

EXPERIMENTÁLNY A TEORETICKÝ VÝSKUM NA KATEDRE KOVOVÝCH A DREVENÝCH KONŠTRUKCIÍ SvF STU v BRATISLAVE

Ároch, R.¹ - Klas, T.² - Kováč, M.³ - Sandanus, J.⁴:

Abstrakt

V príspevku sú predstavené vybrané výskumné práce pracovníkov KKDK z oblasti výskumu, navrhovania a prieskumu drevených konštrukcií. Dve významné historické konštrukcie boli sanované v rámci komplexnej obnovy objektov. Objekt dvojpodlažnej budovy školy z krížom lepeného dreva je pilotným projektom súčasnosti v kategórii občianskych stavieb s nosnou drevenou konštrukciou.

Na Stavebnej fakulte STU v Bratislave prebiehajú viaceré vývojové experimentálne práce s cieľom získania nových informácií o krížom lepenom dreve, vlepovaných ocelových tyčiach v dreve, drevobetónových konštrukciách s modernými spriahovacími prostriedkami, tuhých rámových spojoch a požiarnej odolnosti drevených prvkov s trhlinami.

Ďalej sú v príspevku prezentované témy teoretického výskumu pracovníkov KKDK a aplikácie v oblasti kovových konštrukcií.

1. Dvojpodlažná budova školy z CLT

Na Slovensku postavená prvá škola z CLT. Prístavba 1. Súkromného gymnázia na Bajkalskej ulici v Bratislave má celú nosnú konštrukciu z masívneho dreva. Dvojpodlažný objekt s úžitkovou plochou 520 m² je jedinečný nielen z hľadiska použitého materiálu a účelu, ale najmä z pohľadu rýchlosti výstavby.

Od vykopania základov po kolaudáciu stavby uplynulo iba 70 dní.

Nosná konštrukcia

Objekt má stenový nosný systém pozostávajúci z panelov z krížom lepeného dreva. Nosná konštrukcia bola v prvom kroku síce navrhovaná z muriva, krátko pred začatím stavby sa zmenila koncepcia na drevenú konštrukciu z prefabrikovaných prvkov z krížom lepeného dreva a lepeného lamelového dreva. Dôvodom bol čas výstavby. Projekčné práce na nosnej konštrukcii začali v máji 2015 a objekt bolo potrebné odovzdať do prevádzky v septembri toho istého roku.

¹ doc. Ing. Rudolf Ároch, PhD., rudolf.aroch@stuba.sk

² Ing. TomášKlas, PhD., tomas.klas@stuba.sk

³ Ing. Michal Kováč, PhD., michal.kovac@stuba.sk

⁴ doc. Ing. Jaroslav Sandanus, PhD., jaroslav.sandanus@stuba.sk

všetci autori sú z Katedry kovových a drevených konštrukcií SvF STU v Bratislave



Obr. 1 - Konštrukcia prízemí

Prístavba školy sa realizovala v priestoroch školského dvora, kde bol zložitý prístup pre nákladné vozidlá zabezpečujúce transport prefabrikátov z výroby a žeriav pre manipuláciu. Vzhľadom na požadovanú svetlú výšku tried mali byť stenové prvky vysoké 3,36m na prízemí a 3,2 m na poschodí. Z dôvodu dopravných možností museli byť panely rozdelené na menšie časti s maximálnymi rozmermi 2,4 x 3,6 m.

Väčšina panelov bola navrhnutá s pohľadovou kvalitou. Priznané panely sú v triedach a komunikačných priestoroch. Rozmery priznaných drevených nosných prvkov boli navrhnuté na požiarne zaťaženie s trvaním 30 minút.

Stropná konštrukcia s rozpätím 7 m je navrhnutá z lepeného lamelového dreva. Prefabrikáty majú výšku 260 mm a šírku 625 mm. Najdlhší stropný element má dĺžku 10 m. Elementy sa navzájom spájajú na pero a drážku.



Obr. 2 - Montáž stropu a strechy

Stavebné práce sa rozbehli koncom júna 2015. Základové konštrukcie a betónová podkladová doska bola dokončená v priebehu jedného mesiaca. Montáž drevenej konštrukcie bola zahájená na začiatku júla 2015.

Nosná konštrukcia bola hotová za 4 týždne a mohli nastúpiť profesie technických zariadení, tepelných izolácií, hydroizolácií a dokončovacích prác. Kolaudácia stavby prebehla 27. augusta a zahájenie nového školského roka mohlo prebiehať v nových priestoroch.



Obr. 3 - Nová budova v čase otvorenia školského roka

2. Spriahnuté drevobetónové nosníky s celozávitovými skrutkami

Laboratórny výskum spriahnutých drevobetónových nosníkov, ktorý bol uskutočnený na Katedre kovových a drevených konštrukcií Stavebnej fakulty v Bratislave, je pokračovaním experimentálnych meraní deformácií a pomerných pretvorení, vykonaných na strope rodinného domu v Stupave v marci 2015. Tieto merania trvali celkovo 8 dní a boli vyhotovené ako nedeštrukčné, krátkodobé testy. Výsledky tohto experimentu boli viackrát publikované.

Cieľom výskumu bolo testovanie 6 vzoriek spriahnutých drevobetónových nosníkov. Nosníky boli vyhotovené v mierke 1:1 k nosníkom, ktoré boli použité na vytvorenie spomínaného stropu rodinného domu v Stupave. Laboratórne skúšky sú rozdelené na 4 krátkodobé, deštrukčné merania a 2 dlhodobé, nedeštrukčné merania.

Popis laboratórnych vzoriek

Celá príprava skúšobných vzoriek spriahnutých drevobetónových nosníkov prebiehala v laboratóriu Katedry kovových a drevených konštrukcií Stavebnej fakulty STU v Bratislave. S ohľadom na priestorové možnosti laboratória bola príprava rozdelená na dve fázy. V prvej etape boli zhotovené 3 nosníky. Tie pozostávajú z drevených trémov z KVH triedy C24, s rozmermi prierezu 100/220 mm a dĺžkou 5,3 m.

Ako stratené debnenie betónovej dosky, ktoré je súčasťou spriahnutých nosníkov, boli použité veľkoformátové cemento-trieskové dosky CETRIS Basic hrúbky 18 mm. Šírka dosiek vyplynula z geometrie pôvodne testovaného stropu a bola stanovená na hodnotu 740 mm. Pripojenie tohto debnenia k nosníkom je vyhotovené pomocou klincov.

Pre spriahnutie dreva a betónu boli použité celozávitové skrutky Würth ASSY plus VG s priemerom 8 mm a dĺžkou 220 mm. Tie sú do drevených nosníkov skrutkované cez stratené debnenie. Tieto skrutky sú orientované pod uhlom 45° k vláknám dreva tak, aby boli v smere šmykového toku od zvislého zaťaženia namáhané ťahovou silou. Hĺbka zapustenia závitov skrutiek do dreva je 120 mm.

