctvom redukcie z tiaže (resp. tiažového zrýchlenia). V súčasnosti s rozvojom moderných meracích a výpočtových technológií je možné určovať fyzikálnu výšku v reálnom tiažovom poli Zeme prostredníctvom priamo meraných geometrických (nivelované prevýšenie) a fyzikálnych parametrov (tiažové zrýchlenie pozdĺž bodov nivelačného ťahu), alebo tiež v súčasnosti veľmi populárnymi družicovými metódami, ktoré sa v geodetickej praxi čoraz viac využívajú.

2 FYZIKÁLNA VÝŠKA A MOŽNOSTI JEJ URČENIA

Pojem fyzikálnej výšky je v odbornej geodetickej verejnosti všeobecne známy. Na jej jednoznačnú definíciu je potrebná fyzikálna referenčná plocha rešpektujúca charakter

¹ Ing. Juraj Papčo, PhD., Bc. Miroslava Majkráková, Bc. Matúš Bakoň, KGZA SvF STU, Radlinského 11, Bratislava, juraj.papco@stuba.sk, majkrakova.mirka@gmail.com, matusbakon@gmail.com.

² Mgr. Pavol Zahorec, GFÚ SAV, Ďumbierska 1, Banská Bystrica, zahorec@savbb.sk.

tiažového poľa Zeme, geoid alebo kvázigeoid. Určenie jednoznačnej fyzikálnej výšky priamo súvisí s určením rozdielu potenciálu skutočného tiažového poľa Zeme medzi geoidom (W_0) a určeným bodom P (W_p), ktorý sa nazýva geopotenciálna kóta $C_p = W_0 - W_p$ (Hofmann-Wellenhof a Moritz, 2005). Fyzikálna výška H sa vo všeobecnosti definuje pomocou geopotenciálnej kóty nasledovným spôsobom:

$$H_p = \frac{C_p}{g} \quad (1)$$

Typ fyzikálnej výšky rozlišujeme podľa toho, akú hodnotu tiažového zrýchlenia g uvažujeme v menovateli vzťahu (1). Voľba typu fyzikálnej výšky závisí najmä od účelu použitia, ale vo väčšine prípadov sa volí v zhode s národným výškovým systémom. Podľa použitého tiažového zrýchlenia rozlišujeme:

- ortometrickú výšku H_o : g_m - integrálna stredná hodnota skutočného tiažového zrýchlenia na tiažnici medzi geoidom a určeným bodom,
- Molodenského normálnu výšku H_n : γ_m - integrálna stredná hodnota normálneho tiažového zrýchlenia na normálnej tiažnici medzi referenčným elipsoidom a teluroidom,
- dynamickú výšku H_d : $g_{konšt.}$ - konštantná hodnota tiažového zrýchlenia, určená buď ako priemerná hodnota g v danej oblasti (lokálne dynamické výšky) alebo volená ako $g = \gamma(\varphi = 45^\circ)$ pre globálne dynamické výšky.

Na Slovensku sú od roku 1957 platné fyzikálne výšky v Baltskom systéme po vyrovnaní (Bpv), ktoré vychádzajú z Molodenského koncepcie pre normálne výšky (označované ako normálne výšky podľa Molodenského). V súčasnosti sa najčastejšie používajú nasledovné tri spôsoby výpočtu presných fyzikálnych výšok:

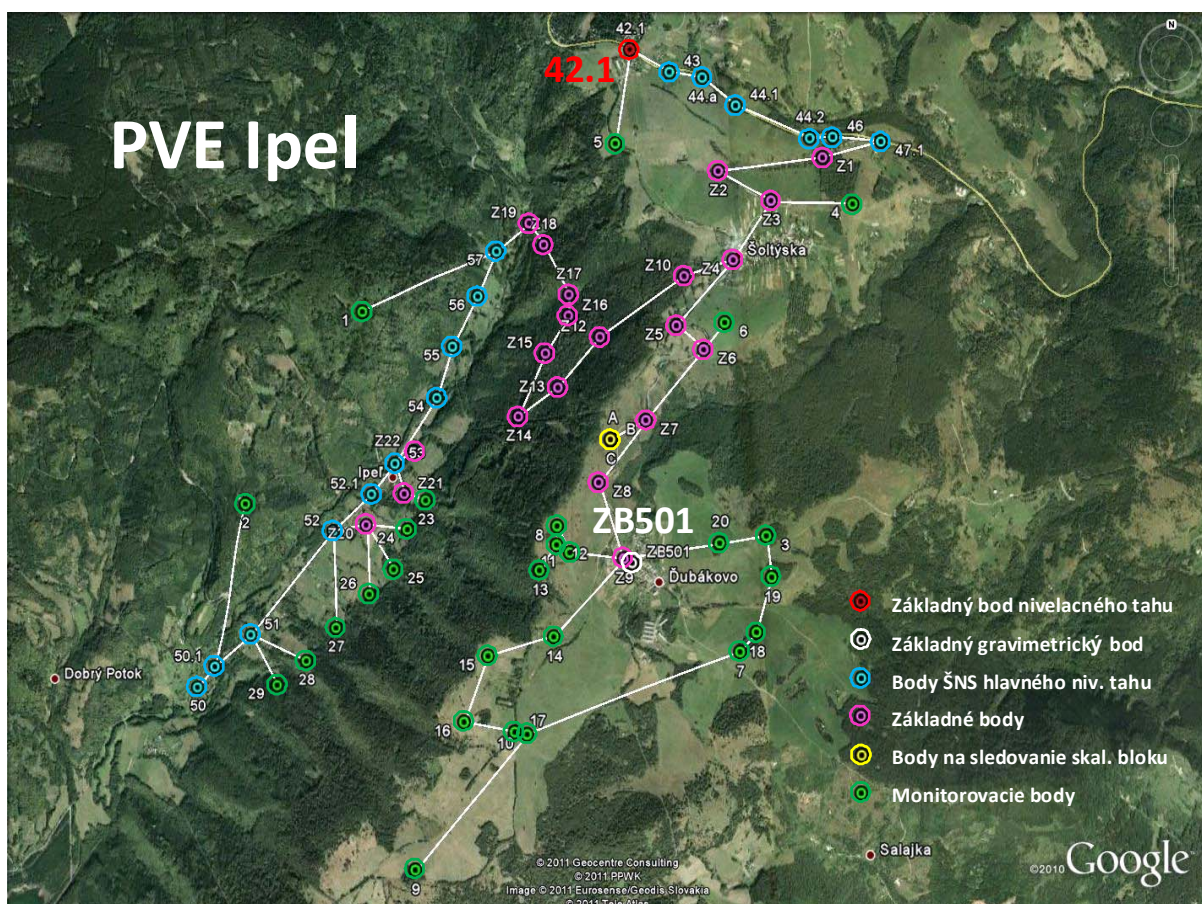
- klasický spôsob výpočtu spočívajúci v zavedení redukcie z tiaže (tiažového zrýchlenia) k nivelovaným prevýšeniam
- využitie geopotenciálnych kót
- kombinácia GNSS (Global Navigation Satellite System) a modelu geoidu (kvázigeoidu), tzv. GNSS nivelácia.

3 PRAKTICKÝ EXPERIMENT

Praktický experiment bol realizovaný na strednom Slovensku v oblasti Veporských vrchov, na hornom toku rieky Ipeľ. V tomto priestore bola v rokoch 1987-1989 vybudovaná účelová monitorovacia geodetická sieť pre plánovanú prečerpávaciu elektrárňu PVE Ipeľ, ktorá bola rozšírená o nové body v rokoch 2001-2003 a 2009. V monitorovacej sieti PVE Ipeľ sú vykonávané pravidelné polohové, výškové, gravimetrické a merania metódou GNSS s použitím najpresnejších meračských prístrojov a techník. Hlavným dôvodom merania je sledovanie neotektonickej aktivity územia prostredníctvom vhodne stabilizovaných geodetických bodov. Sieť pozostáva z 31 hĺbkovo stabilizovaných pilierov, 29 gravimetrických, 24 výškových, 6 účelových GNSS a 10 pomocných bodov (Vázal a kol., 2004) (Obr. 1). Monitorovacia sieť PVE Ipeľ predstavuje vhodnú lokalitu na realizáciu a analýzu tohto experimentu, hlavne z dôvodu jej pravidelného veľmi presného geodetického

monitorovania, výškovej rozmanitosti (nadmorské výšky sa pohybujú v rozmedzí od 472 do 1100 m. n. m.) a prispôbeniu monitorovacích bodov pre potreby vykonávania všetkých druhov meraní.