Pre vytvorenie betónovej vrstvy spriahnutého nosníka bolo potrebné vytvoriť dočasné zvislé debnenie. To bolo vytvorené z OSB dosiek hrúbky 18 mm a drevených lát o rozmeroch 30/50 mm. V prvej fáze bola betónová vrstva vystužená zváranými sieťami z betonárskej ocele s priemerom $\phi 6$ mm a okami 150/150 mm (takto bola vystužená doska stropu spomínaného rodinného domu). Hrúbka betónovej časti prierezu je 70 mm a bol použitý betón triedy C25/30. Pre betonáž bola použitá suchá betónová zmes, ktorá bola miešaná s vodou v laboratóriu. Po 28 dňoch od betonáže bolo dočasné debnenie odstránené a nosníky boli

pripravené na ohybové skúšky. V ďalšej etape budú pripravené 3 vzorky s rovnakým geometrickým usporiadaním a materiálovým zložením, avšak betónová doska bude vystužená oceľovými vláknami do betónu (30 kg/m^3).



Obr. 4 - Debnenie betónovej časti vzoriek pred betonážou – 1. etapa nosníkov

Meranie vlastných frekvencií

Pred prípravou spriahnutých nosníkov boli merané vlastné frekvencie samotných drevených nosníkov. Ako merací nástroj bola zvolená trojica akcelerometrov. Akcelerometre boli umiestnené na hornom povrchu drevených nosníkov vo štvrtinách rozpätia. V tejto fáze bolo odskúšaných všetkých 6 drevených nosníkov.



Obr.5 - Skúšobná zostava pre meranie vlastných frekvencií drevených trávov

Následne bolo pre prvú skupinu vzoriek (3 ks) k dreveným nosníkom pripevnené stratené debnenie z CETRIS dosiek a opäť boli nosníky podrobené testovaniu vlastných frekvencií. Tento proces sa zopakuje aj vo finálnej fáze vzoriek. Tým pádom bude možné porovnať vlastné frekvencie drevených nosníkov, drevených nosníkov so strateným debnením a hotových spriahnutých drevobetónových nosníkov.

Ohybová skúška

Pre zistenie maximálnej odolnosti spriahnutých nosníkov budú v každej etape dve vzorky testované štvorbodovým ohybom do porušenia. Nosníky budú podopreté na oboch koncoch pomocou oceľových profilov. Zaťaženie vzoriek bude vyvodzovať hydraulický lis rozopretý o oceľový zaťažovací rám. Počas zaťažovania budú merané pomerné pretvorenia, zvislé deformácie, koncové poklzy, zaťažovacia sila a reakcie v podperách. Pre meranie pomerných pretvorení budú použité 3 odporové tenzometre. Prvý tenzometer bude merať pomerné pretvorenia na hornom povrchu betónu. Ďalšie dva budú použité k meraniu pomerných

pretvoreni dreva pri jeho spodnom povrchu a v strede výšky trámu. Pre meranie zvislých deformácií budú použité snímače dráhy. Tieto snímače budú pripevnené k samostatne stojacemu rámu a budú merať vertikálne premiestnenia v 8 bodoch – pod miestom pôsobiska sily na nosník (4x), v strede rozpätia nosníka (2x) a v mieste podpôr (2x). Koncové poklzy medzi drevom a betónom budú merané opäť pomocou snímačov dráhy, ktoré budú inštalované na drevený trám v horizontálnej polohe. Pre meranie zaťažovacej sily bude použitý silomer umiestnený medzi hydraulický lis a oceľový zaťažovací rám. Meranie reakcií v podperách zabezpečujú váhy s guľovým kĺbom, na ktorých je celá vzorka položená. Posledná vzorka z oboch testovaných skupín bude pozorovaná z hľadiska dlhodobého správania sa. Tieto nosníky budú zaťažené dlhodobým zaťažením pomocou betónových častí z predchádzajúcich porušených vzoriek. Hodnota prídavného zaťaženia, ktoré bude použité pre dlhodobé testovanie predstavuje približne 30% predpokladanej odolnosti spriahnutých nosníkov a vyvodzuje ohybový moment o hodnote 15 kNm. Počas dlhšieho časového obdobia (minimálne 1 rok) budú sledované zvislé deformácie týchto 2 vzoriek. Samozrejme, pri dlhodobom meraní je veľmi dôležité sledovať aj teplotu a relatívnu vlhkosť vzduchu prostredia, ktorému budú vzorky vystavené.



Obr. 6 - Celková zaťažovacia zostava (vľavo) a uloženie v podpere (vpravo)

Vzorka č. 1

Zaťažovanie vzorky č. 1 prebiehalo v súlade s normou STN EN 380 [1] a trvalo približne 50 minút. Skúška bola ukončená porušením vzorky. Sila pri porušení mierne presiahla hodnotu stanovenú výpočtom, avšak porušenie nastalo nečakane a bolo veľmi krehké. Nosník sa zlomil v mieste pod pôsobiskom zaťaženia. Pri pozorovaní porušenej vzorky sa zistilo, že v tomto mieste bol zubovitý spoj dreveného trámu, ktorý bol porušený roztrhnutím.

Nosník sa až do porušenia správal lineárne. Toto správanie môže byť v konštrukciách pomerne nebezpečné, keďže pred zlyhaním nie je zvýšená napätosť prvku signalizovaná nadmernými deformáciami. Je otázne, ako by sa nosník správal, keby práve v mieste maximálneho zaťaženia nebol zubovitý spoj.

Teoretické výsledky

Pred samotnou ohybovou skúškou bol na základe geometrie a normových materiálových charakteristík vypočítaný priehyb a napätosť nosníka v jednotlivých krokoch zaťažovania. Výpočet bol uskutočnený v súlade s normou STN EN 1995-1-1/Príloha B. Na základe tejto analýzy bola stanovená aj teoretická odolnosť nosníka. Tá bola určená na vzhľadom na napätie pri spodnom okraji dreveného trámu. Vo výpočte bolo uvažované, že toto napätie môže dosiahnuť návrhovú pevnosť dreva v ohybe pre okamžité zaťaženie v triede prostredia 1, teda hodnotu $f_{m,d} = 20,3$ MPa. Namerané a vypočítané hodnoty priehybu dosahovali vysokú mieru zhody. Pre porovnanie - nameraný priehyb (po odčítaní stlačenia dreveného trámu



Obr. 7 - Porušená vzorka (vľavo) a detail porušenia (vpravo)

v oblasti podpôr) pri sile 52,8 kN (približne 90% teoretickej odolnosti vzorky) dosahoval hodnotu 21,3 mm, oproti tomu vypočítaný priehyb pri tomto zaťažení dosahoval hodnotu 20,9 mm. Je však nutné povedať, že výpočet bol realizovaný len na základe normových hodnôt modulov pružnosti materiálov, resp. modulu popustenia spojovacích prostriedkov na základe technického osvedčenia ETA [6]. Po určení modulov pružnosti na základe materiálových skúšok môže byť rozdiel medzi vypočítaným a nameraným priehybom iný.

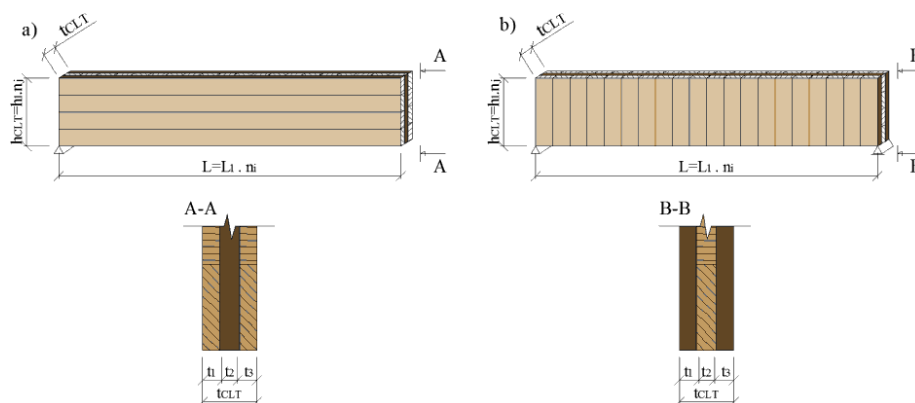
Pri porovnaní napätí je možné pozorovať trochu väčšie rozdiely v nameraných a vypočítaných hodnotách (10 – 20 %). Napätia počas experimentu boli určené na základe Hookovho zákona z nameraných hodnôt pomerných pretvorení. Opäť teda platí, že po určení modulov pružnosti pomocou materiálových skúšok môžu byť výsledné rozdiely medzi nameranými a vypočítanými hodnotami iné.

3. Skúšky nosníkov z CLT

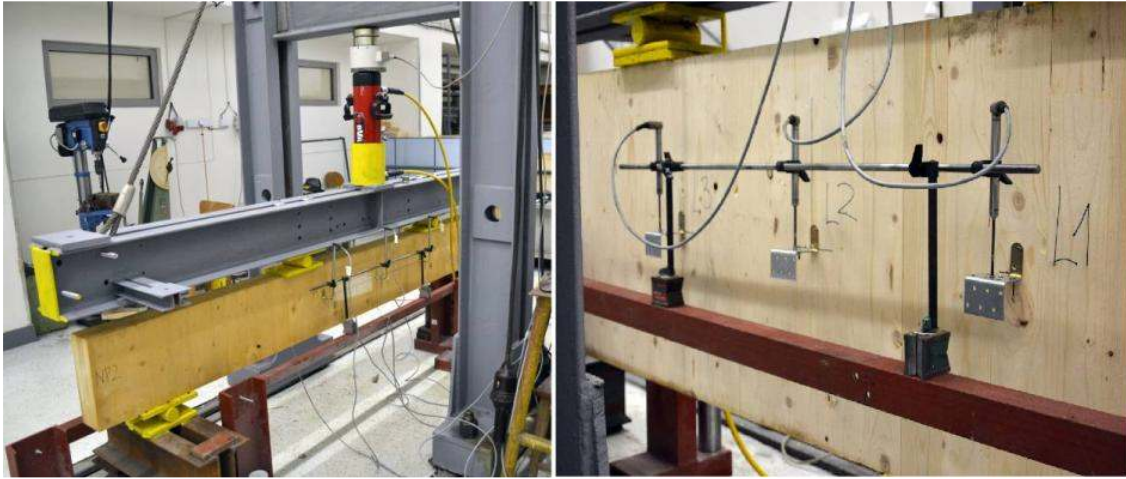
Križom lepené drevo je materiál, ktorého vynikajúce vlastnosti môžu byť využité v stenových a doskových prvkoch.

Experimentálna a teoretický výskum nosníkov z CLT bol zameraný na zistenie odolnosti nosníkových prvkov. Bolo odskúšaných 12 kusov CLT nosníkov (výrobca a sponzor skúšky je firma Stora Enso) s dĺžkou 2,95 m, výškou 0,3 m/0,6 m a s hrúbkou 0,1 m (30-40-30 mm), s dvoma typmi orientácií jednotlivých vrstiev v CLT nosníkov. V prípade skupiny "A" sú povrchové vrstvy lamiel orientované rovnobežne s dĺžkou nosníka a v prípade skupiny "B" kolmo na pozdĺžny smer.

Skúšky boli krátkodobé, merané boli zvislé deformácie a pomerné deformácie vzoriek. Na meranie zvislých deformácií skúšobných vzoriek boli použité indukčné ihlicové deformometre (na oboch stranách, 2x3 kusov).



Obr. 8 -Skúšobné vzorky



Obr. 9 - Zaťažovacia zostava



Obr. 10 - Spôsob porušenia vzorky A1, $h=0,3$ m

4. Spoje s vlepovanými závitovými tyčami

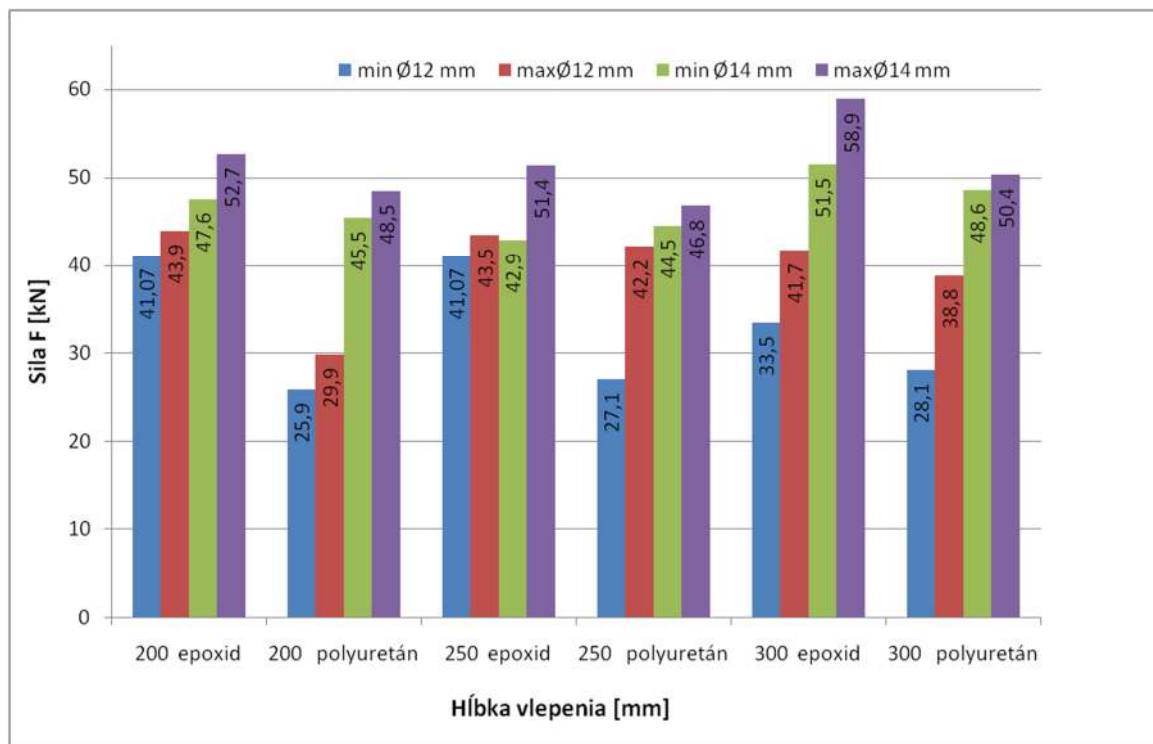
Analýza spojov s vlepovanými tyčami bola rozdelená na dve časti. Prvá časť sa zameriava na osovo zaťažené vlepované tyče. Druhá časť objasňuje správanie ohybovo namáhaných spojov drevených nosníkov s vlepovanými tyčami. Teoretická analýza je riešená pomocou modelov založených na metóde konečných prvkov. Overenie teoretických výsledkov sa realizovalo reálnymi experimentmi. Boli vykonané ťahové skúšky vlepovaných tyčí v drevených hranoloch pre overenie hĺbky vlepovania. Na reálnych nosníkoch spájaných v strede rozpätia bola overená momentová odolnosť spoja.