Cieľom praktického experimentu bolo analyzovať možnosti určenia fyzikálnych výšok pomocou troch spôsobov: klasický spôsob (3 prístupy), využitie geopotenciálnych kót a GNSS nivelácia. Východiskovým bodom bol bod Štátnej nivelačnej siete (ŠNS) FI-562 (v lokálnej sieti označený ako 42.1) so známou nadmorskou výškou v systéme Bpv $H_{FI-562}^{Bpv} = 751,1910$ m. Pre potreby analýzy sa využili merané nivelované prevýšenia, observácie GNSS (rok 2009), model kvázigeoidu DVRM (Klobušiak a kol., 2005), digitálne modely reliéfu a údaje z digitálnej databanky podrobného gravimetrického mapovania v mierke 1:25 000 (Kubeš a kol., 2001). Hodnoty tiažových zrýchlení na bodoch siete boli rovnako prebraté z geodetického monitoringu (rok 2009) a časť siete bola domeraná ako súčasť bakalárskej práce (Majkráková, 2010).



Obr. 1 Lokálna geodetická sieť PVE Ipeľ (Zdroj: Google Earth)

3.1 Klasický spôsob určenia fyzikálnych výšok

Klasický spôsob určenia normálnych výšok podľa Molodenského využíva zložky tzv. redukcie z tiaže C_q (ortometrická korekcia O_q a prevodový člen P), pozri rovnicu (2) (Abelovič a kol., 1990) ktorá sa počíta pre každý nivelačný oddiel. Zatiaľ čo ortometrická korekcia je závislá len na polohe bodov a približný vzťah na jej určenie je postačujúci, prevodový člen závisí od skutočného tiažového poľa v danej oblasti. Na jeho výpočet sa používa hodnota jednoduchej Bouguerovej anomálie interpolovaná z mapy (2).

$$C_q = O_\gamma + P = -0,0000254H_{s_niv}\Delta\varphi'' + 0,0010193(\Delta g_{JB_s} + 0,1119H_{s_niv})\Delta H_{niv} \text{ (mm)} \quad (2)$$

kde H_{s_niv} je priemerná nivelovaná výška v nivelačnom oddieli, $\Delta\varphi''$ - rozdiel elipsoidických širok koncových bodov nivelačného oddielu, Δg_{JB_s} - jednoduchá (neúplná) Bouguerova anomália tiažového zrýchlenia (stredná v nivelačnom oddieli), ΔH_{niv} - nivelované prevýšenie v nivelačnom oddieli.

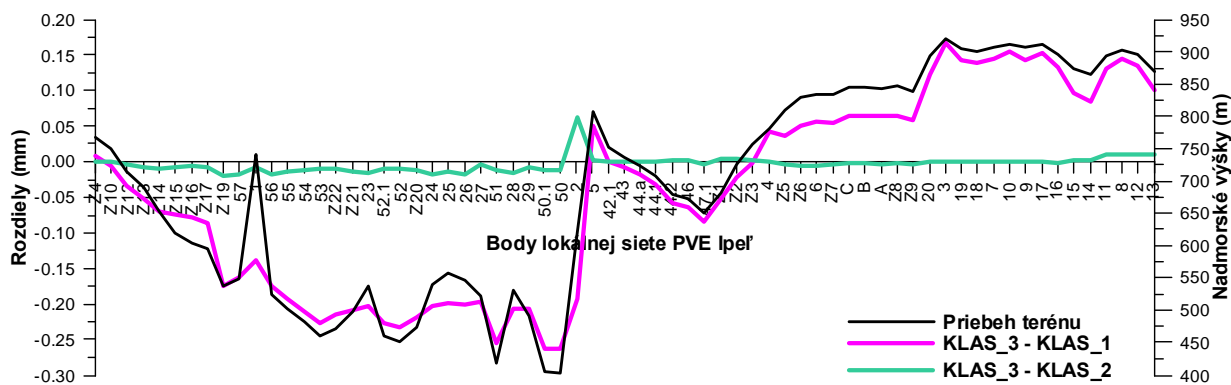
Prvý prístup k výpočtu nadmorských výšok klasickým spôsobom (*KLAS_1*) spočíva v interpolácii jednoduchých Bouguerových anomálií. Zámerom bolo interpretovať prístup minulých desaťročí, kedy sa pri výpočte presných nadmorských výšok vychádzalo iba z dostupných máp jednoduchých Bouguerových anomálií. Prvým krokom bolo vytvorenie mapy jednoduchých Bouguerových anomálií. Na tento účel boli použili údaje z digitálnej databanky podrobného gravimetrického mapovania v mierke 1:25000 v okolí siete PVE Ipeľ.