Experimentálna analýza vlepovaných závitových tyčí bola rozdelená na dve etapy skúšok a nadväzuje na teoretickú analýzu. V prvej etape boli uskutočnené ťahové skúšky vlepovaných tyčí na overenie hĺbky vlepovania do drevených hranolov pomocou viacerých lepidiel. V druhej etape, boli skúmané reálne spoje na drevených nosníkoch, ktoré boli spojené v strede rozpätia vlepovanými závitovými tyčami.

1. etapa

Experiment bol tvorený viacerými typmi vzoriek, ktoré sa líšili druhom použitého lepidla, priemerom závitovej tyče a hĺbkou vlepenia do hranola. Celkový počet vzoriek bol 44. Prvých 16 vzoriek bolo pripravených pre overenie hĺbky vlepenia a správanie sa jednotlivých lepidiel. Po odskúšaní týchto vzoriek boli vyselektované niektoré typy vzoriek a pripravilo sa ďalších 24 vzoriek pre overenie dosiahnutých výsledkov. Na záver boli dodatočne odskúšané 4 vzorky s lepidlom HILTI HIT-RE 500. Vlhkosť dreva sa pohybovala v rozmedzí od 9% do 11%. Hustota drevených hranolov bola približne 400 kg/m³. Ťahová skúška bola zrealizovaná pomocou zaťažovacieho lisu s nosnosťou 100 kN.

Výsledný graf dosiahnutých odolností na obr. 15 zobrazuje minimálne a maximálne hodnoty pri vybraných typoch vzoriek, ktoré boli v každom prípade uskutočnené trikrát. Jednotlivé druhy lepidiel sa vyznačovali výrazne rozdielnymi výsledkami a charakterom porušenia. Vzorky, v ktorých bolo použité epoxidové lepidlo vykazovali lepšiu odolnosť v porovnaní so vzorkami s polyuretánovým lepidlom. Vzorky s polyuretánovým lepidlom dosahovali taktiež vysoké hodnoty odolnosti, vyznačovali sa však rozsiahlym rozptylom výsledkov. Pri vzorkách s epoxidovým lepidlom dochádzalo spravidla k porušeniu ocelových tyčí alebo v niektorých prípadoch k porušeniu vlákien dreva šmykom. Pri vzorkách s polyuretánovým lepidlom dochádzalo vo väčšej miere k porušeniu samotného lepidla šmykom, prídržnosťou, poprípade k porušeniu vlákien dreva v okolí vyvrtaného otvoru. K porušeniu ocelej tyče dochádzalo len výnimočne.



Obr.11 - Výsledky vzoriek s lepidlom STADO CARBO RESIN a NEOPUR 2744

2. etapa

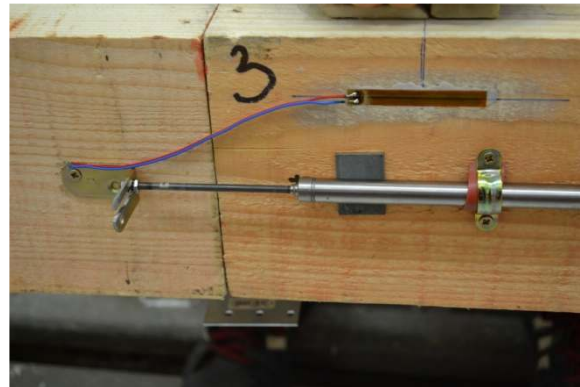
V rámci druhej etapy experimentálnej analýzy sa pripravilo 10 nosníkov s rozmermi 150x180x3200 mm, ktoré boli rozdelené v strede rozpätia. Ich vzájomné spojenie bolo zrealizované pomocou vlepovaných závitových tyčí. V ťahovej zóne boli umiestnené tri diery pre tyče s triedou pevnosti 8.8. V tlakovej zóne boli umiestnené dve diery pre tyče s triedou pevnosti 4.6. Na vlepovanie tyčí bolo použité lepidlo HILTI HIT-RE 500, ktorého aplikácia pomocou automatickej pištole sa vzhľadom na počet vzoriek ukázala ako najrýchlejšia.

Mechanické vlastnosti lepidla boli overené prostredníctvom štyroch ťahových skúšok. Pri týchto skúškach bola dosiahnutá najvyššia hodnota odolnosti v ťahu 86,2 kN, kedy došlo k porušeniu lepidla šmykom. Polovica pripravených nosníkov bola z rasteného reziva a druhá polovica z lepeného lamelového dreva.

Cieľom práce bolo zistenie odolnosti a poddajnosti nosníkov a nájdenie optimálneho lepidla.



Obr. 12: Príprava nosníkov



Obr. 13 - Indukčné merače deformácií a tenzometre

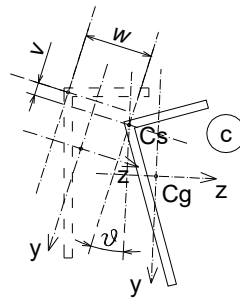
5. Globálny priestorový vzper

Obecnú teóriu tenkostenných prútov, ktoré majú otvorený ale tuhý alebo uzavretý a pritom deformujúci sa prierez vypracoval V. Z. Vlasov v [12]. Pri tenkostenných prierezoch pre určité spôsoby namáhania a tvary prierezov prútov už neplatí zákon o rovinnosti priečných rezov po deformácií ako predpokladá elementárna teória ohybu (z ktorej vychádzal Euler pri rovinnom vzpere), ale môže dôjsť aj k deplanácii. Sústava troch diferenciálnych rovníc, vyjadrujúca podmienku rovnováhy centricky tlačeného tenkostenného prúta, ktorú odvodil V. Z. Vlasov [12] v rámci obecnej teórie tenkostenných prútov už daný jav zohľadňuje:

$$\begin{aligned} EI_y \cdot w^{IV} + N(w'' - y_s \vartheta'') &= 0 \\ EI_z \cdot v^{IV} + N(v'' + z_s \vartheta'') &= 0 \\ EI_\omega \cdot \vartheta^{IV} - GI_t \cdot \vartheta'' + N(-y_s w'' + z_s v'' + i_s^2 \vartheta'') &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

kde: y_s, z_s súradnice stredu šmyku vzhľadom na ťažisko prierezu,
 i_s je polárny polomer zotrvačnosti prierezu vztiahnutý k stredu šmyku,
 I_y, I_z sú momenty zotrvačnosti k hlavným ťažiskovým osiam prierezu,
 I_ω je výsekový moment zotrvačnosti vztiahnutý k stredu šmyku,

I_t je moment zotrvačnosti vo voľnom krútení, a N je osová sila prúta.



Obr. 1 Premiestnenie prierezu pri globálnom ohybovo-krútovom vzpere prúta

V sústave rovníc (1) sú neznámymi funkcie premiestnení prierezu $w = w(x)$, $v = v(x)$ v hlavných rovinách prierezu a uhol skrútenia $\vartheta = \vartheta(z)$ pričného rezu, ktoré vznikajú súčasne pri priestorovej strate stability prúta s nesymetrickým prierezom.

Rovnice (1) sú prostredníctvom súradníc y_s a z_s navzájom previazané. Riešenie v analytickom tvare je preto možné iba pre vybrané okrajové podmienky (napríklad keď okrajové podmienky v ohybe ku osi y sú totožné s okrajovými podmienkami v ohybe ku osi z a zároveň sú oboje ekvivalentné okrajovým podmienkam v krútení). Pre výpočet elastickej kritickej sily pri globálnom ohybovo-krútovom priestorovom vzpere je možné použiť bez zvláštnych ťažkostí napr. metódu konečných prvkov (MKP) pomocou komerčných softwarov. Pre praktické účely je však potreba rýchlejšej približnej metódy pre výpočet kritickej sily opodstatnená. Takúto približnú metódu (variačnú metódu Bubnova-Galerkina) na riešenie sústavy (1) použil Goľdenvejzer v [13], ktorú Vlasov zahrnul do [12]. Riešené boli iba prípady s okrajovými podmienkami klb a votknutie. Neskôr uvádza Březina v [14] prípady s ostatnými okrajovými podmienkami zahrňujúcimi aj posuvné votknutie a voľný koniec pričom sa odvoláva na výsledky Goľdenvejzera. Takto rozšírená približná metóda bola zahrnutá do predbežnej normy [15] a neskôr s určitými úpravami aj do noriem [16], [17].

Princíp približnej metódy spočíva vo vhodnej voľbe fundamentálnych funkcií, ktorými sa aproximuje priebeh vybočení v hlavných rovinách prierezu prúta $w(x)$, $v(x)$ a priebeh skrútenia $\vartheta(x)$. Goľdenvejzer [13] volil za fundamentálne funkcie priebehy vlastných tvarov pričného kmitania nosníka so spojitou rozloženou hmotou. Vhodnou voľbou je myslená voľba vlastného tvaru pričného kmitania takého nosníka, ktorý má rovnaké okrajové podmienky (OP) ako sú OP pre aproximované deformácie $w(x)$, $v(x)$ a $\vartheta(x)$ prúta:

$$w(x) = A \cdot \chi(x), \quad v(x) = B \cdot \varphi(x), \quad \vartheta(x) = C \cdot \psi(x). \quad (2)$$

Sústavou rovníc (1) je vyjadrená podmienka: súčet všetkých síl a momentov pôsobiacich na element sa rovná nule. Ak dosadíme výrazy (2) do rovníc (1) a prvú z nich vynásobíme výrazom $\chi(x)dx$, druhú z nich vynásobíme výrazom $\varphi(x)dx$, a poslednú výrazom $\psi(x)dx$, dostaneme prácu všetkých síl pôsobiacich na element vykonanú na možnom pretvorení $\chi(x)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$. Po prevedení integrácie po dĺžke prúta môžeme v zmysle princípu virtuálnej práce položiť dané výrazy rovné nule. Po vydelení rovníc výrazmi $-\int_L \chi''(x)\chi(x)dx$, $-\int_L \varphi''(x)\varphi(x)dx$, $-\int_L \psi''(x)\psi(x)dx$ dostávame sústavu troch algebraických rovníc riešením ktorých, podmienkou existencie netriviálneho riešenia, dostávame kubickú rovnicu pre kritickú silu priestorového vzperu približnou metódou:

$$(N_{cr,y} - N)(N_{cr,z} - N)(N_{cr,T} - N)i_s^2 - y_s^2 \alpha_{yw} N^2 (N_{cr,z} - N) - z_s^2 \alpha_{zw} N^2 (N_{cr,y} - N) = 0, \quad (3)$$

kde sú zavedené súčinitele $\alpha_{yw} = k_{13}k_{31}$, $\alpha_{zw} = k_{23}k_{32}$, a koeficienty:

$$k_{13} = \frac{\int \psi''(x)\chi(x)dx}{\int \chi''(x)\chi(x)dx}, \quad k_{23} = \frac{\int \psi''(x)\varphi(x)dx}{\int \varphi''(x)\varphi(x)dx}, \quad k_{31} = \frac{\int \chi''(x)\psi(x)dx}{\int \psi''(x)\psi(x)dx}, \quad k_{32} = \frac{\int \varphi''(x)\psi(x)dx}{\int \psi''(x)\psi(x)dx}, \quad (4)$$











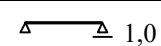
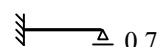
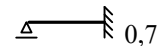
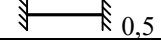
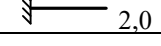
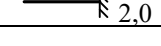
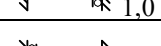
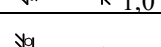


a kde $N_{cr,y}$, $N_{cr,z}$, $N_{cr,T}$ sú Eulerové kritické sily pre vybočenie kolmo na os y , z a kritická sila pri strate stability skrútením. Súčiniteľ α_{yw} zohľadňuje OP v ohybe kolmo na os y v kombinácii s OP v krútení. Súčiniteľ α_{zw} zohľadňuje OP v ohybe kolmo na os z v kombinácii s OP v krútení. Riešením kubickej rovnice (3) pre najmenší koreň N dostávame kritickú silu pri priestorovej strate stability s troma zložkami deformácie $w(x)$, $v(x)$, $\vartheta(x)$.