Z vytvorenej mapy boli následne metódou bilineárnej interpolácie vypočítané hodnoty jednoduchej Bouguerovej anomálie pre body siete PVE Ipeľ. Tie vstupovali do výpočtu prevodového člena ako zložky redukcie z tiažového zrýchlenia, o ktorú je potrebné opraviť nivelované prevýšenia a následne určiť nadmorské výšky.

Z úvah o vlastnostiach anomálií tiažového zrýchlenia a ich korelácie s priebehom terénu, pozri napr. (*Hofmann-Wellenhof a Moritz, 2005*) sa ponúka iný, efektívnejší prístup, a to možnosť interpolácie úplnej Bouguerovej anomálie (*KLAS_2, KLAS_3*), ktorá je vo veľkej miere zbavená vplyvu priebehu terénu. K dispozícii boli úplné Bouguerove anomálie na bodoch podrobného gravimetrického mapovania, pričom topografické korekcie pre blízke zóny (do 5,24 km) boli určené z digitálneho modelu reliéfu DMR-2 (ATLAS), DMR-3 (TOPÚ, 2001), ktorých predpokladaná výšková chyba sa pohybuje v intervale $\pm 2,5 - 15$ m (*Mičietová, Iring, 2011*). Topografické korekcie pre vzdialenejšie zóny (5,24 km – 166,7 km) boli vypočítané s použitím globálnych modelov reliéfu GTOPO30, resp. SRTM3 (*STRM, 2011*). Rozdiel medzi prístupom *KLAS_2* a *KLAS_3* spočíval v použití rôznej kombinácie digitálnych modelov reliéfu (*KLAS_2* – DMR-2 a GTOPO30, *KLAS_3* – DMR-3 a SRTM3).

Znova bola najskôr vytvorená mapa úplných Bouguerových anomálií, z ktorej boli následne interpolované hodnoty pre analyzované body, ktoré boli následne prepočítané späť na jednoduchú Bouguerovu anomáliu odčítaním topografických korekcií. Topografické korekcie na bodoch databanky a bodoch siete PVE Ipeľ boli počítané programom MasCor (*Cerovský, 2001*), ktorý umožňuje numericky vypočítať gravitačný účinok všetkých hmôt nad kvázigeoidom, využívajúc princíp homogénnych polyédrov (*Pohánka, 1988*).

Pri analýze klasického spôsobu nás zaujímalo, aký vplyv má použitie úplnej Bouguerovej anomálie (*KLAS_2, KLAS_3*) oproti jednoduchej Bouguerovej anomálii (*KLAS_1*). Priebeh vyjadruje nasledujúci graf (Obr. 2).