Pri prútoch s prierezom s jednou osou symetrie (napr. osou z , potom $y_s=0$) sa sústava (1) rozpadá na jednu samostatnú diferenciálnu rovnicu a jednu sústavu dvoch diferenciálnych rovníc, riešením ktorej analogickým postupom dostávame kvadratickú rovnicu pre hodnotu kritickej sily priestorovej strate stability:

$$N_{cr,TF} = \frac{1}{2(1 - \alpha_{zw} z_s^2 / i_s^2)} \left[(N_{cr,z} + N_{cr,T}) \pm \sqrt{(N_{cr,z} + N_{cr,T})^2 - 4N_{cr,z} N_{cr,T} (1 - \alpha_{zw} z_s^2 / i_s^2)} \right]. \quad (5)$$

Prirodzenou voľbou pre fundamentálne funkcie $\chi(x)$, $\varphi(x)$, $\psi(x)$ sú však (namiesto tvarov kmitania) vlastné tvary pri strate stability ohybom v rovine symetrie prúta. Takéto funkcie boli použité, v rámci teoretického výskumu na katedre, pre výpočet nových súčiniteľov α_{yw} , α_{zw} , zohľadňujúcich vplyv OP. Výsledné teoretické hodnoty súčiniteľov (Tab.1) ako aj podrobnejší popis problematiky je publikovaný v [18].

Tab. 3.1 Súčinitele α_{yw} , α_{zw} pre vlastné tvary straty stability prútov

OP v ohybe, súč.vzpernej dĺžky	OP v krútení, Súčinitele vzpernej dĺžky k_w									
										
	1,0	0,7	0,7	0,5	2,0	2,0	1,0	1,0	2,0	2,0
 1,0	1	0,758	0,758	0,721	1,318	1,318	0	0	0,721	0,721
 0,7	0,758	1	0,308	0,66	1,494	-0,601	0,367	0,042	0,104	0,808
 0,7	0,758	0,308	1	0,66	-0,601	1,494	0,042	0,367	0,808	0,104
 0,5	0,721	0,66	0,66	1	-0,422	-0,422	0	0	0,115	0,115
 2,0	1,318	1,494	-0,601	-0,422	1	5,428	1,318	-2,637	1	1,483
 2,0	1,318	-0,601	1,494	-0,422	5,428	1	-2,637	1,318	1,483	1
 1,0	0	0,367	0,042	0	1,318	-2,637	1	1	-0,36	0,721
 1,0	0	0,042	0,367	0	-2,637	1,318	1	1	0,721	-0,36
 2,0	0,721	0,104	0,808	0,115	1	1,483	-0,36	0,721	1	0,405
 2,0	0,721	0,808	0,104	0,115	1,483	1	0,721	-0,36	0,405	1

Na základe výskumu sa ukázalo, že pre niektoré kombinácie OP (hlavne také, ktorým odpovedajú záporné teoretické hodnoty súčiniteľov α) dáva približná metóda hodnoty kritických síl väčšie ako skutočné, čo je na strane nebezpečnej. Preto je možné konštatovať, že v týchto prípadoch OP nie je približná metóda spoľahlivá.

Chalupa a kol. [19] uvádza, že ak nie sú dostupné presné hodnoty súčiniteľov α_{yw} , α_{zw} je možné v približnej metóde na bezpečnej strane použiť hodnotu 1,0. Toto tvrdenie bolo tiež overené v [18]. V prípade rovnakých OP v ohybe kolmo na os y , OP v ohybe kolmo na os z a OP v krútení na oboch koncoch prúta vychádza teoretická hodnota 1,0 súčiniteľov α_{yw} , α_{zw} . A skutočne túto hodnotu môžeme bezpečne použiť aj v iných prípadoch kombinácií OP v ohyboch a krútení. Chyby ktorými sa týmto zjednodušením dopustíme pre rôzne kombinácie OP sú uvedené tiež v [18].

Na základe chýb približnej metódy pre hodnoty 1,0 súčiniteľov α_{yw} , α_{zw} boli v rámci výskumu navrhnuté nové hodnoty súčiniteľov α_{yw} , α_{zw} tak, aby boli chyby minimalizované. Výsledky budú publikované v [20].

6. Vzper prútov a rámov z prútov s premenným prierezom alebo osovou silou

Pri globálnej analýze rámu zohľadňujúcej účinky teórie II. rádu a imperfekcií norma STN EN 1993-1-1 [21] v článku 5.3.2(11) umožňuje imperfekciu odvodiť z vlastného tvaru $\eta_{cr}(x)$ straty stability konštrukcie v pružnom stave, ktorý predstavuje súčasne globálnu i lokálnu imperfekciu. Článok je obmedzený na posudzovanie rámov s prútmi s konštantným prierezom a osovou silou. Prof. Chladný zovšeobecnil tento postup pre použitie aj pri rámových konštrukciách zložených z prútov s nekonštantným priebehom osovej sily a/alebo s nekonštantným prierezom [22]. Postup sa nachádza v NB.5.2 národnej prílohy [17] a v článku 5.3.2(11) normy [16]. Táto metóda bola spracovaná odlišnou formou prof. Balážom [23].

Pre rámy s prútmi namáhanými len osovými silami $N_{Ed}(x)$ a so zadaným priebehom imperfekcie $\eta_{ini}(x)$ sa vypočíta analýzou II. rádu priebeh prídavnej deformácie a prislúchajúce priebehy vnútorných síl či už komerčným programom alebo iným spôsobom. Pri známých priebehoch vnútorných síl je možné takýto rám posúdiť v jednotlivých rezoch x . Podmienka odolnosti bude znieť nasledovne:

$$\left(\frac{N_{Ed}(x)}{N_{Rd}(x)} + \frac{M_{Ed,ini}^{II}(x)}{M_{Rd}(x)} \right)_{\max} \leq 1, \quad (6)$$

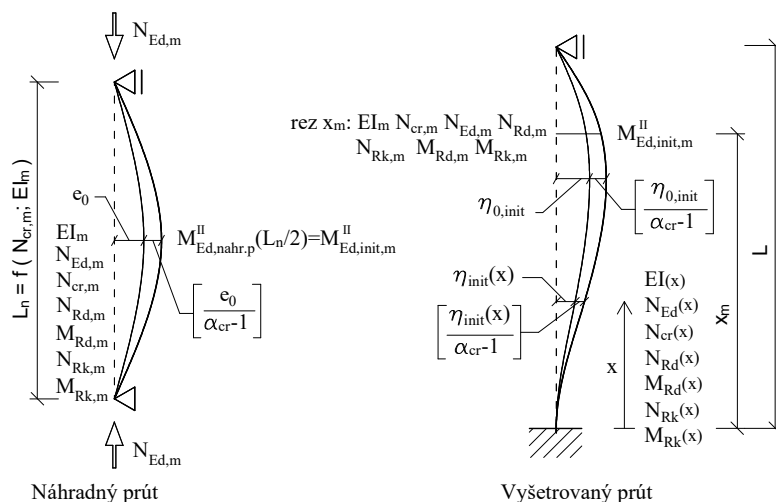
v ktorej: $N_{Ed}(x)$ je priebeh osových síl

$M_{Ed,ini}^{II}(x)$ je priebeh ohybových momentov vznikajúcich od prídavného priehybu od osových síl pôsobiacich na prúte s imperfekciou $\eta_{ini}(x)$ určený teóriou II. rádu

$N_{Rd}(x)$, $M_{Rd}(x)$ sú návrhové odolnosti prierezu v tlaku a v ohybe v reze x .

Prierez, v ktorom sa dosahuje najväčšie napätie od kombinácie osovej sily $N_{Ed}(x)$ a momentov $M_{Ed,ini}^{II}(x)$ vznikajúcich v dôsledku imperfekcií, t.j. tam, kde výraz v zátvorke na ľavej strane podmienky (6) pre vyššie definovaný rám dosahuje svoje maximum, je

rozhodujúcim rezom z hľadiska jeho vzpernej odolnosti a označuje sa indexom m . Jednotlivé veličiny v tomto reze x_m potom sú nasledovné: EI_m ; $N_{Ed,m}$; $N_{Rd,m}$; $M_{Ed,init,m}^{II}$; $M_{Rd,m}$.



Obr. 2 Náhradný a posudzovaný prút s rozhodujúcim rezom "m"

Priebeh začiatočnej imperfekcie sa zdefiniuje za pomoci vlastného tvaru vybočenia prúta/rámu nasledovne:

$$\eta_{init}(x) = \eta_{0,init} \eta_{cr}(x), \quad (7)$$

kde $\eta_{0,init}$ je amplitúda imperfekcie a $\eta_{cr}(x)$ je normovaný vlastný tvar (s maximálnou poradnicou rovnou 1). Neexistujú štatisticky spracované výsledky odolností rámov s premennými prierezmi a osovými silami, z ktorých by bolo možné stanoviť amplitúdu takejto imperfekcie. Preto amplitúda imperfekcie $\eta_{0,init}$ je určená z podmienky (pozri [22,23]), aby ten prút rámu, ktorý je rozhodujúci z hľadiska vzpernej odolnosti celého rámu, mal rovnakú vzpernú odolnosť ako jeho náhradný prút. Termínom náhradný prút sa tu rozumie prút, ktorý má konštantný prierez s ohybovou tuhosťou rovnou EI_m vyšetrovaného (rozhodujúceho) prúta v rozhodujúcom reze x_m , konštantnú osovú silu rovnú osovej sile $N_{Ed,m}$ vyšetrovaného prúta v rozhodujúcom reze x_m a kritickú silu rovnú kritickej sile $N_{cr,m}$ vyšetrovaného prúta v rozhodujúcom reze x_m a je uložený klbovo na oboch koncoch. Ak vyšetrovaný prút má mať rovnakú vzpernú odolnosť ako jeho náhradný prút, potom ohybový moment vyšetrovaného prúta od imperfekcií v rozhodujúcom priereze x_m má byť rovný ohybovému momentu v strede náhradného prúta:

$$M_{Ed,init,m}^{II}(x_m) = M_{Ed,nahr,p}^{II}(L_n/2). \quad (8)$$

Táto podmienka po úpravách vedie na výraz pre amplitúdu začiatočnej imperfekcie:

$$\eta_{0,init} = \frac{\alpha_{cr} N_{Ed,m} e_0}{EI_m \eta_{cr}''(x_m)}, \quad (9)$$

kde: e_0 je amplitúda imperfekcie (v tvare polovlny sínusoidy) náhradného prúta, ktorej návrhová hodnota je:

$$e_{0,d} = \alpha_m (\bar{\lambda}_m - 0,2) \frac{M_{Rk,m}}{N_{Rk,m}} \frac{1 - \chi_m \bar{\lambda}_m^2}{1 - \chi_m \bar{\lambda}_m^2} \gamma_{M1}; \text{ pre } \bar{\lambda}_m > 0,2, \quad (10)$$

Pre výpočet amplitúdy podľa (9) je potrebné poznať polohu rozhodujúceho prierezu, ktorý sa nachádza v priereze kde ľavá strana podmienky (6) dosahuje maximum. Keď prierez je nekonštantný alebo priebeh osovej sily je nekonštantný, potom vopred polohu tohoto bodu nepoznáme a musíme použiť iteračný postup. Polohu rozhodujúceho prierezu môžeme v prvej iterácii odhadnúť v mieste kde očakávame maximálne napätia buď od ohybového momentu teórie II.rádu alebo v mieste maximálnych napätí od nekonštantnej osovej sily, a podľa toho ktoré napätia sú väčšie.

Aplikačné výpočty v prípade prúta s premenným prierezom a/alebo premennou osovou silou s imperfekciou odvodenou od vlastného tvaru vybočenia boli vykonané v rámci dizertačnej práce [24]. Vo výskume tejto metódy imperfekcie vo vlastnom tvare pokračoval Dallemule [25] (ktorý ju použil na posudzovanie oblúkových konštrukcií) a napokon Brodniansky [26] (ktorý sa venoval rovinným rámom s premennými prierezmi vrátane prierezov triedy 4). Na základe výskumu [27] sa zistilo, že pre určité situácie rámov alebo prútov s odstupňovaným prierezom nie je možné nájsť rozhodujúci prierez a tým určiť hodnotu amplitúdy imperfekcie.

5. ZÁVER

Krátky prierez hlavných nepedagogických činností na Katedre kovových a drevených konštrukcií SvF STU dokazuje, že drevo ako stavebný materiál vďaka svojim vynikajúcim vlastnostiam malo, má a najmä bude mať svoje nezastupiteľné postavenie v nosných konštrukciách stavieb.

Na konci minulého storočia i tisícročia sa drevo začalo označovať ako "materiál 21.storočia". Tento trend stále pokračuje aj vďaka výskumným prácam, ktoré prebiehajú v mnohých krajinách stále intenzívnejšie. Predstavené práce sú našim príspevkom k výraznejšiemu využitiu tejto prírodnej, stále dorastajúcej domácej suroviny.

Na základe teoretického výskumu na katedre sa ukázalo potrebné venovať sa novým metódam posudzovania zavádzaných do Eurokódov. Z hľadiska ich aplikovania v bežnej praxi sa môžu objaviť určité limity, ktoré je treba vopred poznať.

PodĎakovanie

Príspevok vznikol vďaka podpore firiem Würth a Cetris, ktoré výskum podporili materiálom. Tento príspevok vznikol za finančnej podpory Grantovej agentúry VEGA SR v rámci riešenia úloh 1/0773/18 a 1/0603/17.

Literatúra

- [1] STN EN 380: Drevené konštrukcie. Skúšobné metódy. *Všeobecné zásady skúšania statickým zaťažením*. 1998. 8 s.
- [2] AGEL, L. – LOKAJ, A. Semi-Rigid Joint of Timber-Concrete Composite Beams with Steel Plates and Convex Nails. *Wood Research*. 2014, 59 (3). pp. 491-498.
- [3] CECCOTTI, A. – FRAGIACOMO, M. – GIORDANO, S. *Behaviour of a Timber-Concrete Composite Beam with Glued Connection at Strength Limit State*. WCTE 2006 - 9th World Conference on Timber Engineering. 2006.