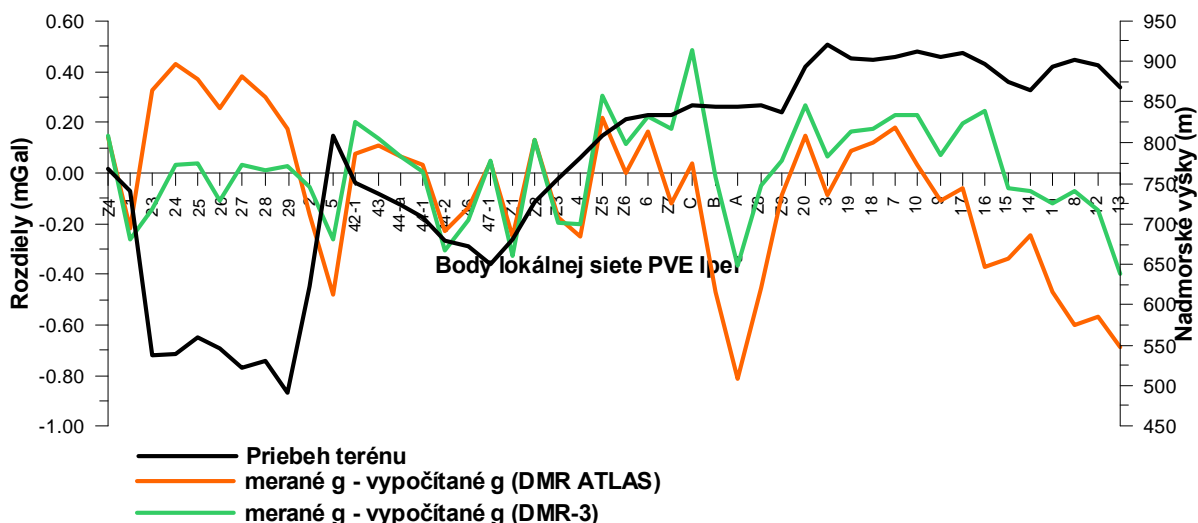


Obr. 2 Porovnanie jednotlivých prístupov k výpočtu fyzikálnych výšok klasickým spôsobom.

Z grafu je evidentné, že rozdiely dosahujú maximálne 0,25 mm. Pravdepodobne väčšie hodnoty by sme získali v prípade geologicky rozmanitejších území (striedanie rôznych hustotných rozložení). Priebek grafu naznačuje v prípade KLAS_1 výraznú koreláciu s pribehom terénu.

3.2 Využitie geopotenciálnych kót

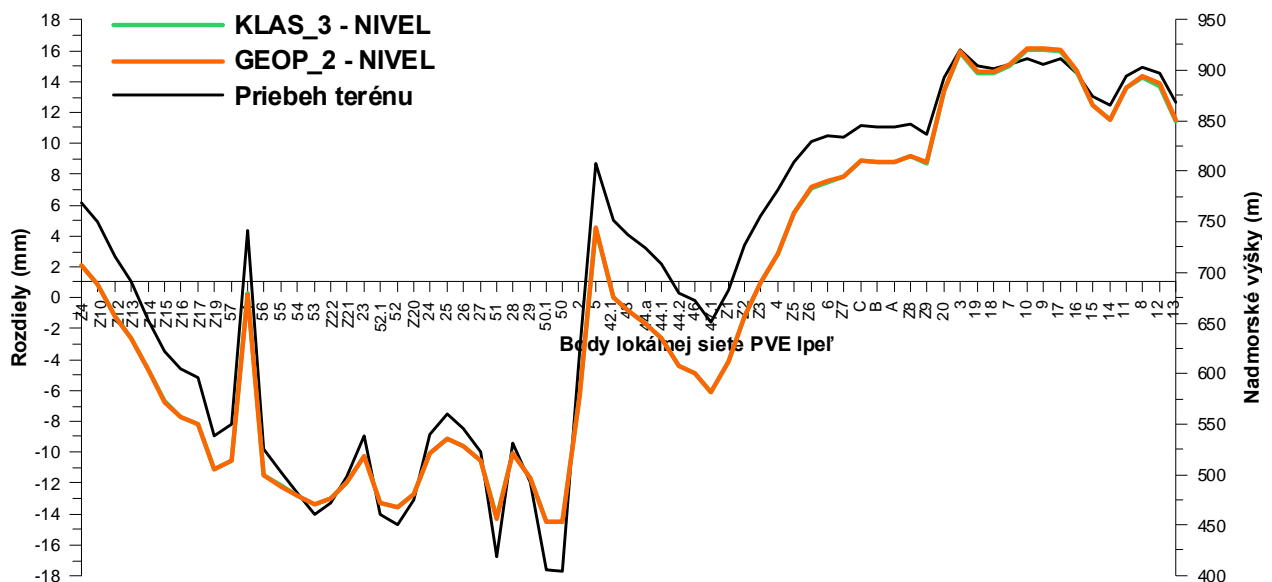
Výpočet fyzikálnych výšok využitím geopotenciálnych kót (*GEOP*) je okrem nivelovaných prevýšení podmienený znalosťou meraných hodnôt tiažového zrýchlenia na bodoch pozdĺž nivelačného ťahu s požadovanou presnosťou. Vzhľadom na komplikovanosť terénu a hustého priestorového rozloženia bodov nebolo možné vykonať gravimetrické meranie na všetkých bodoch, ktoré nám vstupovali do analýzy. Preto sme zvolili postup pri ktorom sme kombinovali priamo merané a interpolované hodnoty úplnej Bouguerovej anomálie. Postup bol identický so spôsobom *KLAS_2*, resp. *KLAS_3* len v „opačnom“ poradí. Konzistencia meraných a interpolovaných hodnôt Δg_{UB} bola testovaná na tých bodoch, kde boli známe aj merané aj interpolované hodnoty (46 bodov).