- [4] CALDOVÁ, E. – BLESÁK, L. – WALD, F. – KLOIBER, M. – URUHADZE, S. – VYMLÁTIL, P. *Behaviour of Timber and Steel Fibre Reinforced Concrete Composite Constructions with Screwed Connections*. Wood Research. 2014, 59 (4). pp. 639-660.
- [5] STN EN 1992-1-1. Eurokód 2. Navrhovanie betónových konštrukcií. Časť 1-1: *Všeobecné pravidlá a pravidlá pre budovy*. Slovenský ústav technickej normalizácie. 2006. 200 s.
- [6] EUROPEAN TECHNICAL APPROVAL ETA-13/0029. Self-Tapping Screws for use in Wood-Concrete Slab Kits. *Würth Self-Tapping Screw*. ETA-Danmark, 2013. 17 p.
- [7] SUROVEC, Lukáš - SLIVANSKÝ, Miloš - SÓGEL, Kristián - SANDANUS, Jaroslav. Spriahnuté drevobetónové stropy 4S - vývoj, testovanie a realizácia. In *Materiály pro stavbu*. Roč. 23, č. 7 (2017), s. 22-24. ISSN 1213-0311.
- [8] SANDANUS, Jaroslav - SÓGEL, Kristián - SLIVANSKÝ, Miloš. Results of rheological test on timber trusses. In *Wood Research*. Vol. 61, no. 2 (2016), s. 235-242. ISSN 1336-4561. V databáze: WOS: 000376220000007
- [9] KAMENICKÁ, Zuzana - SANDANUS, Jaroslav. Simplified and advanced design methods for mechanical resistance of timber structures. In *Wood & Fire Safety [elektronický zdroj] : proceedings of the 8th International Conference. The High Tatras, Štrbské Pleso, 8. - 12. May 2016 = Wood and Fire Safety 2016*. 1. vyd. Žilina : EDIS, 2016, USB kľúč, s. 129-136. ISBN 978-80-554-1201-6.
- [10] KATONA, Orsolya - KLAS, Tomáš - DUCHOŇ, Vladimír - BRODNIANSKY, Ján - BALCIERÁK, Ľuboš - SANDANUS, Jaroslav. Experimental investigation on in-plane behaviour of CLT deep beams. In *ESaT 2016 [elektronický zdroj] : proceedings of the 2nd International Conference on Engineering Sciences and Technologies. Tatranské Matliare, Slovak Republic, 29th of June - 1st of July 2016*. Košice : Technical University of Košice, Faculty of Civil Engineering, 2016, CD-ROM, [4] s. ISBN 978-80-553-2564-4.
- [11] DUCHOŇ, V.: *Modeling of timber joints with glued-in rods*, Juniorstav 2015, ISBN 978-80-214-5091-2, p. 139
- [12] VLASOV, V. Z. *Tenkostenné pružné pruty*. Praha : Státní nakladatelství technické literatury. 1962.
- [13] GOLDENVEJZER, A. L. *Ustojčivosť tonkostenných stěržnej pri dejstviji prodolnoj sily v zavisimosti ot graničnych uslovij*. Trudy laboratoriji strojitel'noj machaniki.
- [14] BŘEZINA, Vladimír. *Vzperná únosnosť kovových prutů a nosníků*. PRAHA: Nakladatelství Československé akademie věd. 1962.
- [15] prEN 1999-1-1 *Design of aluminium structures, General structural rules*. Brussels : CEN. December 2005.
- [16] EN 1999-1-1 *Design of aluminium structures, Part 1-1: General structural rules*. Brussel: CEN. March 2007
- [17] STN EN 1993-1-1/NA *Navrhovanie ocelových konštrukcií. Časť 1-1: Všeobecné pravidlá a pravidlá pre budovy. Národná príloha*. Bratislava: SÚTN. December 2007. 24s.
- [18] KOVÁČ, M.- BALÁŽ, I *Stability of centrally loaded members with monosymmetric cross-section at various boundary conditions*. In: *Journal of Constructional Steel Research*, 153 (2019) 139-152.
- [19] CHALUPA, Adolf a kol. *Navrhování ocelových konstrukcí - Komentář k ČSN 73 1401*. Praha: Vydavatelství Úřadu pro normalizaci a měření. 1982. 304 s.

- [20] KOVÁČ, M.- BALÁŽ, I *Elastic critical force of centrally loaded member with asymmetric and monosymmetric cross-sections and any combinations of flexural and torsional boundary conditions: A parametric study.* In: *Journal of Engineering Structures*, (akceptovaný po recenzii).
- [21] STN EN 1993-1-1: *Eurokód 3: Navrhovanie ocelových konštrukcií - Časť 1-1: Všeobecné pravidlá a pravidlá pre budovy.* Bratislava: SÚTN. November 2006. 92 s.
- [22] CHLADNÝ, E. ŠTUJBEROVÁ, M. Frames with unique global and local imperfection in the shape of elastic buckling mode (part 1, part2). *Stahlbau* 82, Heft 8 s.609-617. 2013, ISSN: 1437-1049
- [23] BALÁŽ I.: Determination of the flexural buckling resistance of frames with members with non-uniform cross-sections and non-uniform axial compression forces. Zborník XXXIV. Celoštátny aktív pracovníkov ocelových konštrukcií so zahraničnou účasťou, s.17-22.,2008, ISBN 978-80-227-2950-5
- [24] KOVÁČ, M.: Vzperná odolnosť kovových prútov a prútových konštrukcií. Aplikácie nových metód z Eurokódov (Buckling resistance of metal members and frames. Applications of new methods from Eurocodes). Bratislava. Edícia vedeckých prác STU. 2012. ISBN 978-80-227-3681-7
- [25] DALLEMULE M.: Vzperná odolnosť oblúkových konštrukcií v ich rovine (Buckling resistance of arches in their plane). Dissertation thesis, Slovak University of Technology in Bratislava, 2013 (in Slovak)
- [26] BRODNIANSKY Ján: Odolnosť tenkostenných prútov a prútových konštrukcií, Použitie ekvivalentnej jednotnej globálnej a lokálnej imperfekcie vo forme vlastného tvaru straty stability, máj 2016
- [27] KOVÁČ M. - BRODNIANSKY J.: VYUŽITIE VÝPOČTOVEJ TECHNIKY PRI ANALÝZE NEKONŠTANTNÉHO PRÚTA TEÓRIOU 2.RÁDU S IMPERFEKCIOU PODĽA 5.3.2 (11) EN 1999-1-1, RESP. NB.5.2 EN 1993-1-1/NA.. 40. Aktív pracovníkov odboru ocelových konštrukcií. Stav a perspektívy rozvoja odboru. Oščadnica. 22.-23. október 2015