Obr. 3 Porovnanie meraného tiažového zrýchlenia a vypočítaného s použitím DMR ATLAS, DMR-3.

Rozdiely oscilujú v rozmedzí od -0,80 do 0,50 mGal (Obr. 3). Veľkosť hodnôt poukazuje na vhodnosť použitia údajov z podrobného gravimetrického mapovania pre účely výpočtu nadmorských výšok v tejto oblasti. Z porovnania je tiež evidentné zlepšenie výsledkov pri použití modelu DMR-3 a SRTM3 na výpočet topografických korekcií. Doplnenie meraných tiažových zrýchlení o interpolované hodnoty nám umožnilo výpočet geopotenciálnych kót všetkých bodov analyzovanej siete, pričom východiskovým bol bod 42.1.

Nadmorskú výšku vypočítanú pomocou geopotenciálnych kót môžeme v súčasnosti označiť za optimálne najlepšie odhadnuteľnú, resp. určiteľnú. Rešpektuje definíciu fyzikálnej výšky ako veličiny spájajúcej geometrickú zložku, získavanú meraním prevýšení s fyzikálnou zložkou, ktorej podstata spočíva v meraní tiažového zrýchlenia pozdĺž nivelačného ťahu. Nasledujúci graf (Obr. 4) porovnáva určené fyzikálne výšky (spôsoby *KLAS_3* a *GEOP*) s výškami určenými len pomocou nivelovaných prevýšení (*NIVEL*).



Obr. 4 Porovnanie fyzikálnych výšok určených klasickým spôsobom a využitím geopotenciálnych kót s nivelovanými výškami.

Rozdiely odrážajú vplyv lokálnych zmien tiažového poľa pozdĺž nivelačného ťahu. Hodnoty v rozmedzí od -14 mm do +17 mm sú priamo úmerné rozdielom fyzikálnych výšok a naznačujú koreláciu s priebehom terénu.

Z Obr. 4 vidieť, že oba grafy majú skoro totožný priebeh, čo poukazuje na minimálne diferencie medzi spôsobmi *KLAS_3* a *GEOP*. Možno konštatovať, že oba spôsoby sú kvalitatívne veľmi podobné. Veľkosť rozdielov oproti nivelovaným výškam poukazuje tiež na nevhodnosť použitia neopravených nivelovaných prevýšení pre potreby určenia jednoznačných fyzikálnych výšok.

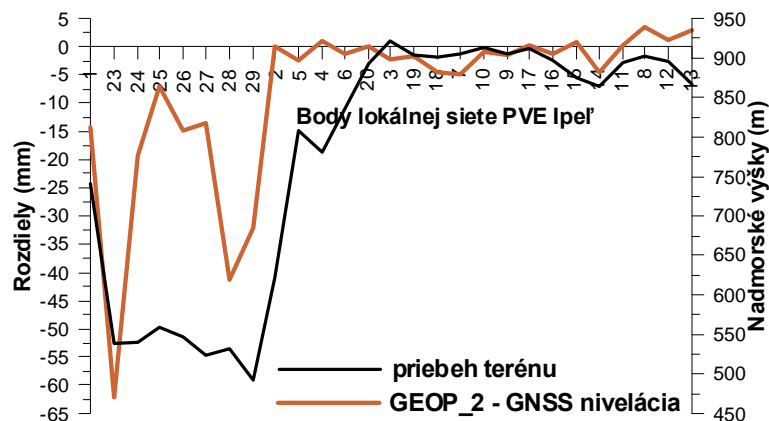
3.3 GNSS nivelácia

GNSS nivelácia v súčasnosti predstavuje progresívnu metódu hlavne čo sa týka pomeru ceny a výkonu. Presnosť určenia geometrických (elipsoidických) výšok závisí od dĺžky observácie a podmienok pri meraní (množstvo a charakter prekážok).

Observácie na vybraných monitorovacích bodoch (body 1 až 29) boli prevzaté z GNSS kampane z roku 2009. Spracovanie sa realizovalo pomocou softvéru Trimble Business Centre v.2.40. Výsledná geocentrická poloha bodov je v súradnicovom systéme ETRS89, realizácia ETRF2000 v príslušnej strednej epoche merania (2009.6493).

Porovnanie nadmorských výšok určených pomocou geopotenciálnych kót s výškami určenými GNSS niveláciou vyžaduje zohľadniť prevýšenie kvázigeoidu nad elipsoidom. Použitý kvázigeoid DVRM – Digitálny výškový referenčný model (Klobušiak a kol., 2005), reprezentuje v súčasnosti záväzný referenčný model kvázigeoidu na Slovensku.

Pri porovnaní výsledkov GNSS nivelácie s fyzikálnymi výškami určenými pomocou geopotenciálnych kót (Obr. 5) sa nepreukázala výrazná korelácia rozdielov s priebehom terénu, nakoľko presnosť určenia fyzikálnej výšky pri tejto metóde závisí predovšetkým od presnosti merania elipsoidických výšok a presnosti modelu kvázigeoidu. Výskyt extrémnych hodnôt výškových rozdielov v ľavej časti grafu (body 23-29 v priestore plánovanej dolnej nádrže) je spôsobený zhoršenými podmienkami pre merania GNSS (blízkosť vegetačného porastu, zakrytý horizont). Vnútorňa presnosť elipsoidických výšok pre body hornej nádrže sa pohybovala v rozmedzí 0,9 – 3,7 mm (pozri Obr. 5).



Obr. 5 Porovnanie výšok určených využitím geopotenciálnych kót s GNSS niveláciou.

4 ZÁVER

Cieľom príspevku bolo poukázať na potrebu zavádzania vplyvu tiažového poľa Zeme na výšky získané veľmi presnou niveláciou. Pre potreby praktického experimentu boli použité nivelované prevýšenia, GNSS a gravimetrické merania, z ktorých boli vypočítané normálne výšky podľa Molodenského troma spôsobmi – klasickým spôsobom, pomocou geopotenciálnych kót a GNSS niveláciou.

Na základne analýzy dosiahnutých výsledkov môžeme skonštatovať, že použitie fyzikálnych výšok určených len zo samotných niveláčnych prevýšení nie je vhodné na určovanie presných a jednoznačných fyzikálnych výšok. Opravy z tiažového zrýchlenia dosahujú hodnoty niekoľkých desiatok milimetrov (v našom prípade max. 17 mm), čo je pomerne vysoká

hodnota, ktorú je v praxi potrebné zohľadňovať pre získanie presných a jednoznačných fyzikálnych (nadmorských) výšok v referenčnom výškovom systéme. Veľkosť opráv závisí predovšetkým od výškových pomerov a geologického zloženia lokality.

Najvhodnejšou metódou z hľadiska presnosti a jednoznačnosti určovania je metóda využívajúca geopotenciálne kóty, pretože vychádza priamo z definičného vzťahu pre daný typ výšky. V súčasnosti sa metóda využíva najmä pre účely zjednotenia lokálnych, resp. národných výškových systémov do jednotného výškového systému. V experimente bola aplikovaná aj možnosť výpočtu tiažového zrýchlenia z interpolovaných hodnôt úplných Bouguerových anomálií na bodoch, kde nebolo vykonané priame gravimetrické meranie. V tomto prípade presnosť výsledkov závisí od kvality použitých údajov, resp. úplných Bouguerových anomálií. Experiment nám potvrdil vysokú kvalitu použitých údajov z gravimetrického mapovania v mierke 1:25000 na území Slovenska a takto určené hodnoty tiažového zrýchlenia sú pre výpočet nadmorských výšok vhodnou náhradou v kombinácii s priamo meranými hodnotami. Klasický spôsob určovania nadmorských výšok sa v súčasnosti ešte používa, ale vývojovo je záležitosťou minulých desaťročí. V prípade výšok určených metódou GNSS nivelácie ide o transformáciu elipsoidických výšok na fyzikálne výšky, pričom presnosť určenia nadmorských výšok závisí jednak od presnosti priebehu kvázigeoidu a od presnosti určenia elipsoidickej výšky.

Podakovanie

Tento článok vznikol pri riešení projektu APVV-0194-10 finančne podporeného Agentúrou na podporu výskumu a vývoja MŠVVaŠ SR.

Autori článku ďakujú Geodetickému a kartografickému ústavu v Bratislave, spoločnosti Slovenské elektrárne a.s., závod Vodné elektrárne, Geosat, s.r.o. a G-trend, s.r.o za poskytnutie meraní z lokality PVE Ipel'.

Autori ďakujú Agentúre Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu SR pre štrukturálne fondy EÚ a Slovenskej technickej univerzite v Bratislave za finančnú podporu Projektu ITMS 26220220108.

LITERATÚRA

- Abelovič J., Mičuda J., Mitáš J., Weigel J., 1990: *Meranie v geodetických sieťach*. Alfa, Bratislava.
- Cerovský I., 2001: MasCorVersion 1.0. Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského, Bratislava.
- Hofmann - Wellenhof B., Moritz H., 2005: *Physical geodesy*. Springer, Wien, New York.
- Klobušiak M., Leitmannová K., Ferianc D., 2005: Realizácia záväzných transformácií národných referenčných súradnicových a výškového systému do Európskeho terestrického referenčného systému 1989. In: Geodetické siete a priestorové informácie, Podbanské 2005, TOPÚ, Banská Bystrica.
- Kubeš P., Grand T., Šefara J., Pašteka R., Bielik M., Daniel S., 2001: Atlas geofyzikálnych máp a profilov. Záverečná práca geologickej úlohy. Ministerstvo životného prostredia Slovenskej republiky. Štátny geologický ústav Dionýza Štúra, Bratislava.

- Majkráková M., 2010: Určenie nadmorských výšok v lokálnej geodetickej sieti. Bakalárska práca. Stavebná fakulta Slovenskej technickej univerzity, Bratislava.
- Mičietová E., Iring M., 2011: Hodnotenie kvality digitálnych výškových modelov. *Geodetický a kartografický obzor* (3/2011), s. 45-60.
- Mikuška J., Pašteka R., Marušiak I., 2006: Estimation of distant relief effect in gravimetry. *Geophysics*, vol. 71/2006, pp. J59-J69.
- Pohánka V., 1988: Optimum expression for computation of the gravity field of a homogeneous polyhedral body. *Geophysical Prospecting* (36/1988), pp. 733-751.
- SRTM, 2011: Shuttle Radar Topography Mission, <http://www2.jpl.nasa.gov/srtm/>. Jet Propulsion Laboratory, Pasadena.
- TOPÚ, 2011: Topografický ústav plukovníka Jána Lipského, <http://www.topu.mil.sk/14971/digitalny-model-reliefu-urovne-3-%28dmr-3%29.php>, Banská Bystrica.
- Vázal V., Ondrášik R., Korčák P., 2004: Geodetický monitoring neotektonickej skladby v lokalite pripravovanej prečerpávacej vodnej elektrárne Ipeľ. *Slovenský geodet a kartograf* (3/2004), Bratislava, s. 23-31.